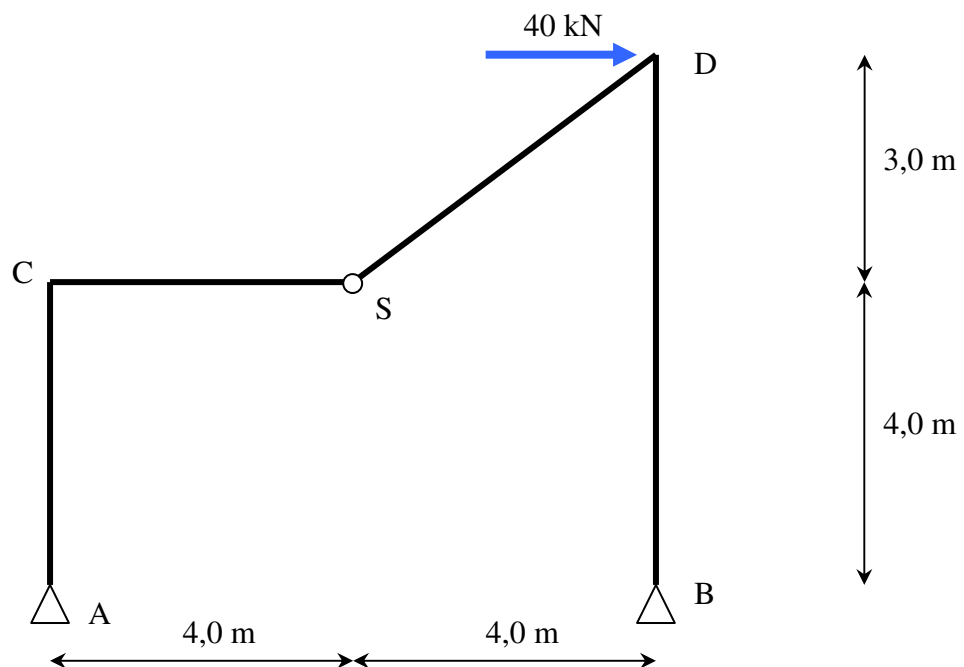


Opgave : Driescharnierspant

(50 min)

Hieronder is een driescharnierspant gegeven. Het spant is scharnierend opgelegd in A en B en bestaat uit twee geknikte (starre) delen ACS en BDS die in S scharnierend met elkaar zijn verbonden. Het spant wordt in D horizontaal belast met een puntlast van 40 kN zoals in de tekening is aangegeven.



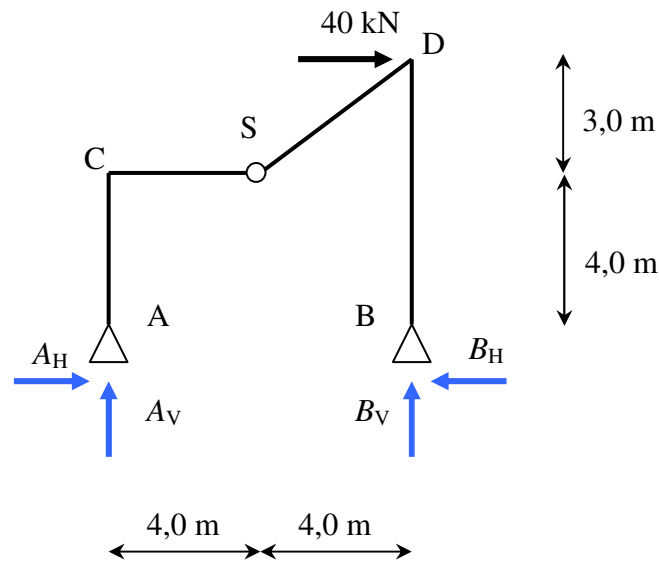
Vragen:

- Bereken de oplegreacties en geef de richtingen waarin zij in werkelijkheid werken aan en schrijf de waarden er bij.
- Teken voor de gehele constructie de momenten- en dwarskrachtenlijn, met de vervormingstekens. Schrijf de waarden er bij.
- Geef aan op welke manier(en) de normaalkracht in DS kan worden bepaald.
- Bepaal de normaalkracht in DS op de onder c) voorgestelde manier.
- Maak knooppunt D vrij en teken alle krachten en momenten zoals zij er in werkelijkheid op werken. Schrijf hun waarden er bij.

Uitwerking

- a) De oplegreacties van het driescharnierspant zijn te bepalen door b.v. eerst de som van de momenten van de gehele constructie te bepalen om punt B. De enige onbekende is daarin de verticale oplegreactie in A (immers de werklijn van de horizontale oplegreactie in A gaat door B !). Vervolgens wordt de som van de momenten van het linker deel van de constructie om S genomen met als onbekenden de beide oplegreacties in A (waarvan de verticale inmiddels bekend is). Tot slot kunnen met het horizontale- en verticale evenwicht (van de gehele constructie) de beide onbekende oplegreacties in B worden bepaald.

In de onderstaande schets zijn de onbekende oplegreacties getekend waarbij de gekozen richtingen verder in de berekening als positieve richtingen zijn aangehouden.



Uitwerken levert:

$$\sum T|_{B \text{ geheel}} = 0: A_V \times 8,0 + 40 \times 7,0 = 0 \Rightarrow A_V = -35,0 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$\sum T|_{S \text{ linker deel}} = 0: A_V \times 4,0 - A_H \times 4,0 = 0 \Rightarrow A_H = -35,0 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$\sum F_V = 0: B_V + A_V = 0 \Rightarrow B_V = 35,0 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_H = 0: A_H + 40 - B_H = 0 \Rightarrow B_H = 5,0 \text{ kN} (\leftarrow)$$

Merk op dat de gekozen richtingen van de oplegreacties in A niet de juiste zijn. De werkelijke richting van de oplegreacties in A zijn dus tegengesteld aan de aangenomen richtingen. De grootte en de richting zoals de oplegreacties in werkelijkheid werken zijn hieronder weergegeven.



Opmerking : Het linkerdeel ACS is verder onbelast, de resultante van de oplegreacties in A moet evenwicht maken met de scharnierkracht. Dat lukt alleen als de werklijn van de resultante van de oplegreacties in A door A en S gaat. (ga na dat dit klopt !)

- b) De momentenlijn kan gevonden worden door op een aantal markante punten een snede aan te brengen en t.p.v. de snede het moment te bepalen. Bekend is van deze constructie dat het moment nul is in A, B en t.p.v. het scharnier S. Er blijven dus feitelijk twee punten over waar even een snede gemaakt moet worden om het moment te bepalen; C en D.

In de figuur rechts is het deel AC vrijgemaakt en is alleen het onbekende moment in de snede weergegeven. Uiteraard werken er in de snede ook nog een onbekende dwarskracht en een onbekende normaalkracht. Het aangenomen moment in C wordt bepaald door:

$$\sum T|_A = 0 : 35,0 \times 4,0 - M_C = 0$$

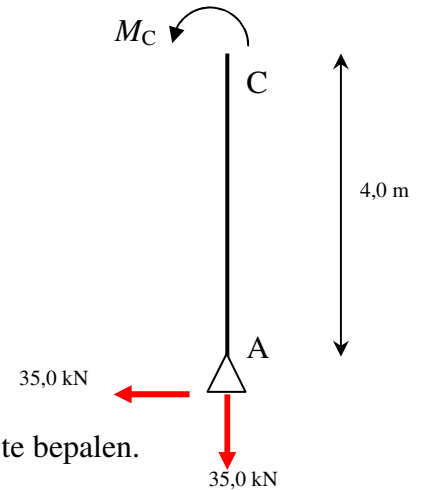
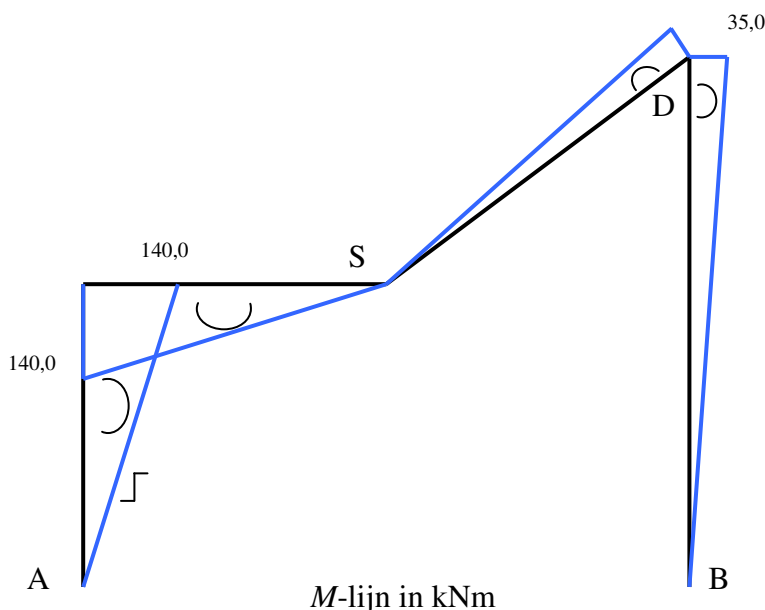
$$M_C = 140,0 \text{ kNm}$$

Het aangenomen moment in D is op een soortgelijke manier te bepalen. Door het deel BD vrij te maken kan het moment in D worden bepaald:

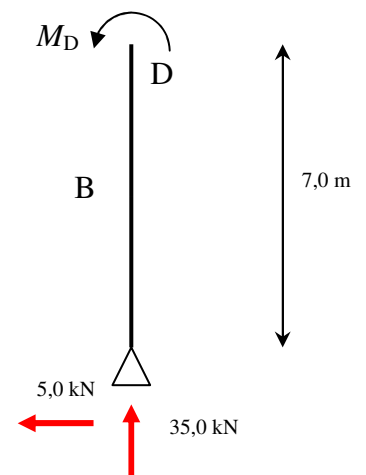
$$\sum T|_D = 0 : 5,0 \times 7,0 - M_D = 0$$

$$M_D = 35,0 \text{ kNm}$$

De momentenlijn kan nu worden geconstrueerd. Over het deel AC zal het verloop parabolisch zijn, immers de belasting is gelijkmatig verdeeld, over het deel CS en SDB zal het verloop lineair zijn. Met deze gegevens is de hieronder weergegeven M -lijn te tekenen.

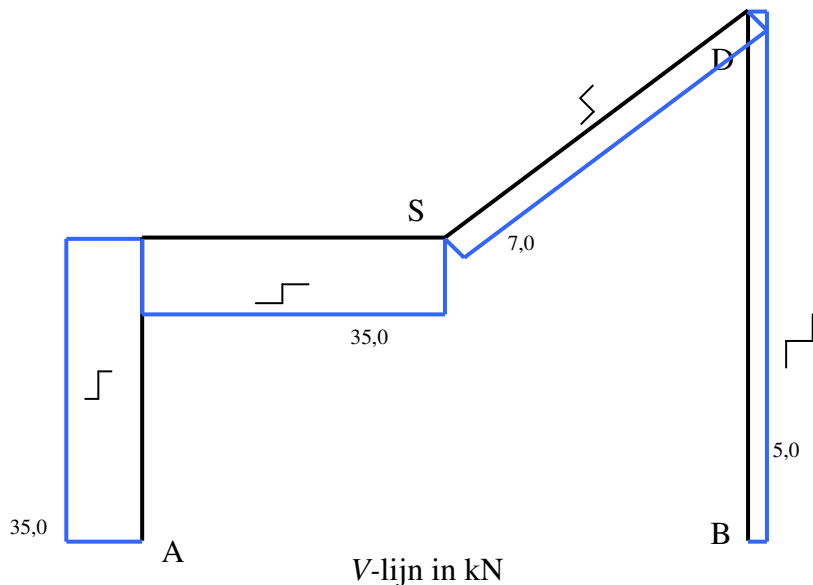


figuur 1 : Vrijgemaakt deel AC



figuur 2 : Vrijgemaakt deel BD

De dwarskracht in een snede is gelijk aan de helling van de M -lijn t.p.v. die snede. De V -lijn is hiermee snel te construeren. (er kan natuurlijk ook gebruik gemaakt worden van de inmiddels bekende oplegreacties). Hieronder is de V -lijn weergegeven.



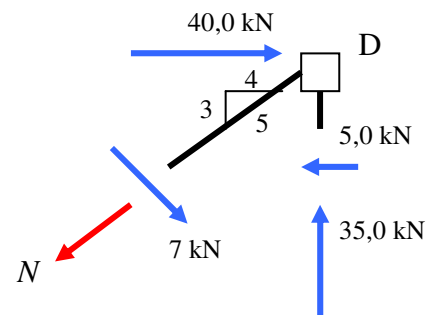
- c) De normaalkracht in staaf DS kan gevonden worden door b.v. het krachterevenwicht van knoop D te beschouwen. Immers de normaalkracht en dwarskracht in DB zijn bekend evenals de dwarskracht in DS. De enige onbekende in het krachterevenwicht van knoop D is de normaalkracht in DS.
- d) Hieronder is knoop D vrijgemaakt en zijn alle daarop werkende krachten getekend. De momenten zijn weggelaten, deze hebben uiteraard geen invloed op het krachterevenwicht van een knoop dat we immers voorstellen als een puntdeeltje.

De onbekende normaalkracht N kan worden bepaald met b.v. de vergelijking voor het verticale krachterevenwicht:

$$\sum F_v = 0: \quad \frac{4}{5} \times N - \frac{3}{5} \times 7 + 5 - 40 = 0$$

$$N = 49 \text{ kN}$$

De gevonden normaalkracht is positief, het gaat dus om een trekkracht.



- e) Hieronder is knooppunt D getekend met daarop alle werkende krachten en momenten zoals ze in werkelijkheid werken.

