

Mechanica

Evenwicht

Vraagstukken

Coenraad Hartsuijker

Meer informatie over deze en andere uitgaven vindt u op www.academicsservice.nl.

© 1999, 2015 C. Hartsuijker
Academic Service is een imprint van Boom uitgevers Amsterdam.

Opmaak: Blom&Ruysink, Lexmond, en Trendsco., Goes
Omslagontwerp: Studio Bassa, Culemborg
Omslag: Carlito's Design, Amsterdam

Alle rechten voorbehouden. Alle intellectuele eigendomsrechten, zoals auteurs- en databankrechten, ten aanzien van deze uitgave worden uitdrukkelijk voorbehouden. Deze rechten berusten bij Boom uitgevers Amsterdam en de auteur.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet gestelde uitzonderingen, mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich te wenden tot de Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl). Voor het overnemen van een gedeelte van deze uitgave ten behoeve van commerciële doeleinden dient men zich te wenden tot de uitgever.

Hoewel aan de totstandkoming van deze uitgave de uiterste zorg is besteed, kan voor de afwezigheid van eventuele (druk)fouten en onvolledigheden niet worden ingestaan en aanvaarden de auteur(s), redacteur(en) en uitgever deswege geen aansprakelijkheid voor de gevolgen van eventueel voorkomende fouten en onvolledigheden.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the publisher's prior consent.

While every effort has been made to ensure the reliability of the information presented in this publication, Boom uitgevers Amsterdam neither guarantees the accuracy of the data contained herein nor accepts responsibility for errors or omissions or their consequences.

Woord vooraf

Mechanica is een serie leerboeken waarin een helder en compleet beeld wordt gegeven van de theorie en toepassingen van de mechanica van constructies in de bouwkunde en weg- en waterbouwkunde/civiele techniek.

De serie bestaat uit drie boeken

- *Mechanica – Evenwicht*
- *Mechanica – Spanningen, vervormingen en verplaatsingen*
- *Mechanica – Statisch onbepaalde constructies en bezwijkanalyse*

Deze uitgebreide bundel vraagstukken hoort bij het boek *Mechanica – Evenwicht*, ISBN 978 90 395 2783 2.

Onder de vraagstukken bevindt zich een groot aantal kleine opgaven die zich bij uitstek lenen voor oefening in groepsverband, tijdens de les. De grotere vraagstukken, meestal opgesplitst in deelvragen, zijn eerder bedoeld als opdrachten die individueel of in kleine groepjes moeten worden uitgevoerd. Samenwerking tussen de studenten dient daarbij te worden aangemoedigd: het aan elkaar vertellen wat je niet begrijpt is net zo leerzaam als het aan elkaar vertellen wat je wel begrijpt. Bovendien wordt de student zo uitgedaagd zelf te ontdekken dat er vaak meerdere wegen zijn die tot het gevraagde resultaat leiden. Een beter inzicht en grotere vaardigheid is alleen te bereiken door veel en regelmatig te oefenen. Voor een goede afstemming en dosering is ook hier wel de hand van de meester nodig: de docent.

C. Hartsuijker

Nootdorp, zomer 1999/voorjaar 2015

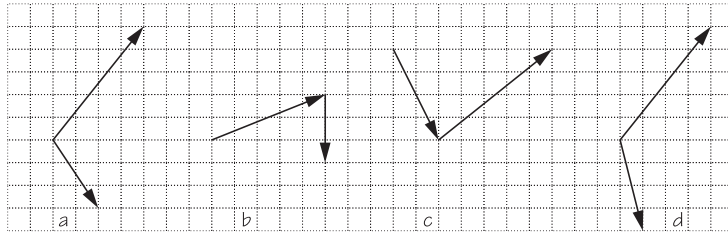
Inhoud

2	Statica van een puntdeeltje	5
3	Statica van een star lichaam	14
4	Constructies	25
5	Berekenen van oplegreacties en verbindingskrachten	32
6	Belastingen	46
7	Gas- en vloeistofdrukken	55
8	Gronddrukken	66
9	Vakwerken	75
10	Snedekrachten	92
11	Wiskundige beschrijving van het verband tussen snedekrachten en belasting	101
12	Momenten-, dwarskrachten- en normaalkrachtenlijnen	106
13	Rekenvoorbeelden M -, V - en N -lijnen	133
14	Kabel, krachtlijn en constructievorm	153
15	Virtuele arbeid	168
16	Invloedslijnen	171

2 Statica van een puntdeeltje

Samenstellen van krachten in het platte vlak (paragraaf 2.1.1 en 2.1.2)

2.1 Welke combinatie van krachten heeft de kleinste resultante?

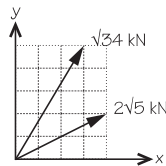


2.2 Op een puntdeeltje werken twee krachten, waarvan de grootte en richting in de figuur zijn aangegeven.

Gevraagd:

Bepaal de grootte en richting van de resultante van beide krachten:

- grafisch (kies als schaal 5 mm $\equiv$ 1 kN);
- analytisch.

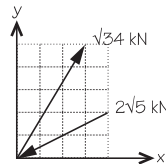


2.3 Op een puntdeeltje werken twee krachten, waarvan de grootte en richting in de figuur zijn aangegeven. De resultante is R .

Gevraagd:

Bereken de componenten R_x en R_y :

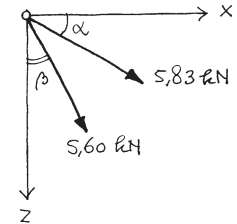
- analytisch;
- grafisch (kies als schaal 5 mm $\equiv$ 1 kN).



2.4 Op een puntdeeltje werken twee krachten. De waarden zijn bijgeschreven in kN. Voor de richtingen geldt: $\tan \alpha = 3/5$ en $\tan \beta = 1/2$.

Gevraagd:

- Bereken grafisch de resultante van deze twee krachten.
- Controleer de uitkomst analytisch.



2.5 Op puntdeeltje P werken vier krachten.

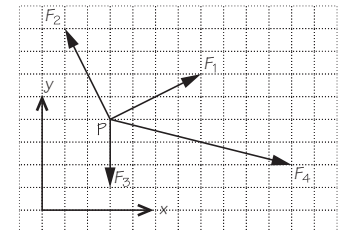
De richtingen van de krachten kunnen uit de figuur worden afgelezen. De krachten zijn niet op schaal getekend.

$$F_1 = 15\sqrt{5} \text{ kN}, F_2 = 10\sqrt{5} \text{ kN}, F_3 = 30 \text{ kN} \text{ en } F_4 = 5\sqrt{17} \text{ kN}$$

Gevraagd:

Bereken de grootte en richting van de resultante van deze vier krachten:

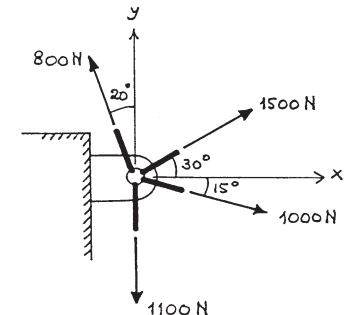
- grafisch
(kies als schaal 1 mm $\equiv$ 1 kN);
- analytisch.



2.6 Aan een console is een aantal kabels bevestigd, die (in het platte vlak) op de console de getekende krachten uitoefenen.

Gevraagd:

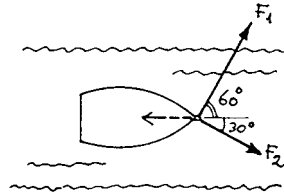
De grootte en richting van de resulterende kracht op de console.



2.7 Een bootje wordt door twee kabels op het midden van een rivier gehouden. De richting waarmee het bootje aan beide kabels trekt is gestippeld aangegeven.

Gevraagd:

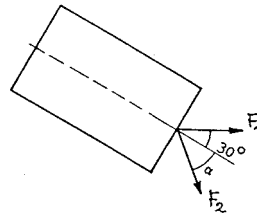
Bereken F_2 als $F_1 = 1000 \text{ N}$.



2.8 Een bak wordt door twee sleepboten in de richting van zijn lengte-as gesleept met een kracht van 20 kN. De richtingen van de door de sleepkabels op de bak uitgeoefende krachten F_1 en F_2 zijn in de figuur aangegeven.

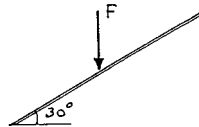
Gevraagd:

- Bereken F_1 en F_2 als $\alpha = 45^\circ$.
- De waarde van α waarbij F_2 minimaal is. Hoe groot zijn dan F_1 en F_2 ?

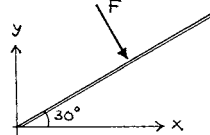


Ontbinden van krachten in het platte vlak (paragraaf 2.1.3 en 2.1.4)

2.9 Bereken van de verticale kracht F op een schuin dak de componenten loodrecht op en evenwijdig aan het dakvlak.

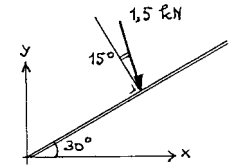


2.10 Bereken van de kracht F loodrecht op een schuin dak de componenten F_x en F_y , evenwijdig aan respectievelijk de x - en y -as.



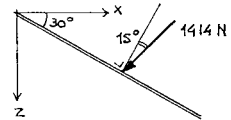
2.11 Ontbind de kracht van 1,5 kN op het dakvlak in:

- componenten loodrecht op en evenwijdig aan het dakvlak;
- componenten in de x - en y -richting.



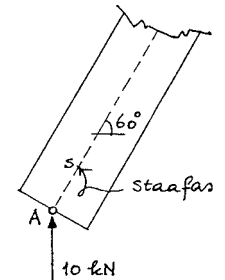
2.12 Ontbind de kracht van 1414 N op het dakvlak in:

- componenten loodrecht op en evenwijdig aan het dakvlak;
- componenten in de x - en z -richting.



2.13 Ontbind de getekende kracht van 10 kN in A in componenten loodrecht op en evenwijdig aan de staafas s:

- grafisch (vermeld de schaal waarop de krachten worden uitgezet);
- analytisch.

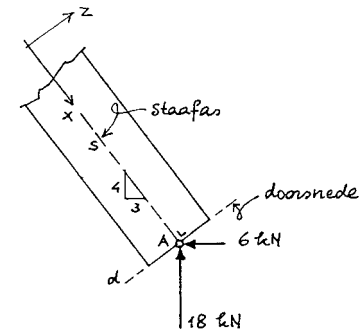


2.14 In staafeinde A werken op doorsnede d de getekende krachten van 6 en 18 kN.

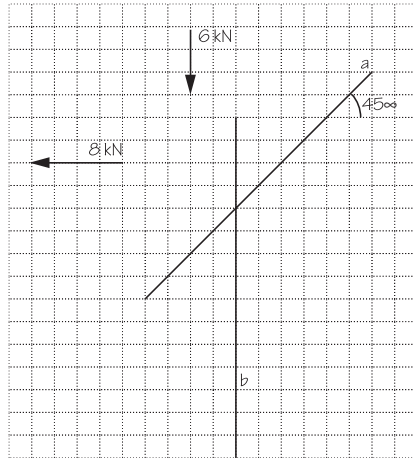
Gevraagd:

Ontbind de resulterende kracht in A in:

- componenten loodrecht op en evenwijdig aan doorsnede d;
- de componenten F_x en F_z .



2.15 De resultante R van de twee getekende krachten wordt ontbonden in de componenten R_a en R_b , evenwijdig aan de richtingen a en b.



Gevraagd:

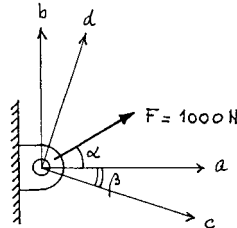
- Teken de werklijnen van R_a en R_b .
- Bereken R_a en R_b .
- Teken R_a en R_b op hun werklijnen (in de richtingen waarin zij werken) en schrijf hun waarden erbij.

2.16 Op een console werkt een kracht $F = 1000 \text{ N}$. Verder geldt: $\alpha = \beta = 30^\circ$.

Gevraagd:

Ontbind deze kracht in componenten in respectievelijk:

- de a- en b-richting;
- de c- en d-richting;
- de a- en c-richting;
- de b- en c-richting.



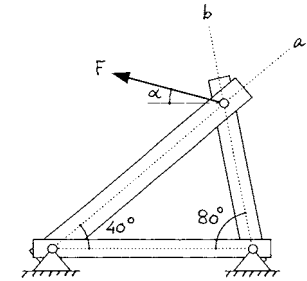
2.17 Als opgave 2.16, maar nu met $\alpha = 20^\circ$ en $\beta = 30^\circ$.

2.18 Op een juk werkt een trekkracht F onder een helling α .

Gevraagd:

Ontbind deze kracht in de componenten F_a en F_b langs de werklijnen a en b, voor het geval dat:

- $\alpha = 20^\circ$ en $F = 38,0 \text{ kN}$;
- $\alpha = 35^\circ$ en $F = 36,8 \text{ kN}$;
- $\alpha = 50^\circ$ en $F = 43,3 \text{ kN}$.

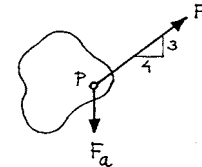


2.19 Een kracht F in P wordt ontbonden in de componenten F_a en F_b .

Gevraagd:

De grootte en richting van F_b als $F = 5 \text{ kN}$ en $F_a = 1 \text{ kN}$:

- grafisch (kies als schaal $5 \text{ mm} \equiv 1 \text{ kN}$);
- analytisch.

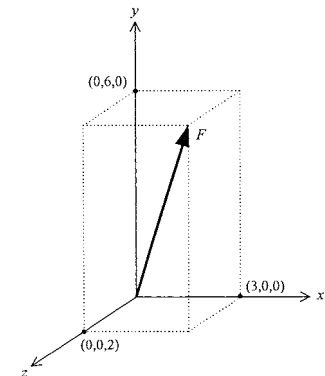


2.20 Als opgave 2.19, maar nu met $F = F_a = 5 \text{ kN}$.

Een kracht in de ruimte ontbinden in zijn componenten (paragraaf 2.2.1)

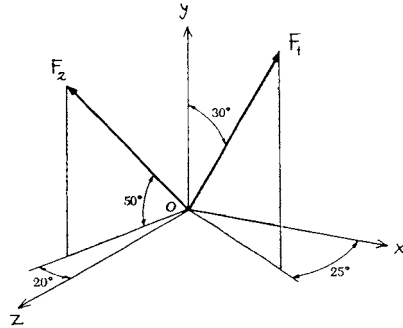
2.21 *Gevraagd:*

- Bepaal de componenten in x-, y- en z-richting van de kracht F voor het geval dat $F = 35 \text{ kN}$.
- Bereken de hoeken α_x , α_y en α_z die F maakt met respectievelijk de x-, y- en z-as.



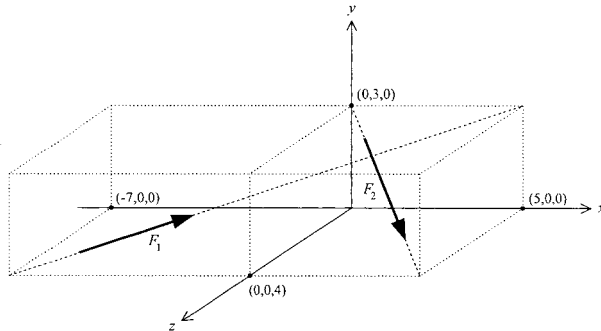
2.22 Bepaal van de getekende krachten de componenten in x -, y - en z -richting en de hoeken α_x , α_y en α_z die zij maken met respectievelijk de x -, y - en z -as:

- $F_1 = 1250 \text{ N}$;
- $F_2 = 1500 \text{ N}$.



2.23 Bepaal van de getekende krachten de componenten in x -, y - en z -richting en de hoeken α_x , α_y en α_z die zij maken met respectievelijk de x -, y - en z -as:

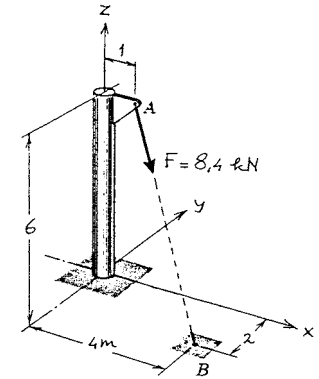
- $F_1 = 6,5 \text{ kN}$;
- $F_2 = 17,7 \text{ kN}$.



2.24 Kabel AB oefent op de console in A een trekkracht $F = 8,4 \text{ kN}$ uit.

Gevraagd:

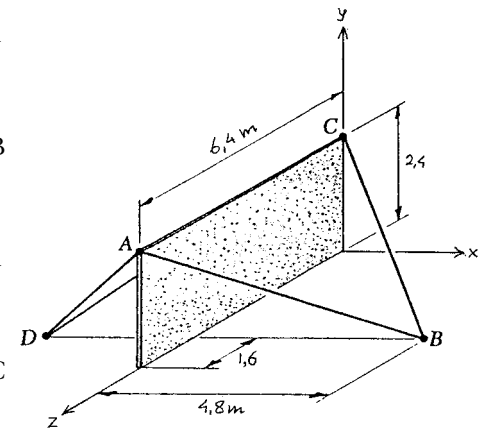
Bereken de x -, y - en z -component van de kracht in A.



2.25 Een geprefabriceerde betonnen wand wordt tijdelijk door kabels op zijn plaats gehouden.

Gevraagd:

- Als in kabel AB een trekkracht van $3,5 \text{ kN}$ werkt, bereken dan de componenten van de kracht die kabel AB in A op de wand uitoefent.
- Als in kabel BC een trekkracht van $4,5 \text{ kN}$ werkt, bereken dan de componenten van de kracht die kabel BC in C op de wand uitoefent.



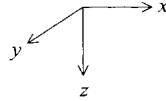
Resultante van de krachten op een puntdeeltje in de ruimte (paragraaf 2.2.2)

2.26 De componenten van een kracht zijn:

$$F_x = +7,5 \text{ kN}, F_y = +17,5 \text{ kN} \text{ en } F_z = -10 \text{ kN}.$$

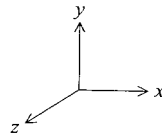
Gevraagd:

Bepaal de grootte en richting van deze kracht.



2.27 Van drie krachten F_1 , F_2 en F_3 zijn in onderstaande tabel de componenten gegeven.

	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)
F_1	-60	20	100
F_2	30	50	-80
F_3	90	20	-60



Gevraagd:

De resultante van deze drie krachten in grootte en richting.

2.28 Drie krachten F_a , F_b en F_c in de oorsprong O van het x - y - z -assenstelsel zijn gericht op resp. de punten A(-1,2,4), B(3,0,-3) en C(2,-2,4).

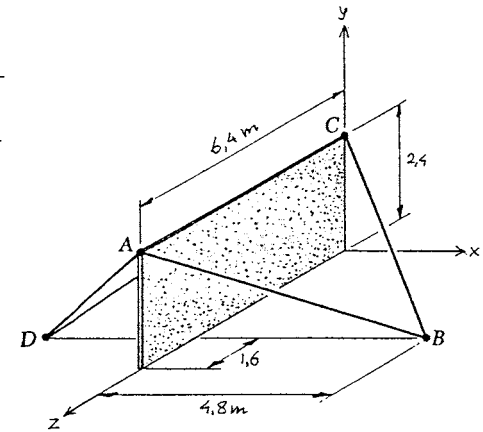
Gevraagd:

Bereken de grootte en richting van de resultante van deze drie krachten als $F_a = 200 \text{ N}$, $F_b = 50 \text{ N}$ en $F_c = 150 \text{ N}$.

2.29 Een geprefabriceerde betonnen wand wordt tijdelijk door kabels op zijn plaats gehouden. In de kabels AB en BC heerst een trekkracht van resp. 7,0 kN en 6,0 kN.

Gevraagd:

Bereken de grootte en richting van de kracht die de kabels AB en BC gezamenlijk op verankering B uitoefenen.



2.30 In D(5,10,0) werken de drie krachten $F_1 = 3 \text{ kN}$, $F_2 = 4 \text{ kN}$ en $F_3 = 5 \text{ kN}$.

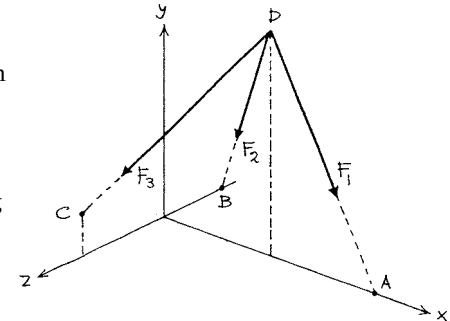
F_1 is gericht naar A(10,0,0),

F_2 is gericht naar B(0,0,-3) en

F_3 is gericht naar C(0,2,4).

Gevraagd:

Bereken in grootte en richting de resultante van deze drie krachten.



2.31 Een kracht F grijpt aan in de oorsprong O van het x - y - z -assenstelsel. De kracht maakt een hoek van 150° met de z -as. De componenten in x - en y -richting zijn respectievelijk $F_x = 4 \text{ kN}$ en $F_y = 3 \text{ kN}$.

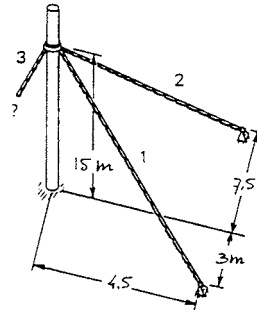
Gevraagd:

- Bereken de grootte van F .
- Bereken de component F_z .
- Bereken de richtingscosinussen van F .

2.32 Een slanke stalen mast is in de top afgetuid met drie strak gespannen kabels. In de kabels 1 en 2 heerst een trekkracht van 5,9 kN. Kabel 3 maakt een hoek van 30° met de mast. De krachten die de drie kabels op de mast uitoefenen hebben een verticale resultante. Neem aan dat alle krachten door één punt gaan.

Gevraagd:

- Bereken de grootte van de trekkracht in kabel 3.
- Bepaal voor kabel 3 de plaats van de verankering in het maaiveld.



Evenwicht van een puntdeeltje in het platte vlak (paragraaf 2.3.1 en 2.3.2)

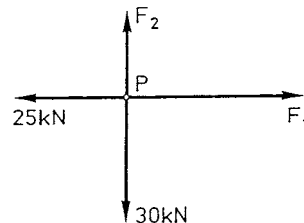
2.33 Op een puntdeeltje P werken vijf krachten, waarvan er vier zijn getekend. Het puntdeeltje verkeert in evenwicht. Er geldt $F_1 = 40$ kN en $F_2 = 20$ kN.

Gevraagd:

De richting van de vijfde kracht.

Deze werkt naar:

- rechtsboven;
- linksboven;
- rechtsonder;
- linksonder.



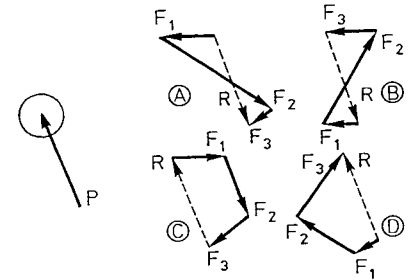
2.34 Als opgave 2.34, maar nu met $F_1 = F_2 = 35$ kN.

2.35 Als opgave 2.34, maar nu met $F_1 = 10$ kN en $F_2 = -15$ kN.

2.36 Een puntdeeltje wordt belast door drie krachten F_1 , F_2 en F_3 , waarvan de resultante R is. Het lichaam wordt in evenwicht gehouden door een extra kracht P .

Gevraagd:

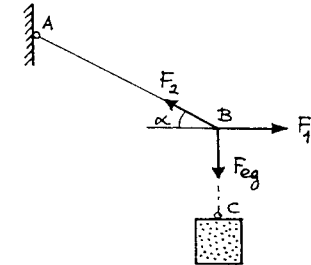
Welke van de geschetste krachtenveelhoeken voor F_1 , F_2 en F_3 en R is goed?



2.37 Kabel ABC draagt in C een blok met een massa $m = 50$ kg. Op punt B van de kabel werken de getekende krachten F_1 , F_2 en F_{eg} . F_{eg} is gelijk aan het gewicht van het blok. Er is evenwicht.

Gevraagd:

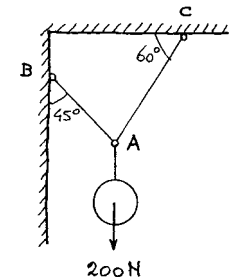
- Bereken F_1 als $\tan \alpha = 0,5$.
- Bereken F_1 als functie van α ; teken dit in een grafiek.



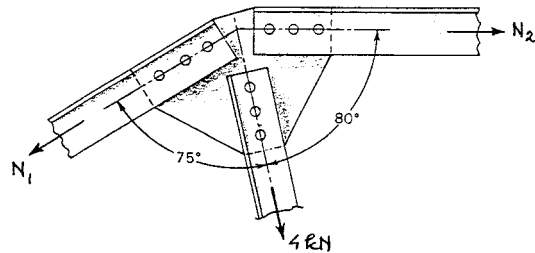
2.38 Een lamp met een gewicht van 200 N is opgehangen aan twee draden.

Gevraagd:

- Bereken en teken alle krachten die op knooppunt A werken.
- Teken ook de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt A.



2.39 Op een knooppunt van een vakwerk werken drie krachten. Er is evenwicht.



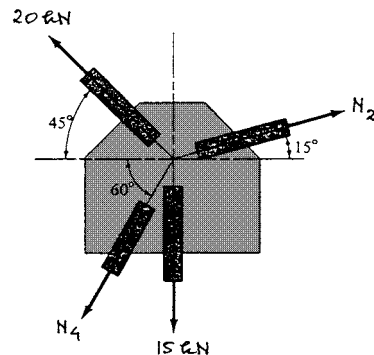
Gevraagd:

- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van het knooppunt.
- Bereken de krachten N_1 en N_2 . Zijn dit trek- of drukkrachten?

2.40 Op een knooppunt uit een vakwerkbrug werken vier krachten. Er is evenwicht.

Gevraagd:

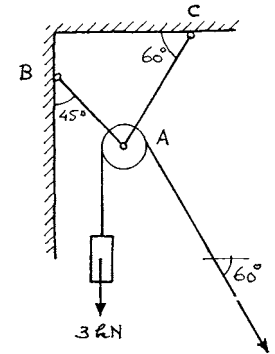
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van het knooppunt.
- Bereken de krachten N_2 en N_4 . Zijn dit trek- of drukkrachten?



2.41 Een katrol is opgehangen aan twee staven. Over de katrol loopt een kabel waaraan een gewicht van 3 kN hangt. De trekkracht in de kabel is aan beide kanten van de katrol gelijk (dit kan worden aangetoond met behulp van de kennis uit hoofdstuk 3).

Gevraagd:

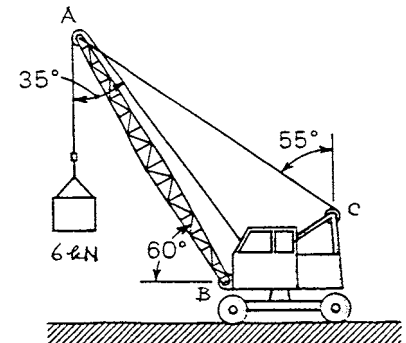
Bereken uit het krachtenevenwicht van de katrol de krachten die de staven in de getekende situatie op de katrol uitoefenen.



2.42 Top A van de kraan wordt geschematiseerd als een puntdeeltje. De trekkracht in de kabel is aan beide kanten van de katrol gelijk (dit kan worden aangetoond met behulp van de kennis uit hoofdstuk 3). De kracht die giek AB op puntdeeltje A uitoefent heeft zijn werklijn langs AB.

Gevraagd:

Teken puntdeeltje A en bereken en teken alle krachten die er op werken. Schets ook de krachtenveelhoek voor het evenwicht van het puntdeeltje.

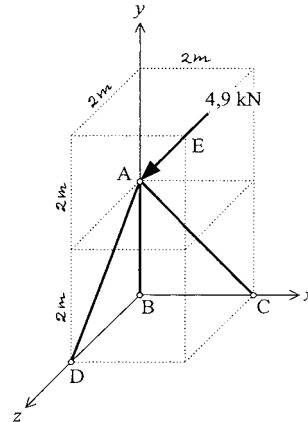


Evenwicht van een puntdeeltje in de ruimte (paragraaf 2.3.2)

2.43 Drie in A met elkaar verbonden staven kunnen alleen krachten in hun asrichting overbrengen. Knooppunt A wordt belast door de getekende kracht van 4,9 kN, met zijn werklijn door E.

Gevraagd:

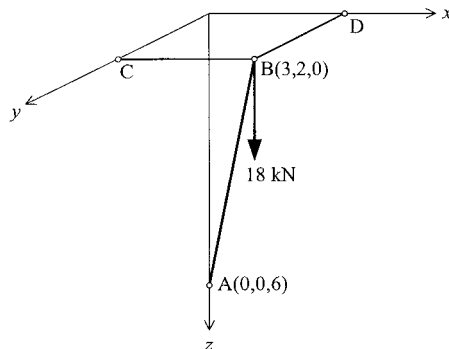
Bereken de krachten die de staven op knooppunt A uitoefenen. Heersen in de staven trek- of drukkrachten?



2.44 Een laadboom AB is in A(0,0,6) scharnierend opgelegd en wordt in B(3,2,0) gesteund door twee horizontale draden BC en BD, evenwijdig aan resp. de x- en y-as. De verticale last in B bedraagt 18 kN.

Gevraagd:

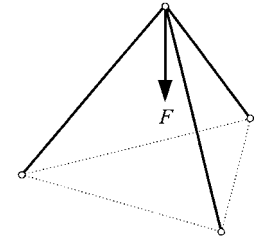
Bereken de krachten die AB, BC en BD op knooppunt B uitoefenen als hun werklijnen langs de getekende assen vallen.



2.45 Een bok bestaat uit drie 4,5 m lange palen. De drie voetpunten vormen een gelijkzijdige driehoek met zijden lang 3,9 m. De bok draagt een verticale last $F = 13$ kN. De palen kunnen alleen krachten in hun asrichting overbrengen.

Gevraagd:

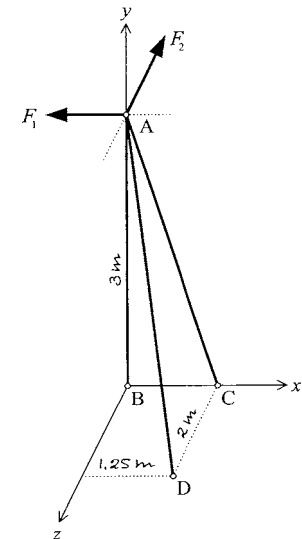
Bereken de drukkrachten in de palen.



2.46 Drie in A met elkaar verbonden staven kunnen alleen krachten in hun asrichting overbrengen. Knooppunt A wordt belast door de twee getekende krachten $F_1 = 3,75$ kN en $F_2 = 5,25$ kN, evenwijdig aan resp. de x- en y-as.

Gevraagd:

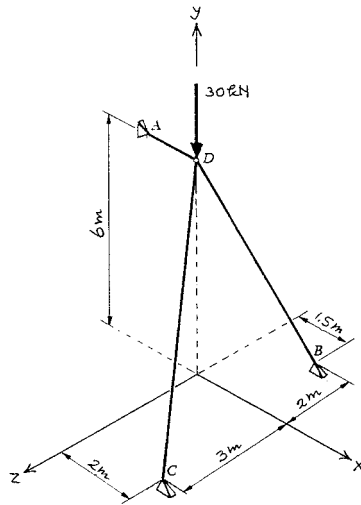
Bereken de krachten die de staven op knooppunt D uitoefenen. Heersen in de staven trek- of drukkrachten?



2.47 Drie in D met elkaar verbonden staven kunnen alleen krachten in hun asrichting overbrengen. Knooppunt D wordt belast door een verticale kracht van 30 kN.

Gevraagd:

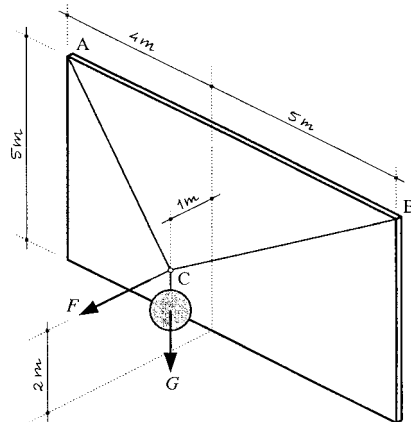
Bereken de krachten die de staven op knooppunt D uitoefenen. Zijn dit trek- of drukkrachten?



2.48 Een last met een gewicht $G = 9 \text{ kN}$ hangt in C aan de kabels AC en BC. De kabels zijn bevestigd aan de hoekpunten van een verticale wand. Een horizontale kracht F , loodrecht op de wand, houdt het blok in de getekende positie.

Gevraagd:

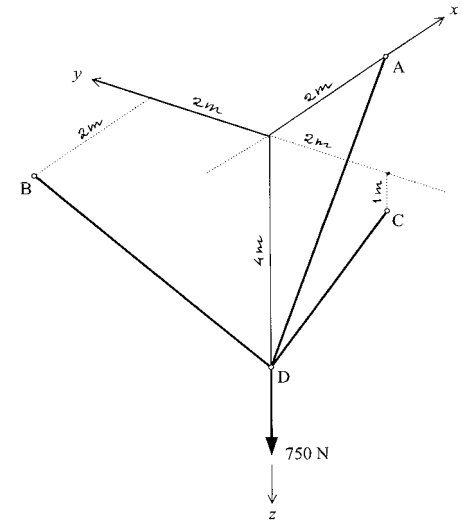
- Bereken uit het evenwicht van knooppunt C de grootte van de kracht F .
- Bereken ook de krachten in de kabels.



2.49 In D hangt aan drie draden een gewicht van 750 N. De ophangpunten A en B liggen in het horizontale x-y-vlak; ophangpunt C ligt daar 1 m onder.

Gevraagd:

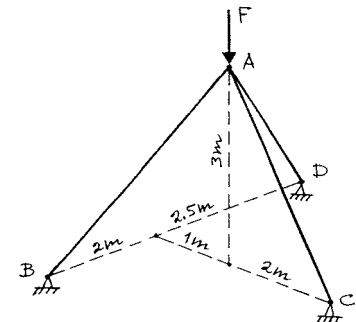
Bereken de krachten in de draden.



2.50 Een bok bestaat uit drie in A met elkaar verbonden staven die alleen krachten in hun asrichting kunnen overbrengen. Knooppunt A wordt belast door een verticale kracht F . In geen van de staven mag de drukkracht groter worden dan 12 kN.

Gevraagd:

- Bereken de maximum belasting die de bok kan dragen.
- Hoe groot zijn dan de krachten in de staven, en zijn dit trek- of drukkrachten?

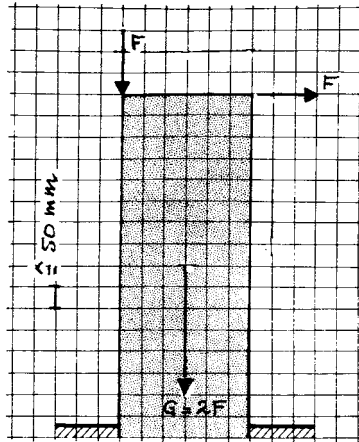


3 Statica van een star lichaam

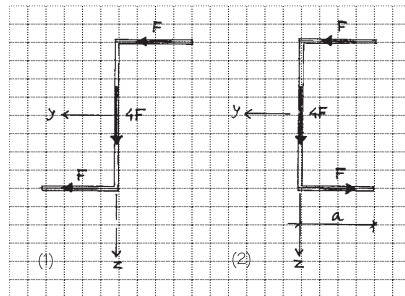
Grafisch samenstellen van krachten (paragraaf 3.1.2 en 3.1.3)

3.1 De werklijn van de resultante van de twee krachten F en het gewicht $G = 2F$ van het blok snijdt de rechterkant van het blok op een afstand a van de bovenkant.

Gevraagd:
Hoe groot is a ?



3.2-1/2 In lijf en flenzen van een dunwandig profiel werken de getekende krachten. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 25$ mm.

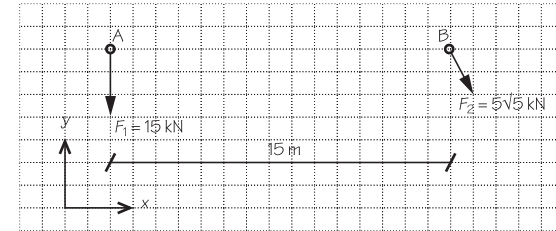


Gevraagd:

- Bepaal in een krachtenveelhoek de grootte en richting van de resultante van deze krachten.
- Hoe groot zijn de componenten van de resultante in het aangegeven y - z -assenstelsel?
- Bepaal in een werklijnenfiguur de ligging van de werklijn van de resultante; in welk punt snijdt deze werklijn de y -as?

3.3 Op een lichaam werken in de punten A en B de krachten F_1 en F_2 . Het lichaam is niet getekend.

Krachtenschaal: 1 hokje $\equiv 5$ kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m.



Gevraagd:

Bepaal grafisch (in een krachtenveelhoek) de grootte en richting van de resultante van beide krachten en (in een werklijnenfiguur) de ligging van de werklijn.

Aanwijzing: Maak gebruik van hulpskrachten in A en B ter grootte van 15 kN.

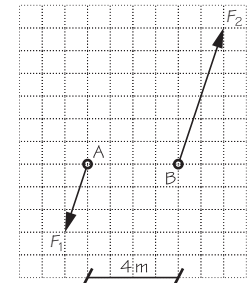
3.4 Op een lichaam grijpen in A en B de twee evenwijdige krachten F_1 en F_2 aan. Het lichaam is niet getekend.

Krachtenschaal: 1 hokje $\equiv 10$ kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m.

Gevraagd:

Bepaal grafisch (in een krachtenveelhoek) de grootte en richting van de resultante van beide krachten en (in een werklijnenfiguur) de ligging van de werklijn.

Aanwijzing: Maak gebruik van hulpskrachten in A en B ter grootte van 40 kN.



Moment van een koppel (paragraaf 3.1.4)

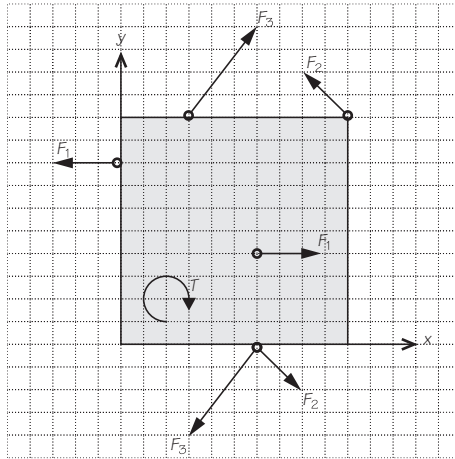
3.5 Op een blok werkt in het x - y -vlak een viertal koppels.

Krachtschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

Gevraagd:

Hoe groot is in het aangegeven x - y -assenstelsel het moment van:

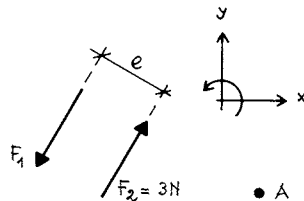
- het koppel gevormd door het krachtenpaar F_1 ;
- het koppel gevormd door het krachtenpaar F_2 ;
- het koppel gevormd door het krachtenpaar F_3 ;
- het koppel T als $T = 10$ kNm;
- het resulterend koppel.

**Moment van een kracht ten opzichte van een punt** (paragraaf 3.1.5)

3.6 F_1 en F_2 zijn statisch equivalent met een koppel.

Gevraagd:

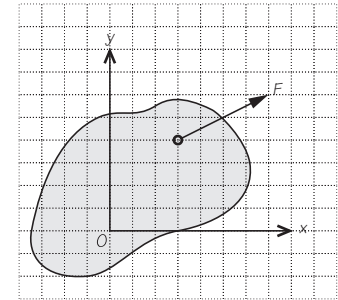
- Hoe groot is de afstand e tussen beide krachten als is gegeven: het moment van F_1 om A is $+2160$ Nmm en het moment van F_2 om A is -1620 Nmm.
- Hoe groot is de afstand e tussen beide krachten als is gegeven: het moment van F_1 om een punt B is $+2160$ Nmm en het moment van F_2 om datzelfde punt B is $+1620$ Nmm.



3.7 Op het getekende lichaam werkt in A een kracht F .
Krachtschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

Gevraagd:

Bereken op vier (!) manieren het moment van F ten opzichte van de oorsprong O van het aangegeven x - y -assenstelsel.

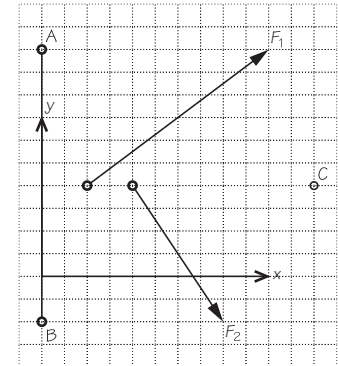


3.8 De krachten F_1 en F_2 zijn respectievelijk 250 en 180 kN.
Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 0,5 m.

Gevraagd:

Het moment om respectievelijk A, B en C van:

- F_1 ;
- F_2 ;
- de resultante van F_1 en F_2 .



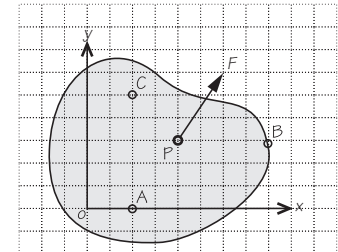
3.9 Bij een star lichaam mag een kracht evenwijdig aan zijn werklijn worden verplaatst onder toevoeging van een koppel.

Krachtschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

Gevraagd:

Hoe groot is het moment van dat koppel als de kracht F in P wordt verschoven naar respectievelijk:

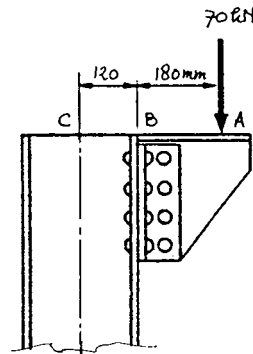
- A
- B
- C
- O



3.10 Een console aan een kolom wordt in A belast door een verticale kracht van 70 kN.

Gevraagd:

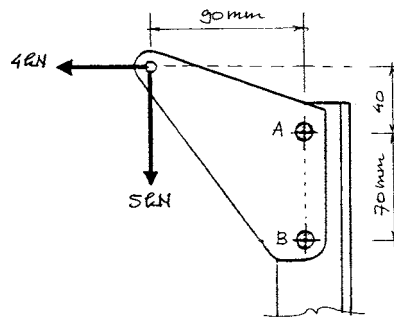
- Vervang de kracht in A door een kracht in B en een koppel.
- Vervang de kracht in A door een kracht in C en een koppel.



3.11 Op een console werkt een horizontale kracht van 4 kN en een verticale kracht van 5 kN. Om de krachten in de bouten A en B te berekenen wordt de belasting onder toevoeging van een koppel verplaatst naar een punt precies midden tussen A en B.

Gevraagd:

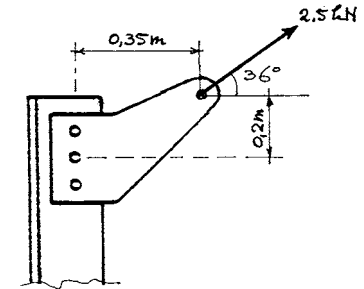
De grootte en richting van het koppel.



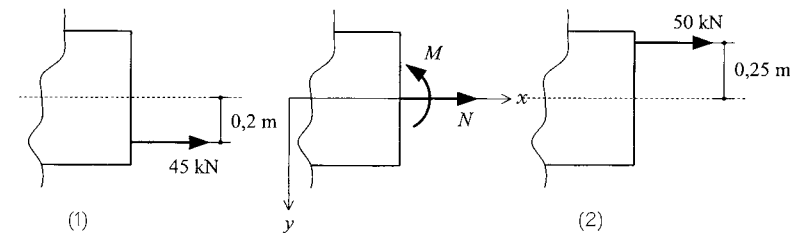
3.12 Onderstaande console is met drie bouten bevestigd aan een kolom. Om de boutverbindingen te berekenen wordt de belasting op de console vervangen door een horizontale en een verticale kracht ter plaatse van de middelste bout, tezamen met een koppel.

Gevraagd:

De grootte en richting van de krachten en het koppel.



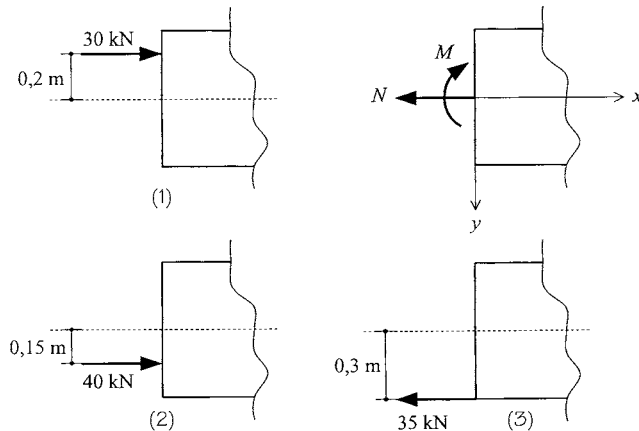
3.13-1/2 In de linker figuur werkt op een doorsnede een excentrisch aangrijpende trekkraft. Deze kracht is statisch equivalent met een normaalkracht N en een buigend moment M . De positieve richtingen van N en M zijn in de middelste figuur aangegeven.



Gevraagd:

Bereken N en M , met het goede teken. Teken N en M ook zoals zij in werkelijkheid werken, en schrijf hun waarden erbij.

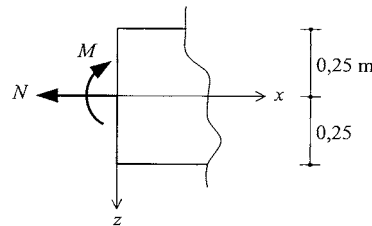
Opmerking: N (normaalkracht) en M (buigend moment) zijn zogenaamde snedekrachten. Hun naamgeving en tekenafspraken worden nader behandeld in hoofdstuk 10.

3.14-1 t/m 3 Als opgave 3.13.

3.15 In een doorsnede werken de snedekrachten $N = 150$ kN en $M = 21$ kNm. Zij kunnen worden vervangen door een enkele kracht aangrijpend op een afstand e_z van de x -as, waarbij wordt aangenomen dat e_z positief is als de kracht aan de positieve kant van de x -as aangrijpt.

Gevraagd:

- Teken N en M zoals zij in werkelijkheid op de doorsnede werken en schrijf hun waarden erbij.
- Bereken e_z met het juiste teken.
- Teken in de doorsnede op de juiste plaats en in de juiste richting de kracht die in grootte en richting statisch equivalent is met N en M . Schrijf de waarde er bij.



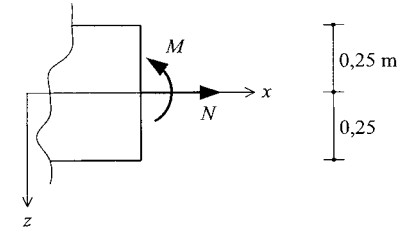
3.16 Als opgave 3.15, maar nu met:

- $N = -1$ kN en $M = +150$ Nm.
- $N = +42$ kN en $M = -10,5$ kNm.

3.17 In een doorsnede werken de snedekrachten $N = -35$ kN en $M = +10,5$ kNm. Zij kunnen worden vervangen door een enkele kracht aangrijpend op een afstand e_z van de x -as, waarbij wordt aangenomen dat e_z positief is als de kracht aan de positieve kant van de x -as aangrijpt.

Gevraagd:

- Teken N en M zoals zij in werkelijkheid op de doorsnede werken en schrijf hun waarden erbij.
- Bereken e_z met het juiste teken.
- Teken in de doorsnede op de juiste plaats en in de juiste richting de kracht die in grootte en richting statisch equivalent is met N en M . Schrijf de waarde er bij.



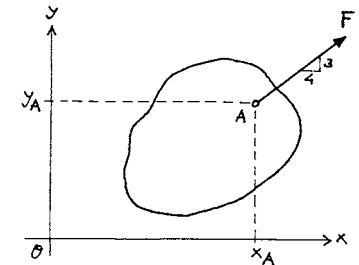
3.18 Als opgave 3.17, maar nu met:

- $N = -25$ kN en $M = -20$ kNm.
- $N = +42$ kN en $M = -10,5$ kNm.

3.19 In A werkt een kracht $F = 100$ kN. Het moment van deze kracht om O bedraagt: $T_z|_O = 300$ kNm.

Gevraagd:

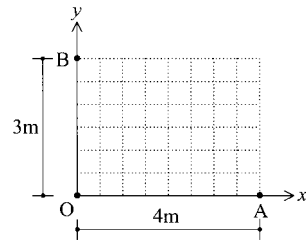
Waar snijdt de werklijn van deze kracht de x -as, respectievelijk y -as?



3.20 Van een kracht F gaat de werklijn door de punten A en B. Voor het moment van F om O geldt: $T_z|_O = 6 \text{ kNm}$.

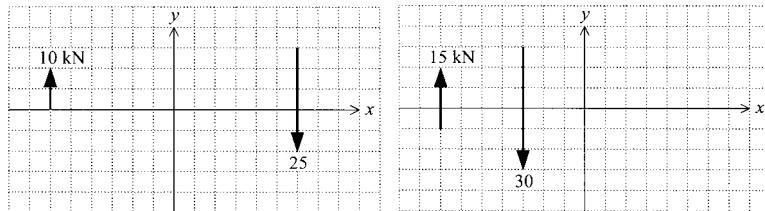
Gevraagd:

De componenten F_x en F_y .



Analytisch samenstellen van krachten en koppels (paragraaf 3.1.7)

3.21-1/2 De twee krachten zijn statisch equivalent met een enkele kracht R .



(1)

(2)

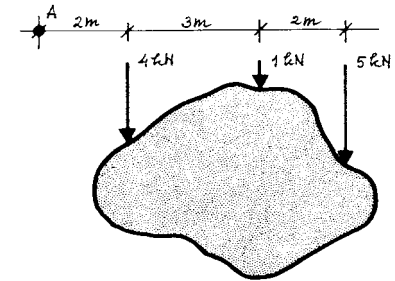
Gevraagd:

Waar snijdt de werklijn van R de x -as?

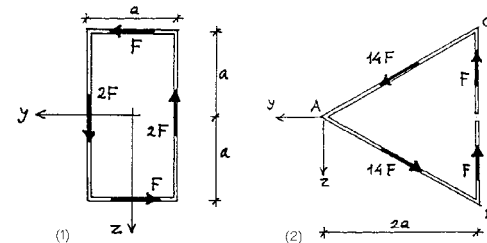
3.22 De resultante van de drie evenwijdige krachten op het lichaam is R .

Gevraagd:

De afstand van de werklijn van R tot punt A.



3.23-1/2 In een dunwandige doorsnede werken de getekende krachten.

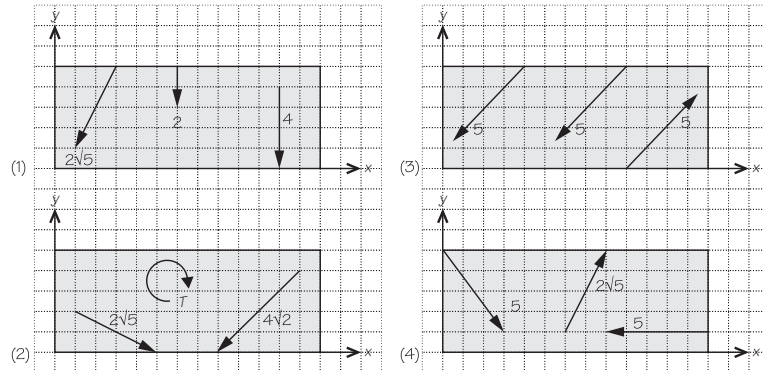


Gevraagd:

De werklijn, grootte en richting van de resultante van deze krachten.

3.24-1 t/m 4 Op een blok werkt een aantal krachten. In geval (2) werk er ook nog een koppel $T = 36 \text{ kNm}$.

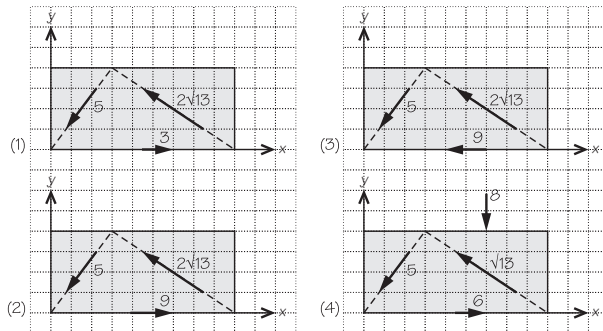
Krachtenschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ kN}$. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ m}$.



Gevraagd:

De resultante.

3.25-1 t/m 4 Op een blok werken drie krachten. De krachten zijn niet op schaal getekend; de waarden zijn bijgeschreven in kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

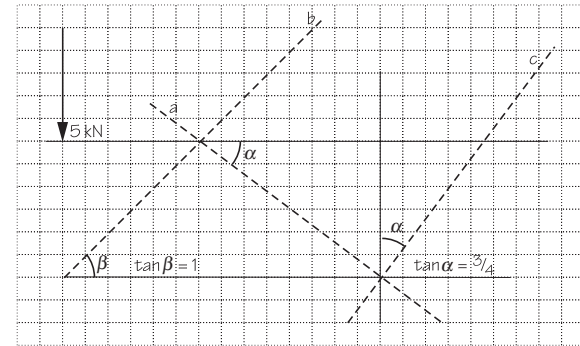


Gevraagd:

De resultante.

Ontbinden van een kracht (koppel) langs drie gegeven werklijnen (paragraaf 3.18 en 3.19)

3.26 De kracht F wordt vervangen door drie krachten F_a , F_b en F_c met gegeven werklijnen a, b en c.

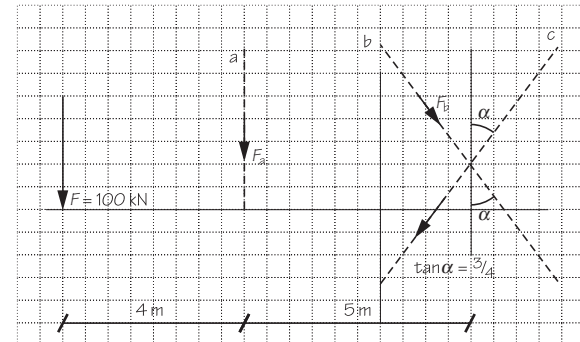


Gevraagd:

Bereken de krachten F_a , F_b en F_c :

- grafisch;
- analytisch.

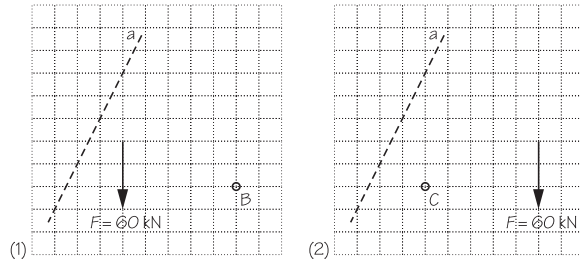
3.27 De kracht F wordt ontbonden in de componenten F_a , F_b en F_c met gegeven werklijnen a, b en c.



Gevraagd:

De grootte en richting van F_a , F_b en F_c .

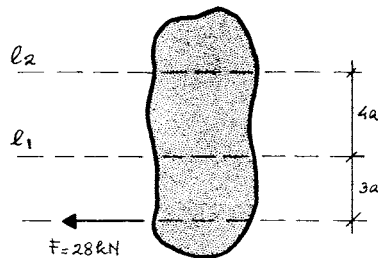
3.28-1/2 De kracht $F = 60 \text{ kN}$ wordt vervangen door een kracht langs werklijn a en een kracht door punt B, resp. punt C.



Gevraagd:

De grootte en richting van deze krachten.

3.29 De kracht $F = 28 \text{ kN}$ wordt ontbonden in twee evenwijdige krachten F_1 en F_2 met werklijnen ℓ_1 en ℓ_2 .



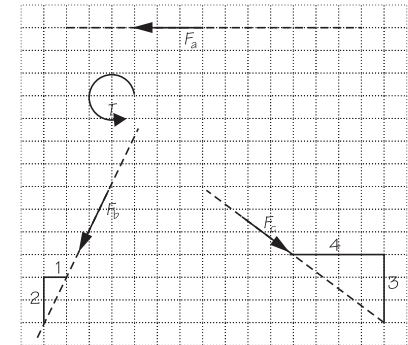
Gevraagd:

De grootte en richting van de krachten F_1 en F_2 .

3.30 Een koppel $T = 110 \text{ kNm}$ wordt ontbonden in de krachten F_a , F_b en F_c met gegeven werklijnen a , b en c . Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ m}$.

Gevraagd:

Bereken F_a , F_b en F_c .

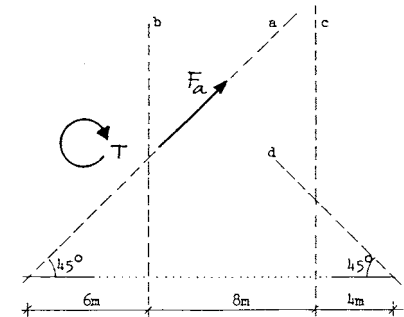


3.31 Vier krachten F_a , F_b , F_c en F_d met gegeven werklijnen a , b , c en d , hebben als resultante een koppel $T = 60 \text{ kNm}$.

De grootte en richting van de kracht F_a is gegeven: $F_a = 30\sqrt{2} \text{ kN}$.

Gevraagd:

Bereken F_b , F_c en F_d .



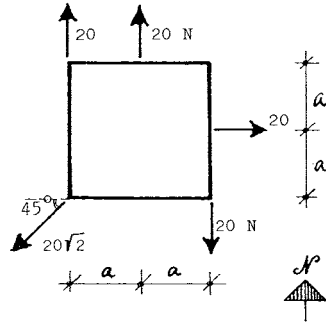
Evenwicht van een star lichaam in een plat vlak (paragraaf 3.2)

3.32 Op een blok werken in een horizontaal vlak de getekende krachten. Aangegeven is de noord-richting.

Gevraagd:

Welke van de uitspraken over de op het blok werkende krachten is juist?

- Ze voldoen aan de drie evenwichtsvoorwaarden.
- Ze vormen met elkaar een koppell.
- Hun resultante wijst in de zuid-west-richting.
- Hun resultante wijst in de oost-richting.

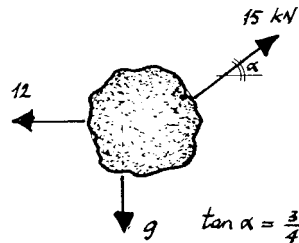


3.33 Op het lichaam werken de drie getekende krachten.

Gevraagd:

Welke uitspraak over het lichaam is waar?

- Er is momentenevenwicht.
- Er is krachteenwicht.
- Er is geen evenwicht.
- Er is wel evenwicht.

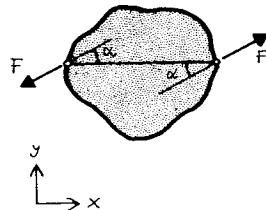


3.34 Op een lichaam werken twee evenwijdige krachten F .

Gevraagd:

Welke bewering is juist?

- $\sum F_x \neq 0$
- $\sum F_y \neq 0$
- $\sum T_z \neq 0$
- De constructie is in evenwicht.

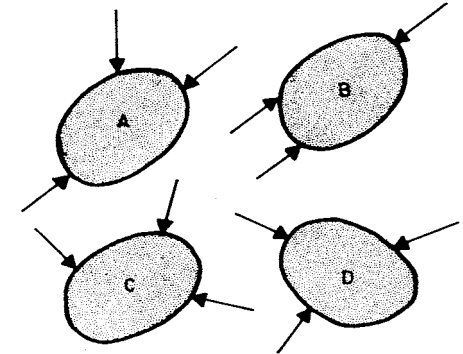


3.35 Van twee van de getekende lichamen is het feit of ze in evenwicht zijn of niet, afhankelijk van de grootte van de krachten. Van de andere twee lichamen is het absoluut zeker dat ze niet in evenwicht zijn (het eigen gewicht van de lichamen wordt verwaarloosd).

Gevraagd:

Welke twee lichamen zijn beslist niet in evenwicht?

- A en B
- A en C
- A en D
- B en C

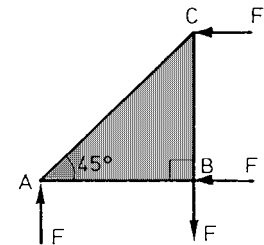


3.36 Op een driehoekige schijf ABC werken (in het vlak van de schijf) vier krachten F die *niet* met elkaar in evenwicht zijn. Er is een vijfde kracht nodig om evenwicht te bewerkstelligen.

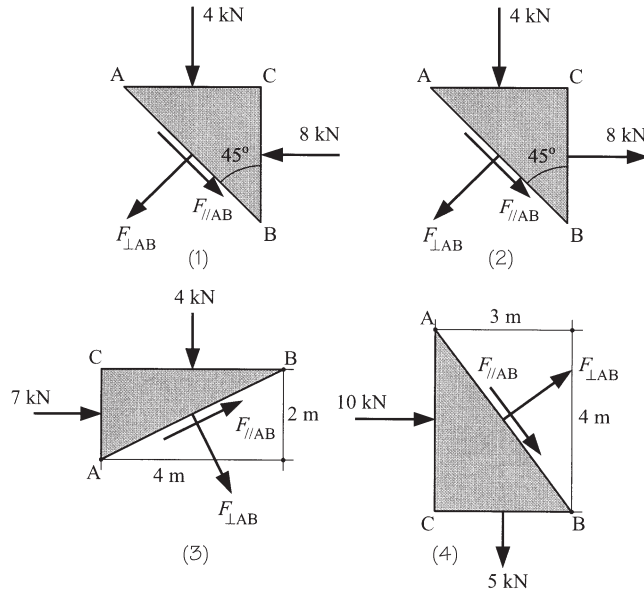
Gevraagd:

De werklijn van die vijfde kracht gaat door:

- A.
- B.
- C.
- geen van de punten A, B en C.



3.37-1 t/m 4 Op de randen van een driehoekige plaat ABC werken de getekende krachten. Zij grijpen aan in het midden van de randen. Er is evenwicht.



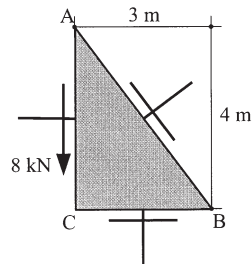
Gevraagd:

Bereken $F_{\parallel AB}$ en $F_{\perp AB}$, met het goede teken. Teken ook hoe deze krachten in werkelijkheid werken en schrijf hun waarden er bij.

3.38 Van de zes krachten die aangrijpen in het midden van de randen van de driehoekige plaat ABC is er één gegeven.

Gevraagd:

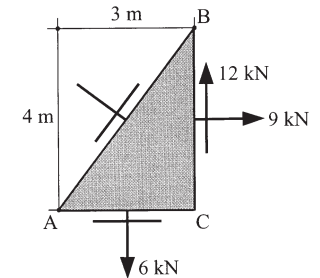
Welke van de vijf andere krachten kunt u berekenen?



3.39 Van de zes krachten die aangrijpen in het midden van de randen van de driehoekige plaat ABC is zijn er drie gegeven.

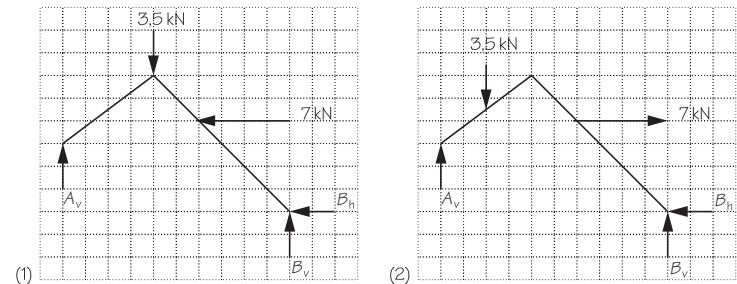
Gevraagd:

Bereken de andere drie krachten.



3.40-1/2 Een dakconstructie, belast door de getekende krachten van 7 en 3,5 kN, wordt in evenwicht gehouden door de krachten A_v , B_v en B_h .

Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 0,5 m.



Gevraagd:

Bereken de krachten A_v , B_v en B_h .

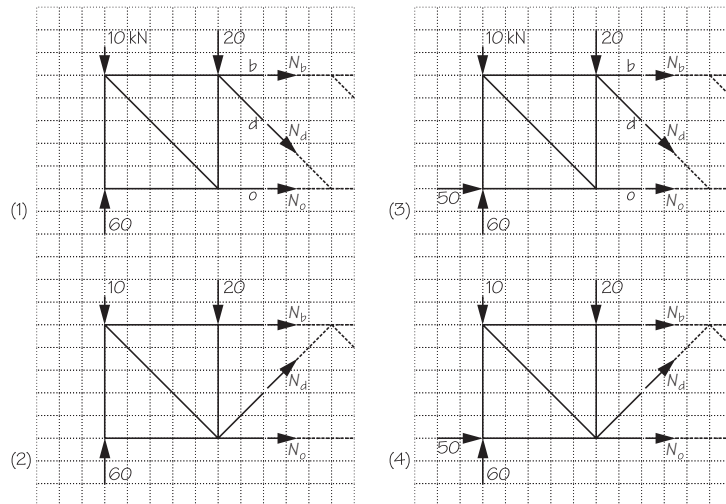
3.41-1 t/m 4 Het getekende afgesneden deel van een zogenaamd vakwerk is in evenwicht. Op het vakwerk werken de getekende krachten. De waarden zijn bijgeschreven in kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

Gevraagd:

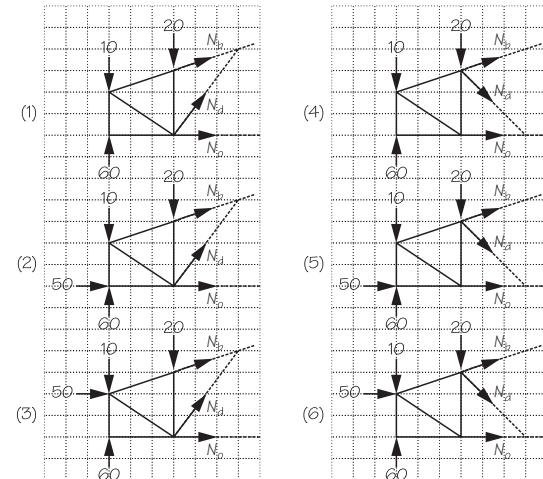
De krachten:

- N_b in bovenrandstaaf b;
- N_d in diagonaalstaaf d;
- N_o in onderrandstaaf o.

Opmerking: Vakwerken en de berekening van de staafkrachten N worden nader behandeld in hoofdstuk 9.



3.42-1 t/m 6 Het getekende afgesneden deel van een vakwerk verkeert in evenwicht onder invloed van de getekende krachten. De waarden zijn bijgeschreven in kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



Gevraagd:

De krachten:

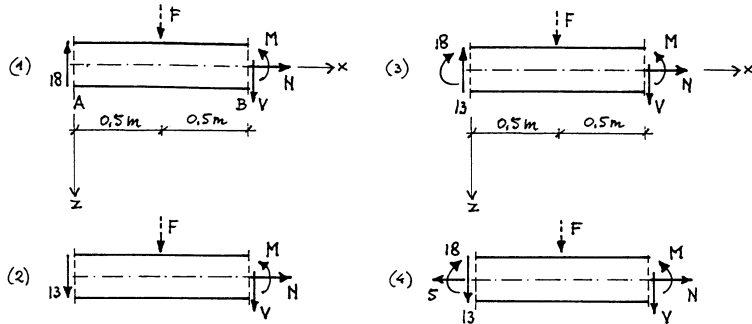
- N_b in bovenrandstaaf b;
- N_d in diagonaalstaaf d;
- N_o in onderrandstaaf o.

3.43-1 t/m 4 Uit een 'ligger' wordt een deel AB gesneden, met een lengte van 1 m. In doorsnede A werken de getekende snedekrachten. De krachten zijn aangegeven in kN en de koppels (zgn. buigend momenten) in kNm. Er is evenwicht.

Gevraagd:

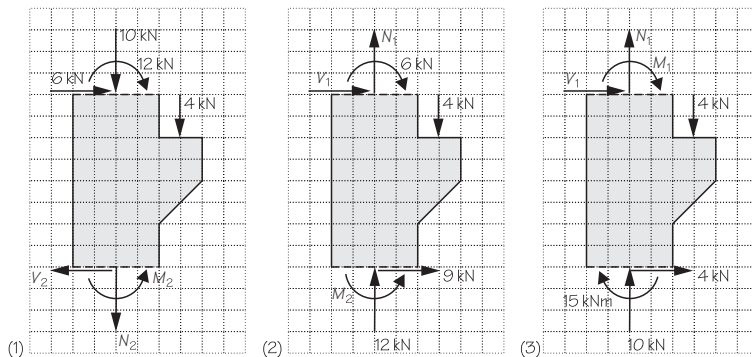
De snedekrachten N , V en M in doorsnede B als:

- de staaf tussen A en B onbelast is;
- de staaf in het midden van AB wordt belast door een verticale kracht F ter grootte van 10 kN.



Opmerking: N (normaalkracht), M (buigend moment) en V (dwarskracht) zijn zogenaamde snedekrachten. Hun naamgeving en tekenafspraken worden nader behandeld in hoofdstuk 10.

3.44-1 t/m 3 Van een kolom met console is het getekende deel vrijgemaakt (losgesneden). De getekende snedekrachten N , V en M grijpen aan in de hartlijn van de kolom. Op de console werkt een kracht van 4 kN. Er is evenwicht. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 0,1$ m.



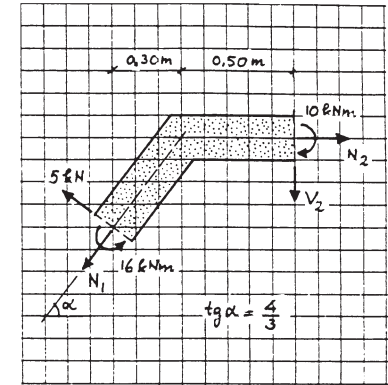
Gevraagd:

De nog onbekende snedekrachten te berekenen.

3.45 Op een uit een portaal vrijgemaakte hoekverbinding werken de getekende snedekrachten. Zij grijpen aan in de getekende hartlijnen. De hoekverbinding is in evenwicht. Tussen de sneden werkt geen uitwendige belasting.

Gevraagd:

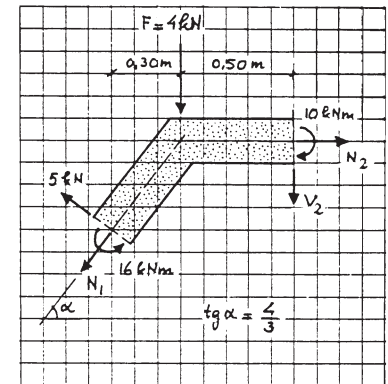
- de (normaal)kracht N_1 ;
- de (normaal)kracht N_2 ;
- de (dwars)kracht V_2 .



3.46 Op een uit een portaal vrijgemaakte hoekverbinding werken de getekende snedekrachten. Zij grijpen aan in de getekende hartlijnen. De verbinding wordt in het hoekpunt nog belast door een verticale kracht F ter grootte van 4 kN.

Gevraagd:

- de (normaal)kracht N_1 ;
- de (normaal)kracht N_2 ;
- de (dwars)kracht V_2 .
- Welke van de drie berekende krachten N_1 , N_2 en V_2 is onafhankelijk van de grootte van de verticale kracht F in het hoekpunt? Motiveer het antwoord.



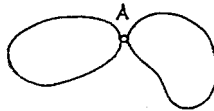
4 Constructies

Verbindingen tussen constructie-elementen (paragraaf 4.2)

4.1 Twee lichamen zijn in A scharnierend met elkaar verbonden.

Gevraagd:

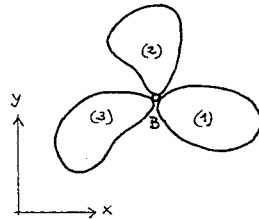
Hoe groot is het aantal (onafhankelijke) verbindingskrachten in A?



4.2 De drie lichamen (1), (2) en (3) zijn in B scharnierend met elkaar verbonden. De lichamen oefenen krachten op elkaar uit via knooppunt B (het tot puntdeeltje geschematiseerde verbindingsmiddel in B).

Gevraagd:

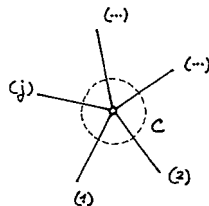
- Maak de lichamen in B vrij, teken alle verbindingskrachten tussen de lichamen en knooppunt B en benoem ze in het aangegeven x - y -assenstelsel.
- Hoeveel evenwichtsvergelijkingen staan in het knooppunt ter beschikking?
- Hoe groot is het aantal onafhankelijke verbindingskrachten in B?



4.3 In knooppunt C zijn j staven scharnierend met elkaar verbonden.

Gevraagd:

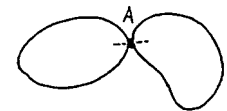
Leid de betrekking af tussen het aantal scharnierend verbonden staven j en het aantal onafhankelijke interactiekrachten (verbindingskrachten) i in C.



4.4 In A zijn twee lichamen stijf met elkaar verbonden.

Gevraagd:

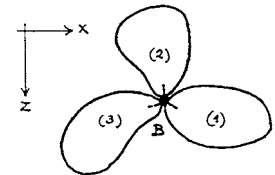
Hoe groot is het aantal (onafhankelijke) verbindingskrachten in A?



4.5 De drie lichamen (1), (2) en (3) zijn in B volkomen stijf met elkaar verbonden. De lichamen oefenen krachten op elkaar uit via knooppunt B (het tot puntdeeltje geschematiseerde verbindingsmiddel in B).

Gevraagd:

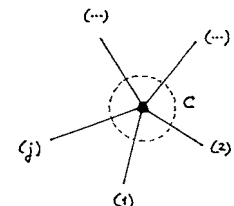
- Maak de lichamen in B vrij, teken alle verbindingskrachten tussen de lichamen en knooppunt B en benoem ze in het aangegeven x - z -assenstelsel.
- Over hoeveel evenwichtsvergelijkingen beschikt men in het knooppunt?
- Hoe groot is het aantal onafhankelijke verbindingskrachten in B?



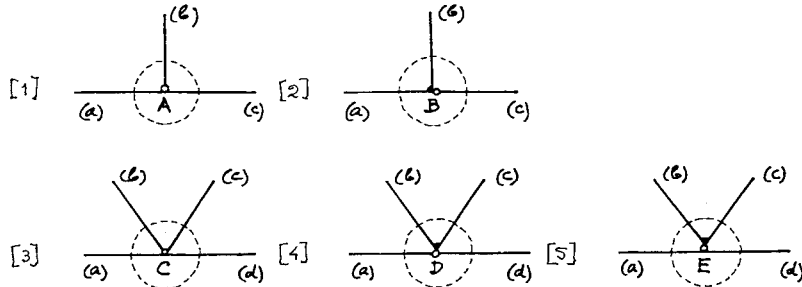
4.6 In knooppunt C zijn j staven volkomen stijf met elkaar verbonden.

Gevraagd:

Leid voor knooppunt C de betrekking af tussen het aantal onafhankelijke interactiekrachten i en het aantal stijf verbonden staven j .



4.7-1 t/m 5 Een aantal staven is op uiteenlopende wijze met elkaar in een knooppunt verbonden.



Gevraagd:

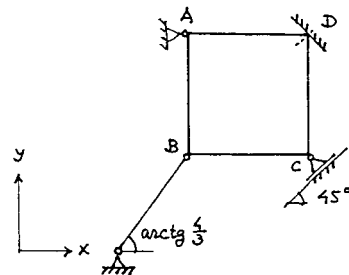
- Het aantal verbindingskrachten tussen elk van de staafeinden en het knooppunt.
- Het aantal evenwichtsvergelijkingen waarover men in het knooppunt kan beschikken.
- Het aantal onafhankelijke verbindingskrachten in het knooppunt.

Opleggingen (paragraaf 4.3)

4.8 Een vierkant blok ABCD is in de vier hoekpunten op de aangegeven wijze opgelegd. Als het blok wordt belast zal het vervormen.

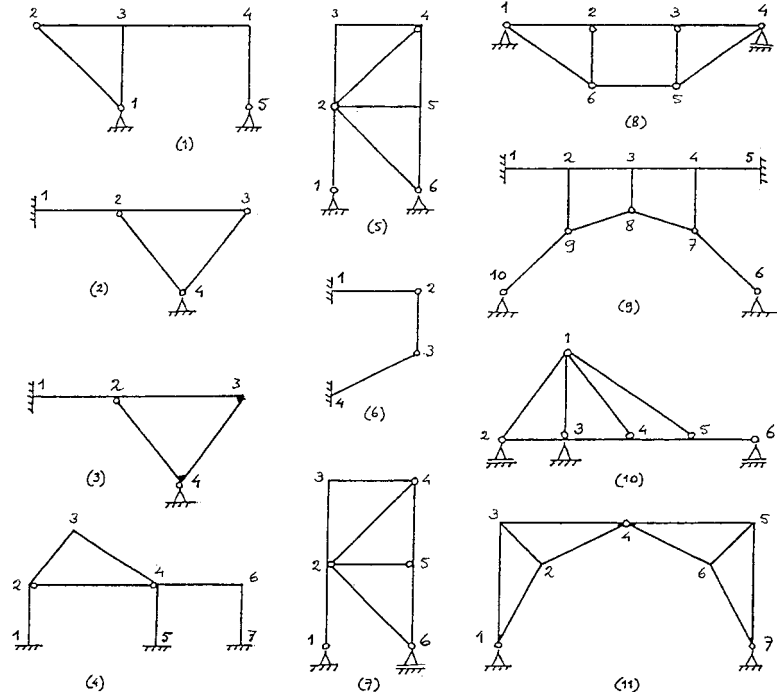
Gevraagd:

- Hoeveel en welke verplaatsingen laten de opleggingen in de hoekpunten toe?
- Hoeveel en welke verplaatsingen zijn in de hoekpunten door de opleggingen voorgeschreven?



- Hoeveel en welke krachten kunnen zich in de opleggingen vrij instellen?
- Hoeveel en welke krachten zijn in de hoekpunten door de opleggingen voorgeschreven?

4.9-1 t/m 11 Gegeven een aantal staafconstructies.

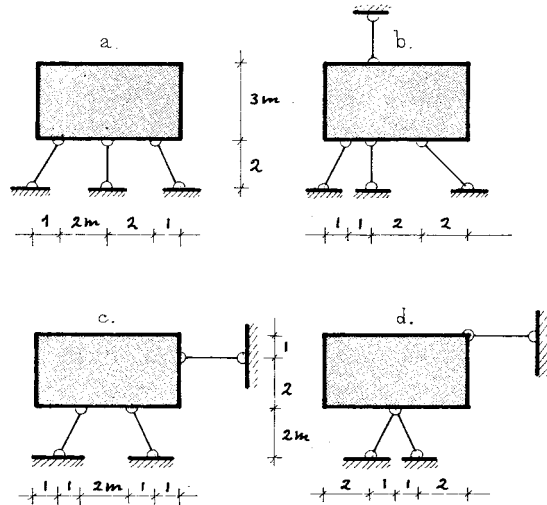


Gevraagd:

- Hoe worden opleggingen genoemd?
- Hoeveel en welke oplegreacties kunnen deze opleggingen leveren?

Kinematisch/statisch (on)bepaaldheid van constructies (paragraaf 4.5)

4.10 Een blok is op vier verschillende manieren opgelegd.



Gevraagd:

Welke wijze van opleggen is niet doelmatig?

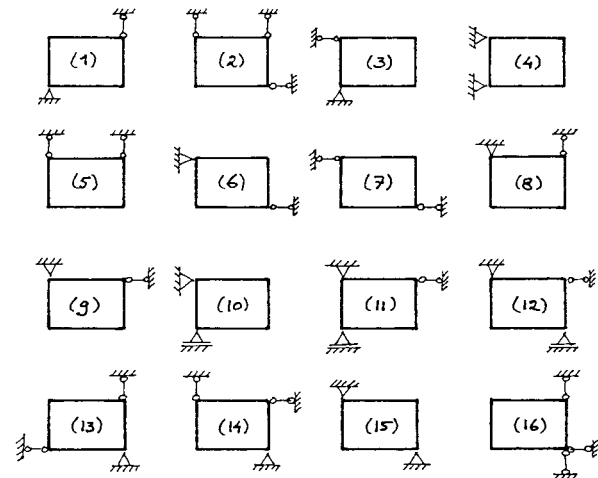
4.11-1 t/m 16 Een rechthoekig blok is op verschillende manieren opgelegd.

Gevraagd:

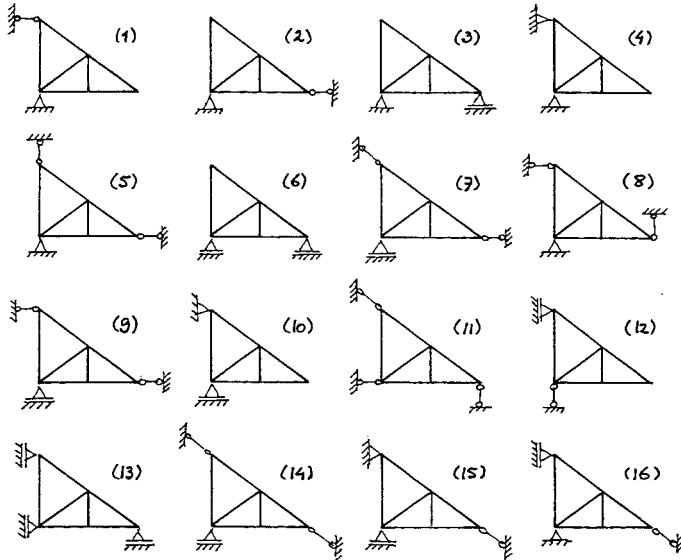
- a. Ga voor elke situatie na of de oplegging kinematisch bepaald (kb) of kinematisch onbepaald (ko) is. Doe dat op twee verschillende manieren:

- enerzijds door de bewegingsmogelijkheden bij de gegeven wijze van opleggen te onderzoeken, en
- anderzijds door het aantal aanwezige oplegreacties te tellen en, als dat aantal voldoende is, na te gaan of de oplegreacties wel goed zijn gesitueerd (en evenwicht met een willekeurige belasting kunnen maken).

- b. Is de oplegging kinematisch onbepaald, vermeld dan het aantal vrijheidsgraden v .
- c. Is de oplegging kinematisch bepaald, vermeld dan of de oplegging statisch bepaald (sb) of statisch onbepaald (so) is.
- d. Is de oplegging statisch onbepaald, vermeld dan de graad van statisch onbepaaldheid n .



4.12-1 t/m 16 Een vormvast vakwerk is op verschillende manieren opgelegd.



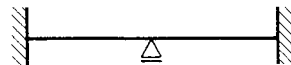
Gevraagd:

- Ga voor elk van de gevallen na of de oplegging kinematisch bepaald (kb) of kinematisch onbepaald (ko) is.
- Is de oplegging kinematisch onbepaald, vermeld dan het aantal vrijheidsgraden v .
- Is de oplegging kinematisch bepaald, vermeld dan of de oplegging statisch bepaald (sb) of statisch onbepaald (so) is.
- Is de oplegging statisch onbepaald, vermeld dan de graad van statisch onbepaaldheid n .

4.13

Gevraagd:

Welk van de volgende uitspraken geldt voor de getekende ligger?



De ligger is:

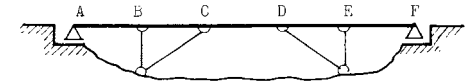
- kinematisch bepaald;
- statisch bepaald;
- 4-voudig statisch onbepaald;
- 7-voudig statisch onbepaald.

4.14 Een brugligger rust in A en F op rolopleggingen en in B, C, D en E op pendelopleggingen.

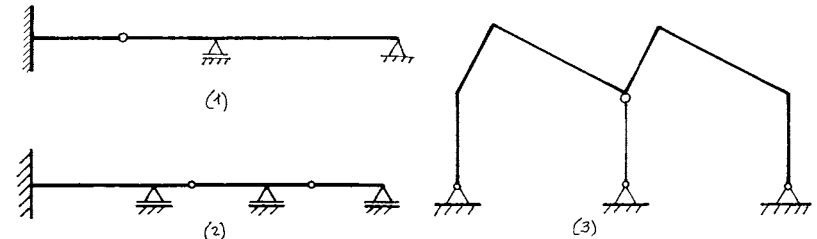
Gevraagd:

Hoeveel-voudig statisch onbepaald is deze constructie?

- 2-voudig
- 3-voudig
- 4-voudig
- 5-voudig



4.15-1 t/m 3

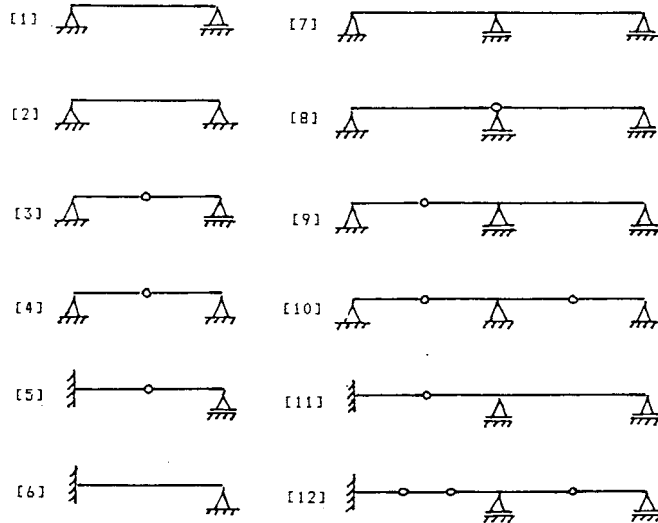


Gevraagd:

Wat is van toepassing op de getekende constructie?

- statisch bepaald
- 1-voudig statisch onbepaald
- 2-voudig statisch onbepaald
- 3-voudig statisch onbepaald
- 5-voudig statisch onbepaald
- 6-voudig statisch onbepaald

4.16-1 t/m 12 Een aantal liggers en scharnierliggers is op de aangegeven wijze opgelegd.



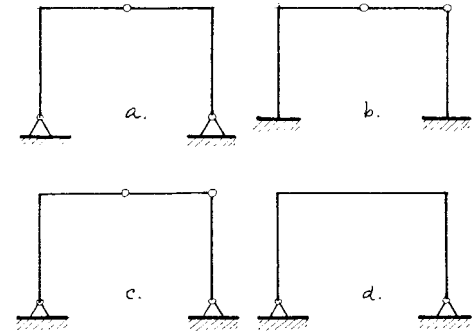
Gevraagd:

- Is de constructie kinematisch bepaald of onbepaald? Als de constructie kinematisch onbepaald is teken dan de verplaatsing ('bewegingsmogelijkheid') die vrij kan optreden. Als de constructie kinematisch bepaald is, ga dan naar vraag b.
- Is de constructie statisch bepaald of onbepaald? Als de constructie statisch onbepaald is vermeld dan de graad van statisch onbepaaldheid n .

4.17

Gevraagd:

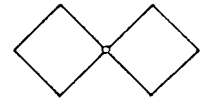
Welke constructie is kinematisch bepaald en statisch onbepaald?



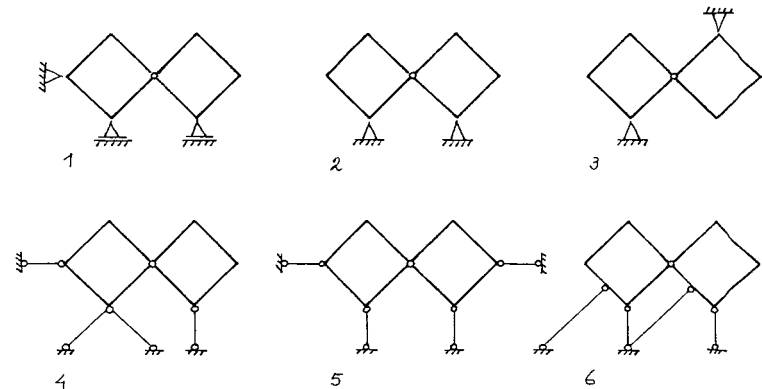
4.18 *Gegeven:* Twee scharnierend met elkaar verbonden blokken.

Gevraagd:

Toon aan dat voor een kinematisch bepaalde oplegging vier oplegreacties noodzakelijk zijn.



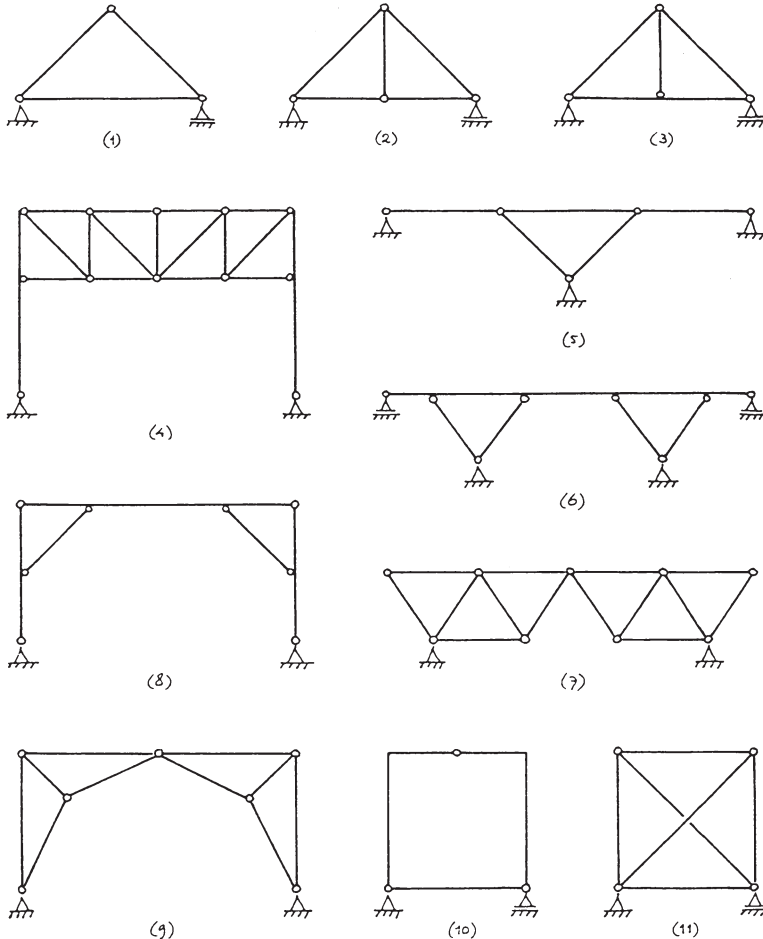
4.19-1 t/m 6 Twee vierkante blokken zijn scharnierend met elkaar verbonden en op verschillende manieren opgelegd op pendels.



Gevraagd:

Ga na of de aangegeven wijze van opleggen plaatsvast is.

4.20-1 t/m 11 Gegeven een aantal kinematisch bepaalde staafconstructies, in de knooppunten belast door krachten.



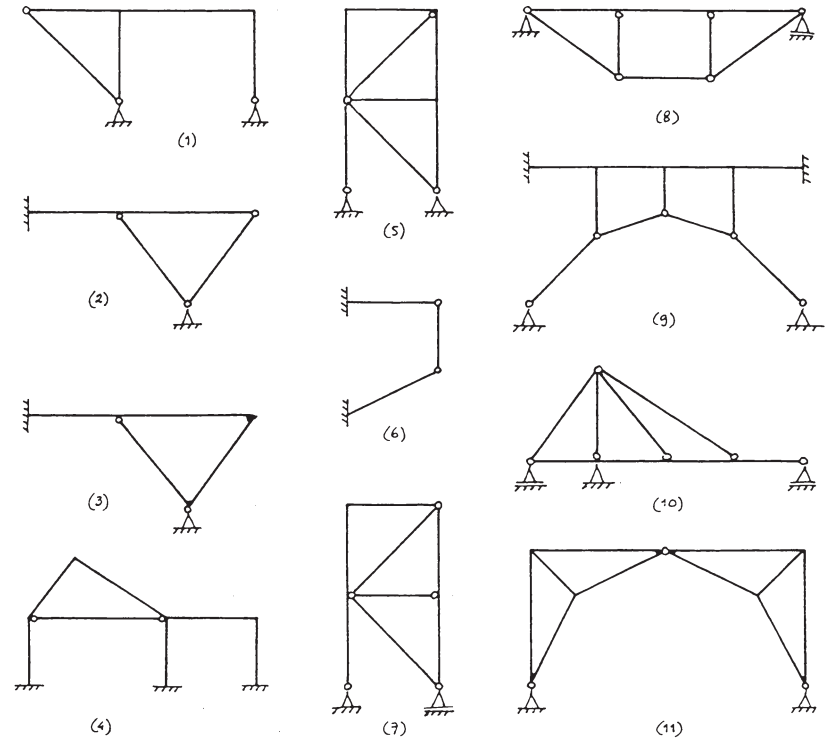
Gevraagd:

a. Is de constructie wel of geen vakwerk?

b. Is de constructie statisch bepaald of onbepaald?

c. Als de constructie statisch onbepaald is, vermeld dan de graad van statisch onbepaaldheid.

4.21-1 t/m 11 Gegeven een aantal kinematisch bepaalde staafconstructies.

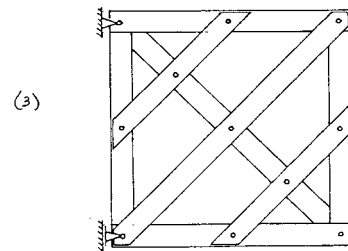
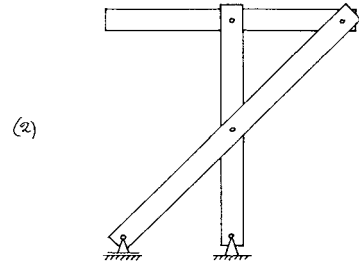
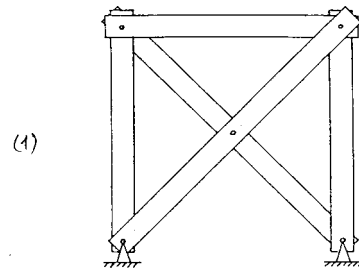


Gevraagd:

a. Is de constructie statisch bepaald of onbepaald?

b. Als de constructie statisch onbepaald is, vermeld dan de graad van statisch onbepaaldheid.

4.22-1 t/m 3 Van een stel planken maakt men de getekende constructies. Alle verbindingen zijn scharnierend.



Gevraagd:

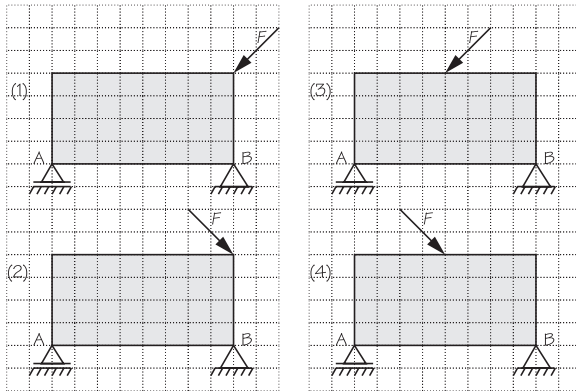
- Is de constructie een vakwerk?
- Is de constructie statisch bepaald of onbepaald?
- Als de constructie statisch onbepaald is, vermeld dan de graad van statisch onbepaaldheid.

5 Berekenen van oplegreacties en verbindingskrachten

Vormvaste constructies (paragraaf 5.1)

5.1-1 t/m 4 Een blok is opgelegd op een rol in A en een scharnier in B. Het blok wordt belast door een kracht $F = 20\sqrt{2}$ kN.

Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m.



Gevraagd:

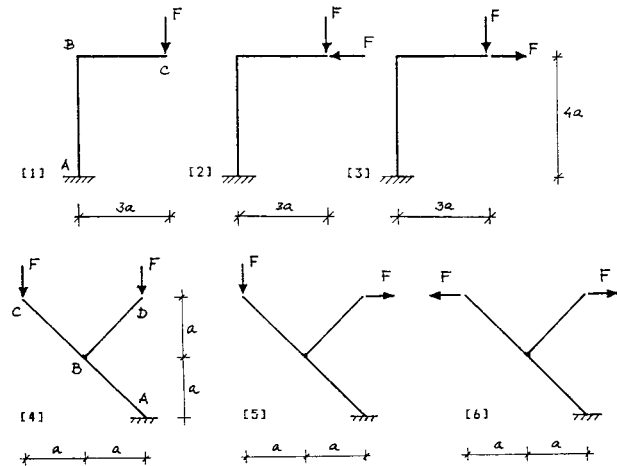
De oplegreacties in A en B:

- analytisch;
- grafisch.

5.2-1 t/m 6 Gegeven een aantal ingeklemde constructies.

Gevraagd:

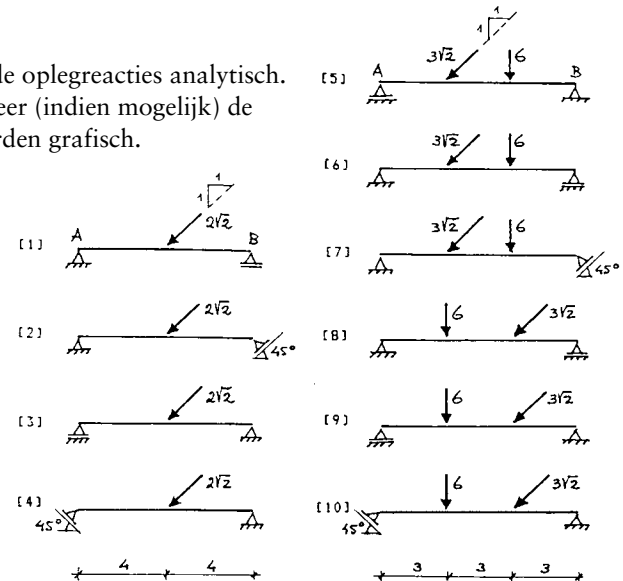
- In welke richtingen verwacht u dat de oplegreacties in A werken?
- Bereken de oplegreacties in A, uitgaande van de onder (a) aangenomen richtingen.
- Voor welke oplegreacties had u een verkeerde richting aangenomen?
- Teken ten slotte alle oplegreacties zoals ze in werkelijkheid werken.



5.3-1 t/m 10 De afmetingen zijn gegeven in m, de krachten in kN.

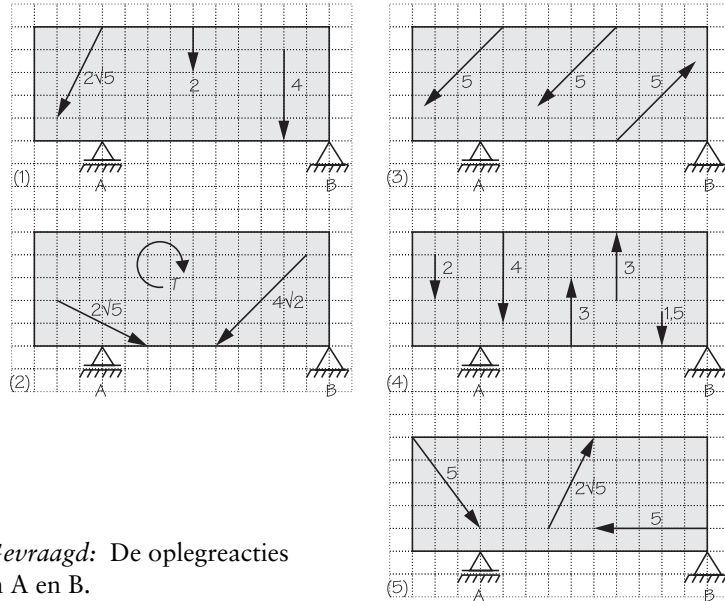
Gevraagd:

- Bepaal de oplegreacties analytisch.
- Controleer (indien mogelijk) de antwoorden grafisch.



5.4-1 t/m 5 Een blok is opgelegd op een rol in A en een scharnier in B. Op het blok werkt een aantal krachten. In geval 2 werkt er ook nog een koppel $T = 36 \text{ kNm}$.

Krachtschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ kN}$; lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ m}$.



Gevraagd: De oplegreacties in A en B.

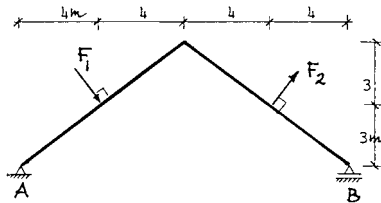
5.5 Een kapconstructie wordt belast door windkrachten:

$$F_1 = 5,6 \text{ kN}$$

$$F_2 = 2,8 \text{ kN}$$

Gevraagd:

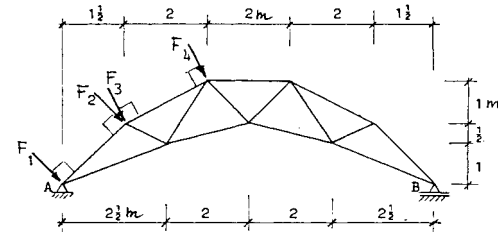
De oplegreacties in A en B.



5.6 Een vakwerkboog wordt belast door windkrachten:

$$F_1 = F_2 = 750\sqrt{2} \text{ N}$$

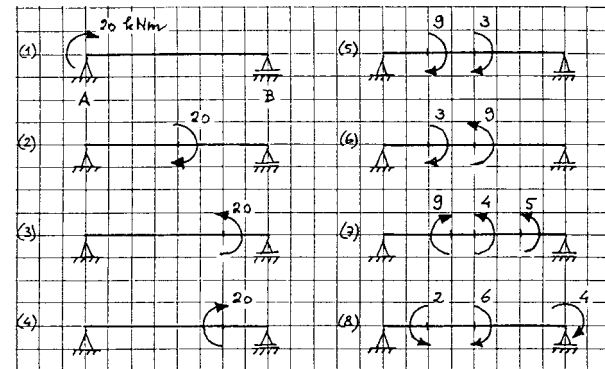
$$F_3 = F_4 = 500\sqrt{5} \text{ N}$$



Gevraagd:

De oplegreacties in A en B.

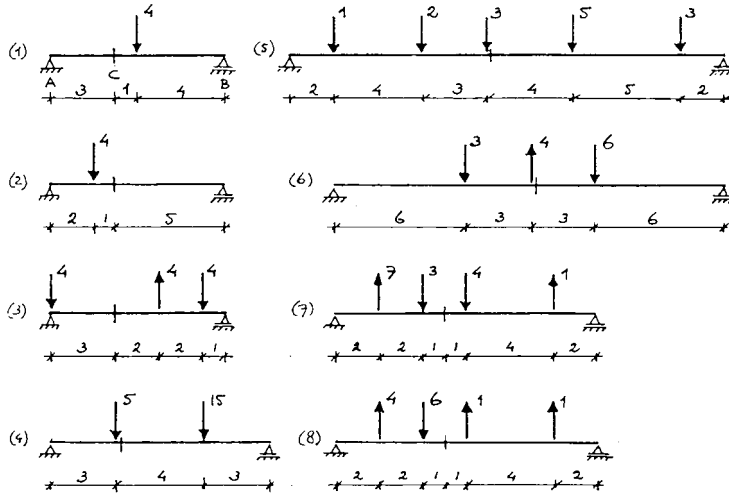
5.7-1 t/m 8 De vrij opgelegde ligger AB wordt op verschillende manieren belast door koppels. De waarde van de koppels is bijgeschreven in kNm. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ m}$.



Gevraagd:

De oplegreacties in A en B.

5.8-1 t/m 8 Een aantal in A en B vrij opgelegde liggers is samengesteld uit de delen AC en BC die in C volkomen stijf met elkaar zijn verbonden. De plaats van verbinding C is in de figuur met een verticaal streepje aangegeven. De krachten zijn gegeven in kN, de lengten in m.



Gevraagd:

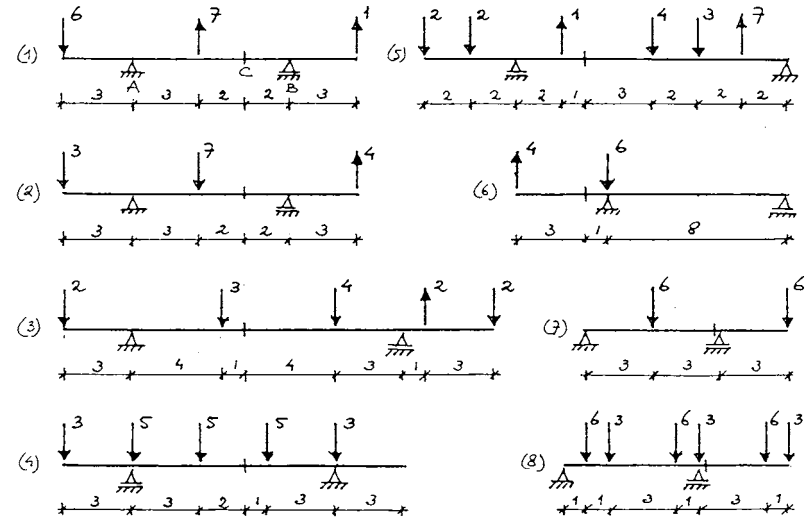
- De oplegreacties.
- De verbindingsskrachten in C; teken deze krachten zoals ze in C op de delen AC en BC werken.
- Teken de krachten die werken op knooppunt C.

5.9-1 t/m 8 Een aantal in A en B vrij opgelegde liggers met overstek(en) is samengesteld uit twee delen die in C volkomen stijf met elkaar zijn verbonden. De plaats van verbinding C is in de figuur met een verticaal streepje aangegeven. De krachten zijn gegeven in kN, de lengten in m.

Gevraagd:

- De oplegreacties.

- De verbindingsskrachten in C; teken deze krachten zoals ze in C op de delen AC en BC werken.
- Teken de krachten die werken op knooppunt C.

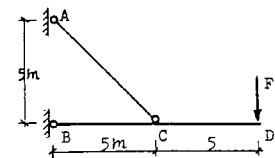


5.10

Gevraagd:

Bepaal de oplegreacties in A en B.

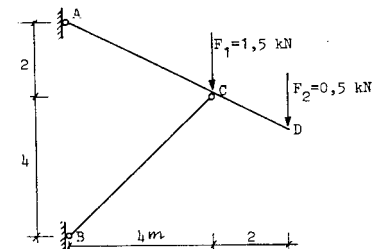
- grafisch;
- analytisch.



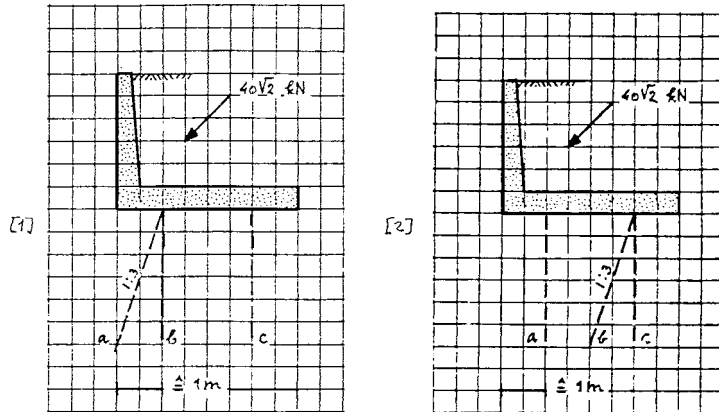
5.11 *Gevraagd:*

Bereken van luifel ACD de oplegreacties in A en B ten gevolge van:

- alleen F_1 ;
- alleen F_2 ;
- F_1 en F_2 samen.



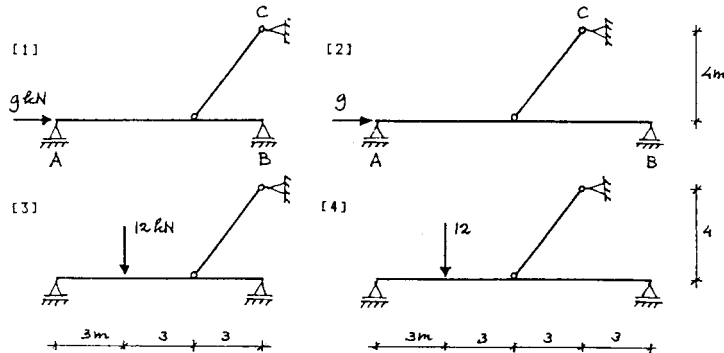
5.12-1/2 Gegeven een keerwand op palen. De palen worden geacht uitsluitend krachten in hun lengterichting over te brengen. De resultante van alle belastingen die de palen moeten dragen is een kracht van $40\sqrt{2}$ kN, waarvan de richting en werklijn in de figuur zijn aangegeven. Lengteschaal: 2 hokjes $\equiv 1$ m.



Gevraagd:

De paalkrachten met de goede tekens voor trek en druk (een trekkracht is positief en een drukkracht negatief).

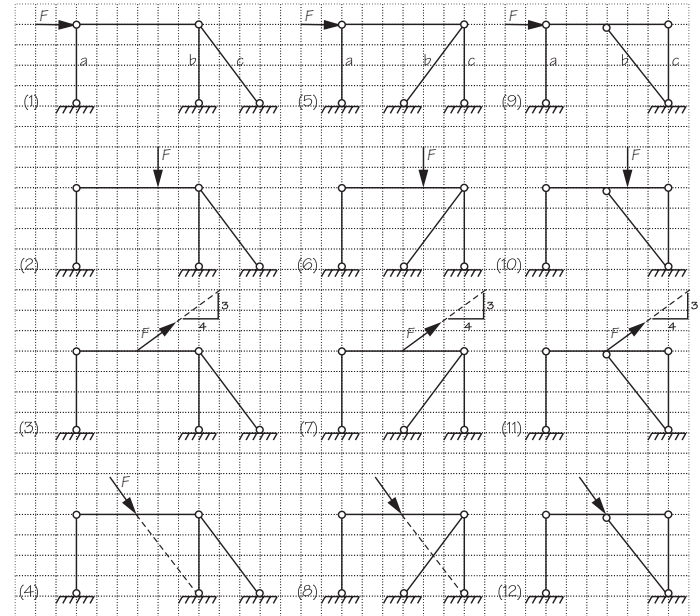
5.13-1 t/m 4



Gevraagd:

- Doe een zo realistisch mogelijke aanname omtrent de richtingen van de oplegreacties in A, B en C.
- Bereken deze oplegreacties.
- Teken de oplegreacties zoals ze in werkelijkheid werken en schrijf hun waarden erbij.
- Voer (zo mogelijk) een grafische controle uit op de berekende oplegreacties.

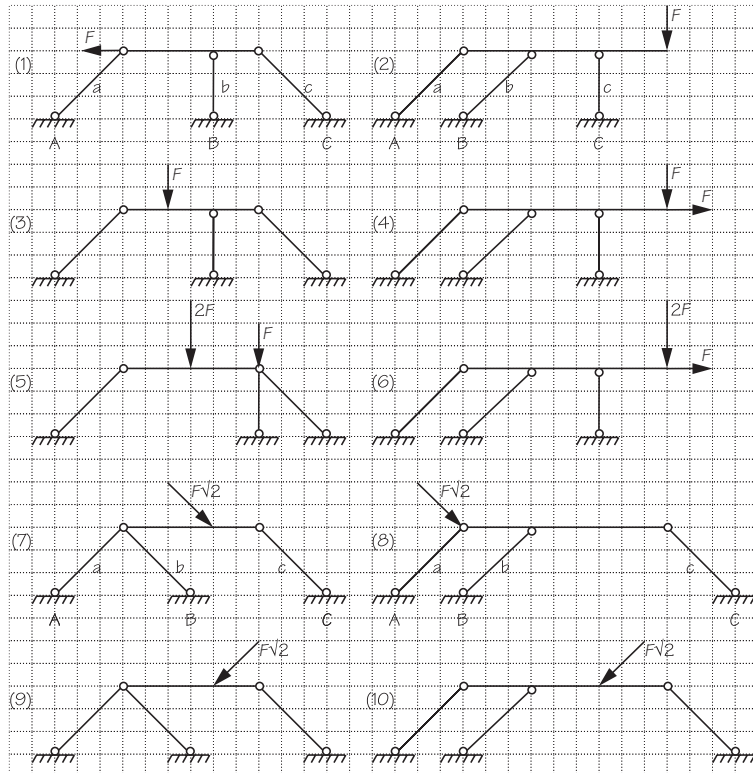
5.14-1 t/m 12: Een ligger, belast door een kracht $F = 30$ kN, is opgelegd op de drie pendelstaven a, b en c. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m.



Gevraagd:

- De oplegreacties in A, B en C.
- De krachten in de pendelstaven, met het goede teken.
- Maak de ligger vrij, teken alle krachten die er op werken en controleer het evenwicht.

5.15-1 t/m 10 Een ligger is opgelegd op de drie pendelstaven a, b en c. De belasting van de ligger is uitgedrukt in de kracht $F = 30$ kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m.

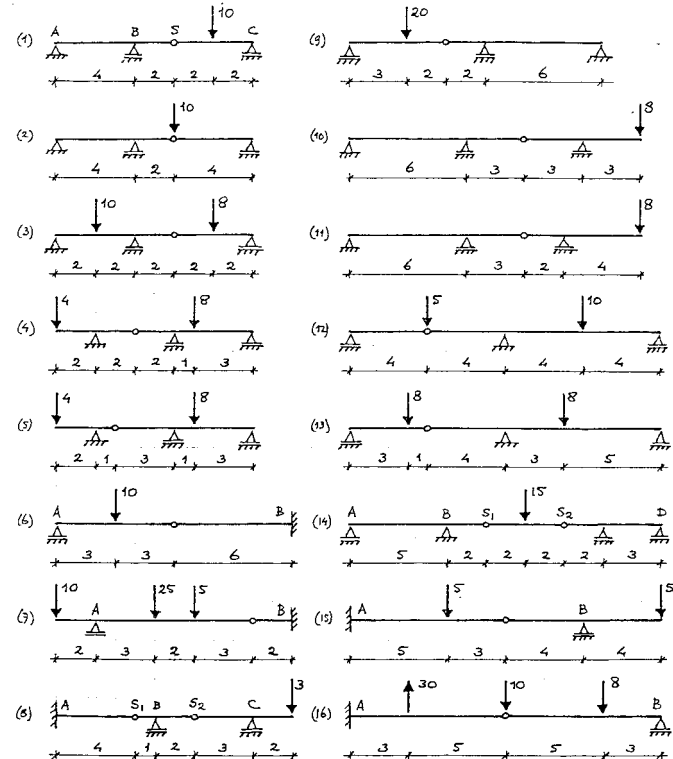


Gevraagd:

- De oplegreacties in A, B en C.
- De krachten in de pendelstaven, met het goede teken.
- Maak de ligger vrij, teken alle krachten die er op werken en controleer het evenwicht.

Scharnierliggers (paragraaf 5.2)

5.16-1 t/m 16 De afmetingen van de scharnierliggers zijn gegeven in m, de krachten in kN.



Gevraagd:

- De oplegreacties.
- Maak alle liggerdelen vrij en teken de krachten die op deze delen werken.
- Controleer het krachten- en momentenevenwicht van de constructie in zijn geheel.

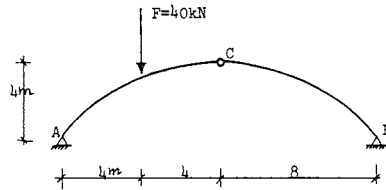
Driescharnierenspanten (paragraaf 5.3)

5.17 Driescharnierenboog ACB wordt belast door een kracht $F = 40 \text{ kN}$.

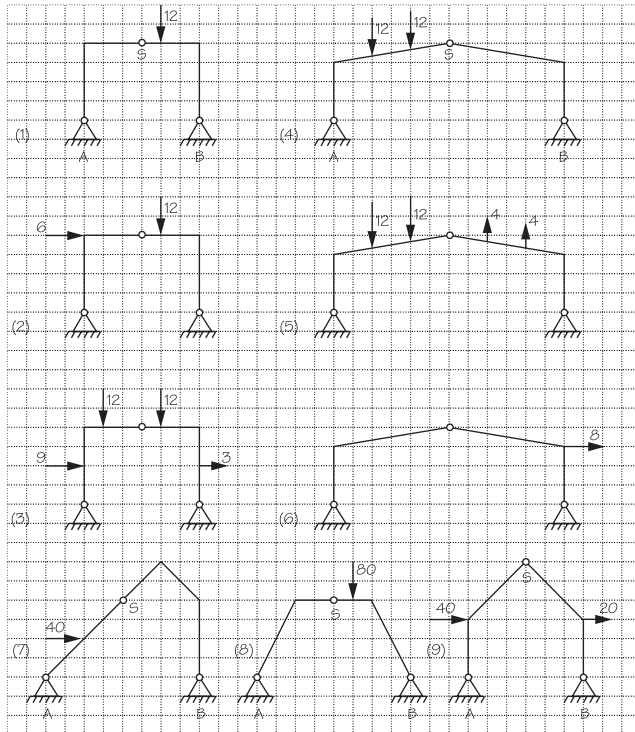
Gevraagd:

Bepaal de oplegreacties in A en B:

- grafisch;
- analytisch.



5.18-1 t/m 9 Gegeven een aantal driescharnierenpanen met de belasting in kN. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ m}$.

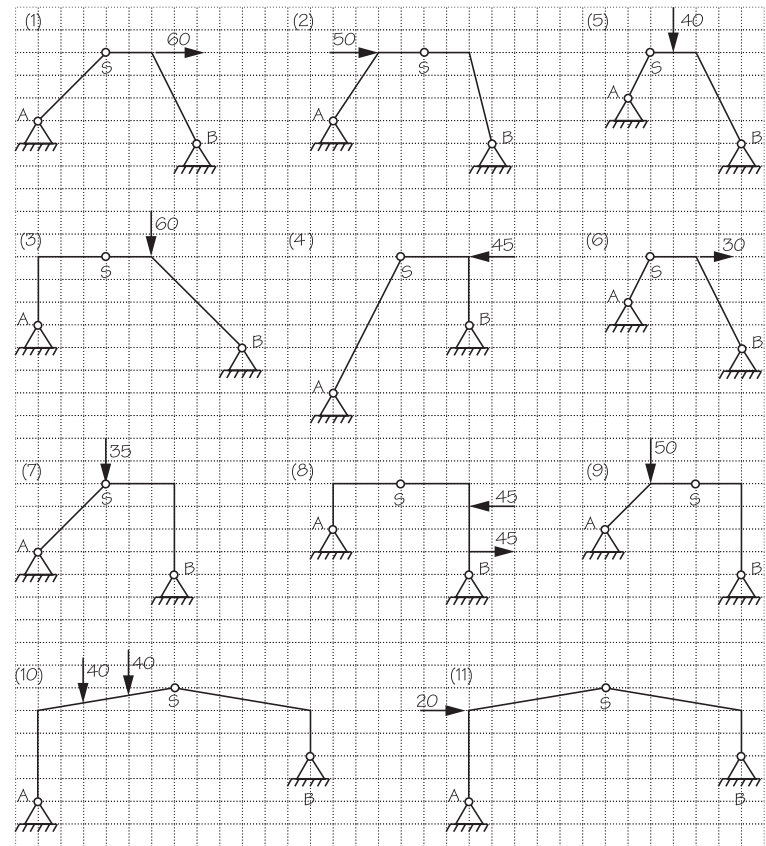


Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.
- Maak beide spantdelen vrij en teken alle krachten die er op werken.

5.19-1 t/m 11 Gegeven een aantal driescharnierenpanen met de belasting in kN.

Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1 \text{ m}$.



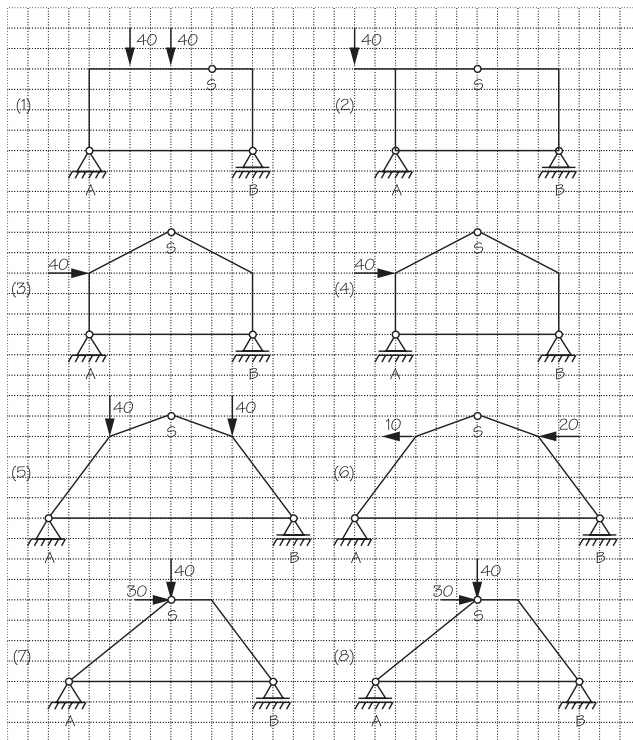
Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.
- Een grafische controle van de oplegreacties (indien mogelijk).
- Maak beide spandelen vrij en teken alle krachten die er op werken.

Driescharnierenspanten met trekstang (paragraaf 5.4)

5.20-1 t/m 8 De constructiedelen AB, AS en BS zijn in A, B en S scharnierend met elkaar verbonden.

De belasting is gegeven in kN; lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

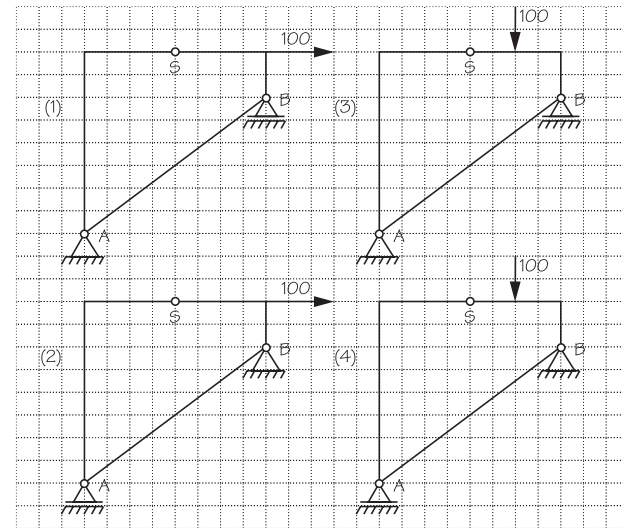


Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in stang AB, met het goede teken.
- De krachten die werken op de vrijgemaakte delen AB, AS en BS.
- De krachten die werken op de vrijgemaakte knooppunten A, B en S.

5.21-1 t/m 4 De constructiedelen AB, AS en BS in A, B en S scharnierend met elkaar verbonden.

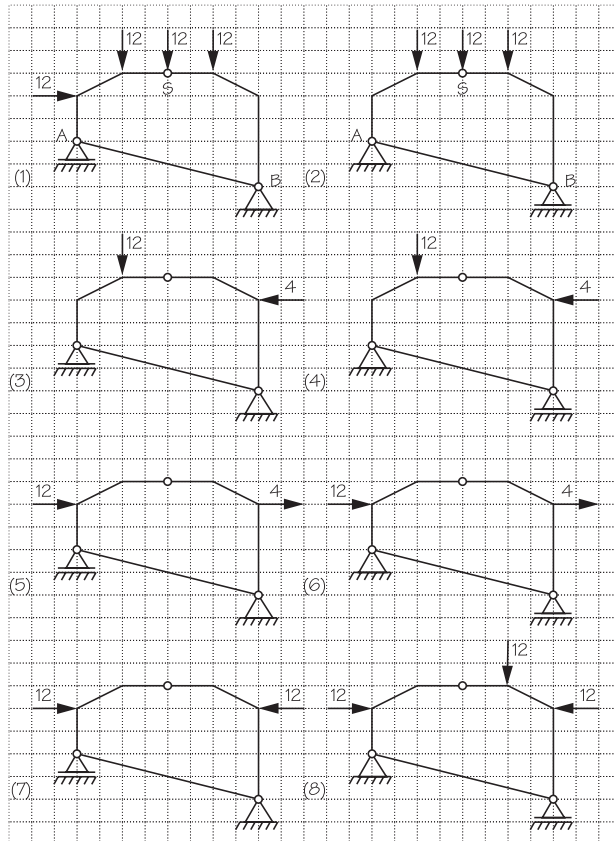
De belasting is gegeven in kN; lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in stang AB, met het goede teken.
- De krachten die werken op de vrijgemaakte delen AB, AS en BS.
- De krachten die werken op de vrijgemaakte knooppunten A, B en S.

5.22-1 t/m 8 De constructiedelen AB, AS en BS in A, B en S scharnierend met elkaar verbonden.
De belasting is gegeven in kN; lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



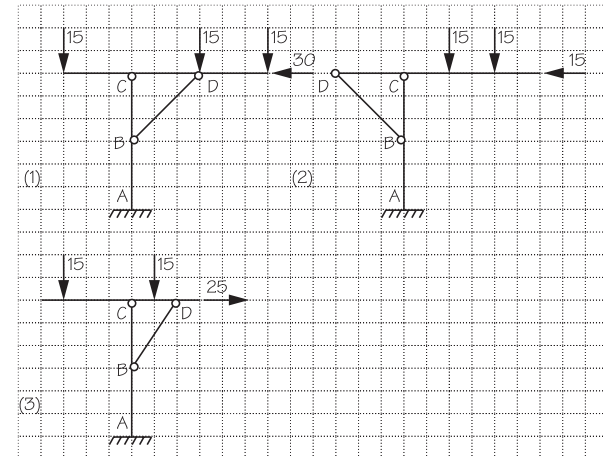
Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in stang AB, met het goede teken.
- De krachten die werken op de vrijgemaakte delen AB, AS en BS.

- De krachten die werken op de vrijgemaakte knooppunten A, B en S.

Geschoorde constructies (paragraaf 5.5)

5.23-1 t/m 3 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



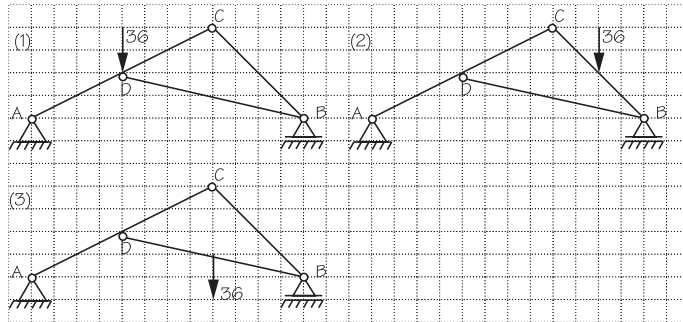
Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in de schoorstaaf, met het goede teken.
- De krachten op de vrijgemaakte knooppunten B en C.

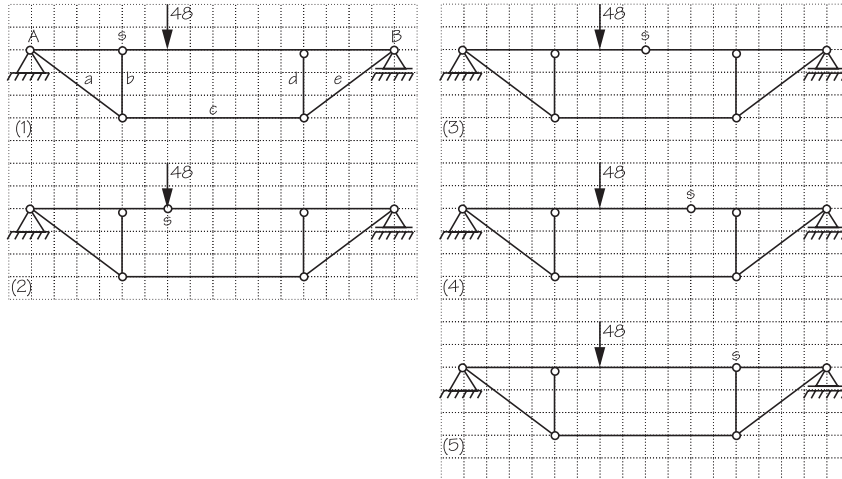
5.24-1 t/m 3 De belasting is gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De kracht in de staaf BD, met het goede teken.
- Maak alle staven vrij en teken alle krachten die er op werken.

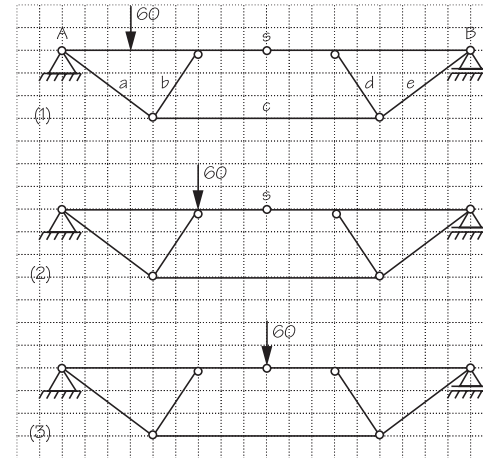
**Versterkte liggers** (paragraaf 5.6)

5.25-1 t/m 5 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

**Gevraagd:**

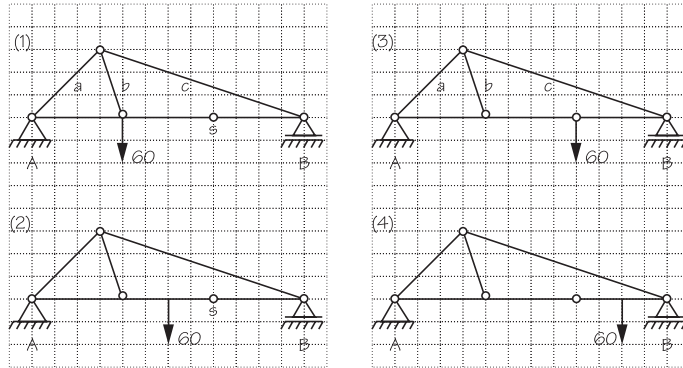
- De oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven a t/m e, met de goede tekens.
- Maak de liggerdelen AS en BS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Maak knooppunt B vrij, teken alle krachten die er op werken en controleer het krachterevenwicht met behulp van een krachtenveelhoek.

5.26-1 t/m 3 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

**Gevraagd:**

- De oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven a t/m e, met de goede tekens.
- Maak de liggerdelen AS en BS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Maak knooppunt B vrij, teken alle krachten die er op werken en controleer het krachterevenwicht met behulp van een krachtenveelhoek.

5.27-1 t/m 4 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



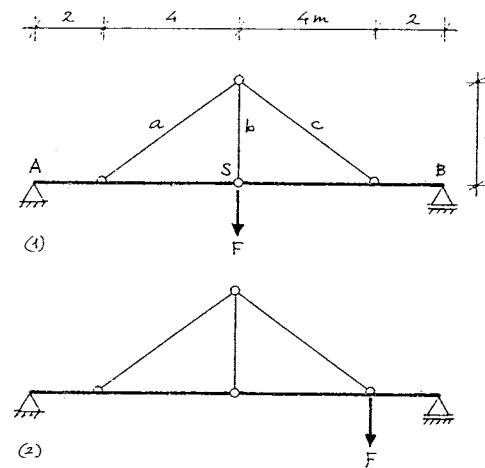
Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven a t/m c, met de goede tekens.
- Maak de liggerdelen AS en BS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Maak knooppunt A vrij en teken alle krachten die er op werken en controleer het krachteenevenwicht met behulp van een krachten-veelhoek.

5.28-1/2 De versterkte ligger wordt belast door een verticale kracht $F = 48$ kN.

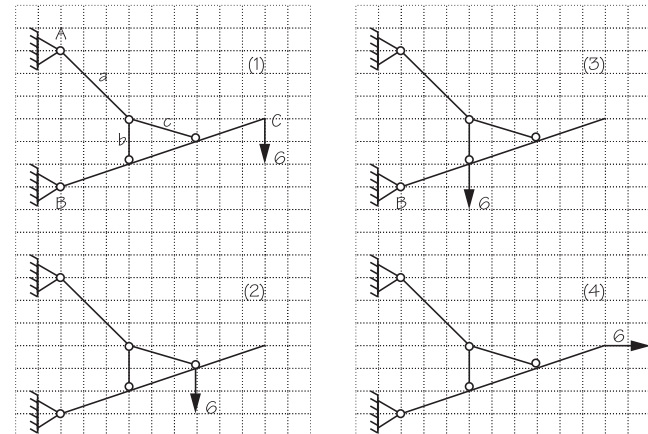
Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven a t/m c, met de goede tekens.
- Maak de liggerdelen AS en BS vrij en teken alle krachten die er op werken.



Hang- en springwerken (paragraaf 5.7)

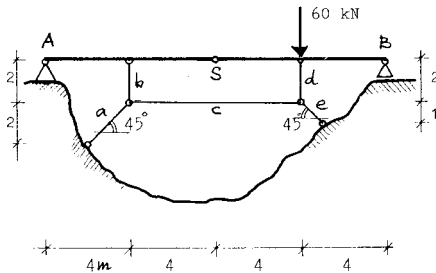
5.29-1 t/m 4 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven a t/m c, met de goede tekens.
- Maak ligger BC vrij, teken alle krachten die er op werken, en controleer het krachten- en momentenevenwicht.

5.30 Het springwerk wordt ter plaatse van stijl d belast door een verticale kracht van 60 kN.



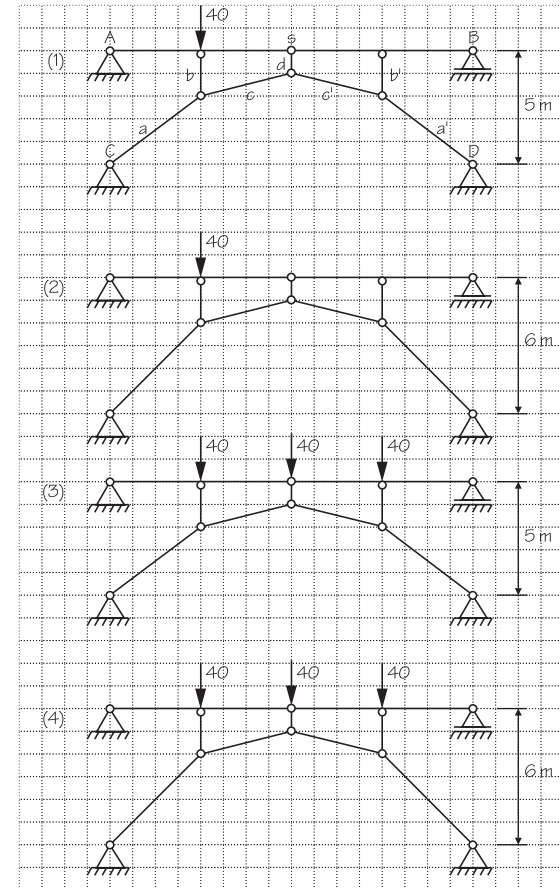
Gevraagd:

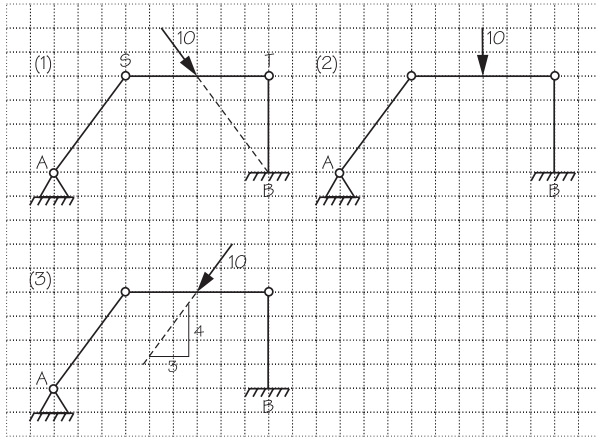
- De krachten in de staven a t/m e, met de goede tekens.
- Maak de liggerdelen AS en BS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- De oplegreacties in A en B.

5.31-1 t/m 4 De krachten zijn gegeven in kN; lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.

Gevraagd:

- De krachten in de staven a t/m d en a' t/m c', met de goede tekens.
- Maak de liggerdelen AS en BS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- De oplegreacties in A, B, C en D.

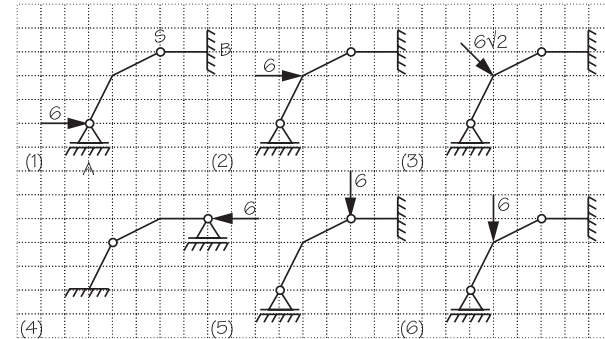
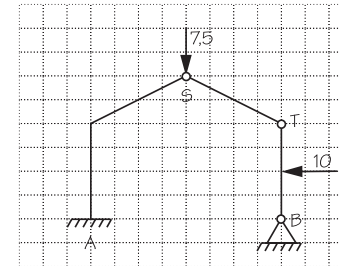


Samengestelde constructies van uiteenlopende aard**5.32-1 t/m 3** De krachten zijn gegeven in kN.Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.**Gevraagd:**

- De oplegreacties.
- Maak alle constructiedelen vrij in de opleggingen en scharnierende verbindingen en teken alle krachten die er op werken.

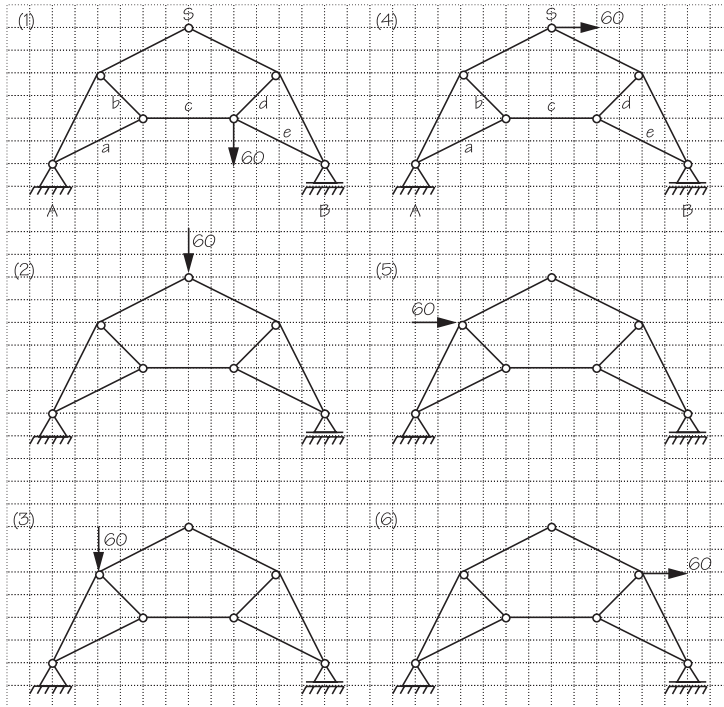
5.33-1 t/m 6 De krachten zijn gegeven in kN.Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.**Gevraagd:**

- De oplegreacties.
- Maak alle constructiedelen vrij in de opleggingen en scharnierende verbindingen en teken alle krachten die er op werken.

**5.34** Gegeven een spant met de belasting in kN;lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.**Gevraagd:**

- De oplegreacties in A en B.
- Maak alle spantdelen vrij in de opleggingen en scharnierende verbindingen en teken alle krachten die er op werken.

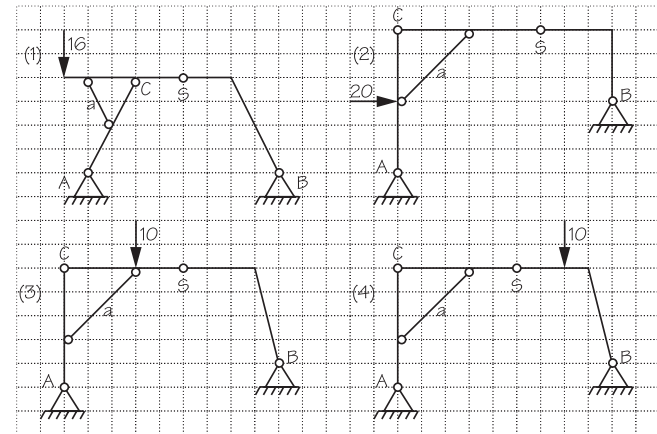
5.35-1 t/m 6 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven a t/m e, met de goede tekens.
- De scharnierkrachten die in S op AS en BS werken.

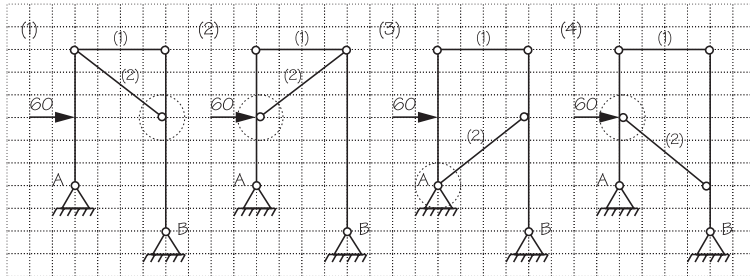
5.36-1 t/m 4 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



Gevraagd:

- De oplegreacties.
- Een grafische controle van de oplegreacties.
- De kracht in schoorstaaf a, met het goede teken.
- De scharnierkrachten die in S op CS en BS werken.

5.37-1 t/m 4 De krachten zijn gegeven in kN;
lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m.



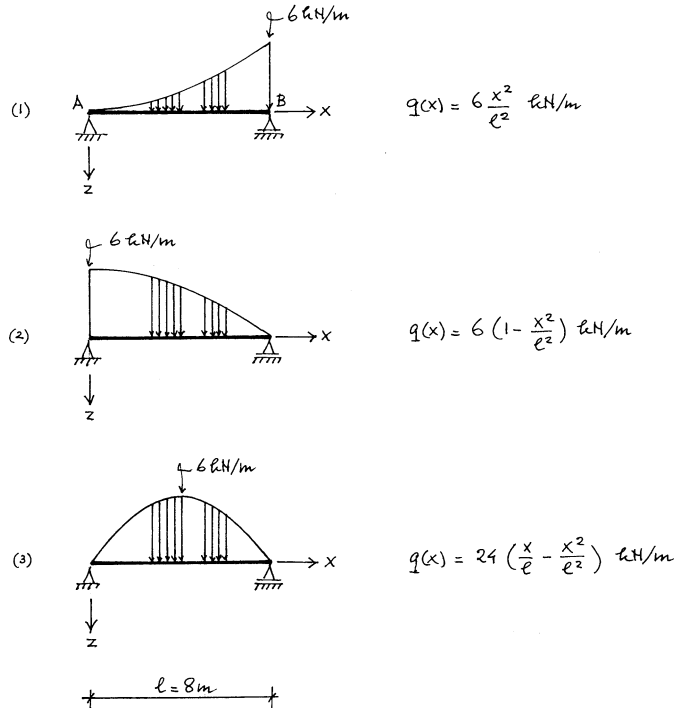
Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in de staven 1 en 2, met de goede tekens.
- Maak het omcirkelde knooppunt vrij en teken alle krachten die er op werken.

6 Belastingen

Resultante van een lijnbelasting op een staaf (paragraaf 6.3.1)

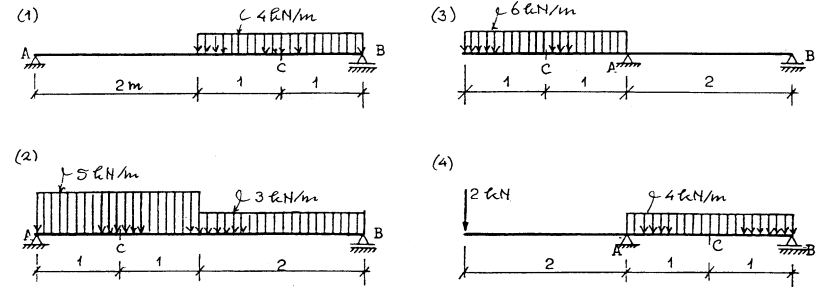
6.1-1 t/m 3 Dezelfde vrij opgelegde ligger AB draagt drie verschillende parabolisch verlopende verdeelde belastingen.



Gevraagd:

- De plaats en grootte van de resultante van de verdeelde belasting.
- De oplegreacties in A en B.

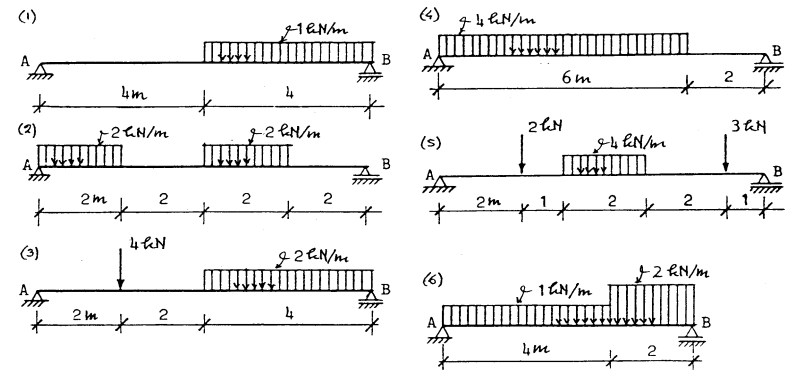
6.2-1 t/m 4



Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.
- De verbindingsskrachten in C.

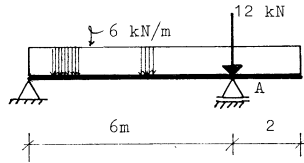
6.3-1 t/m 6



Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.

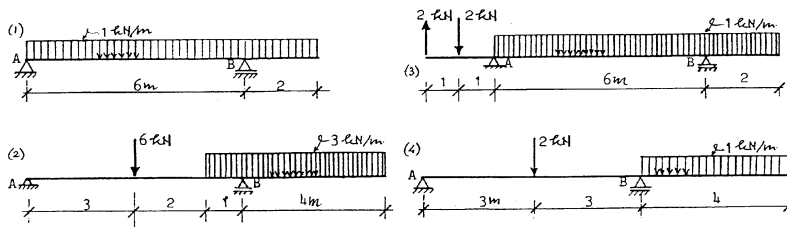
6.4



Gevraagd:

De oplegreactie in A.

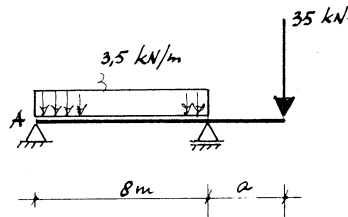
6.5-1 t/m 4



Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.

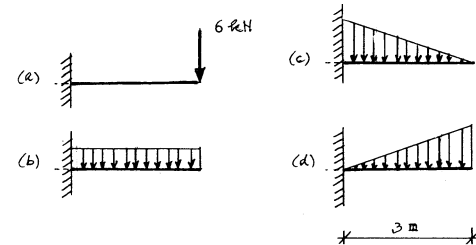
6.6



Gevraagd:

Voor welke lengte a van het overstek is bij de gegeven belasting de oplegreactie in A nul?

6.7 Dezelfde ingeklemde ligger wordt op vier verschillende manieren belast.



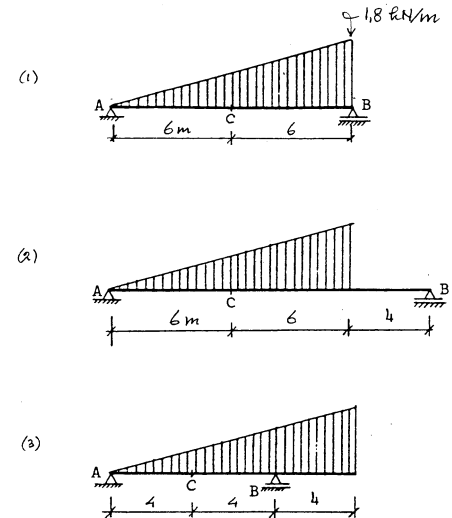
Gevraagd:

Bereken de (topwaarde van de) verdeelde belastingen opdat het inklemningsmoment in alle vier de gevallen gelijk is.

6.8-1 t/m 3 Gegeven drie liggers met een lineair verlopende verdeelde belasting. De topwaarde van de verdeelde belasting bedraagt in alle gevallen 1,8 kN/m.

Gevraagd:

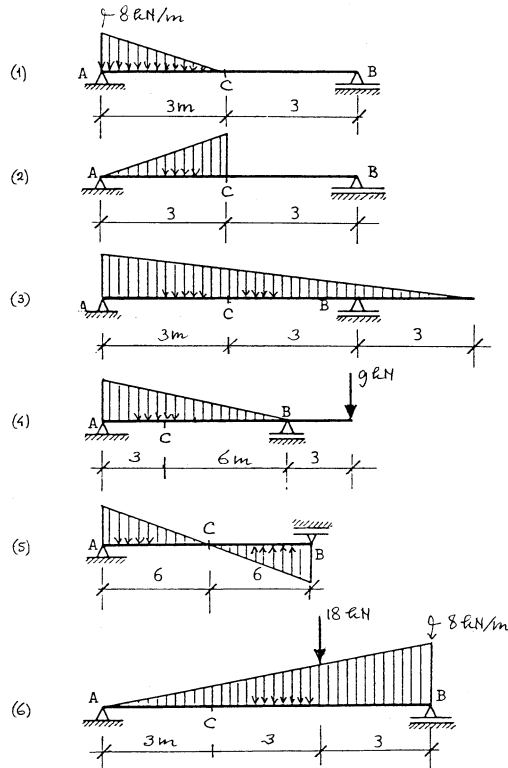
- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.
- De verbindingsskrachten in C.



6.9-1 t/m 6 Gegeven een aantal liggers met een lineair verlopende verdeelde belasting en in twee gevallen ook nog een puntlast. De figuren zijn niet allemaal op dezelfde schaal getekend. De topwaarde van de lineair verlopende verdeelde belasting is in alle gevallen 8 kN/m. De grootte van de puntlasten is in de figuur aangegeven.

Gevraagd:

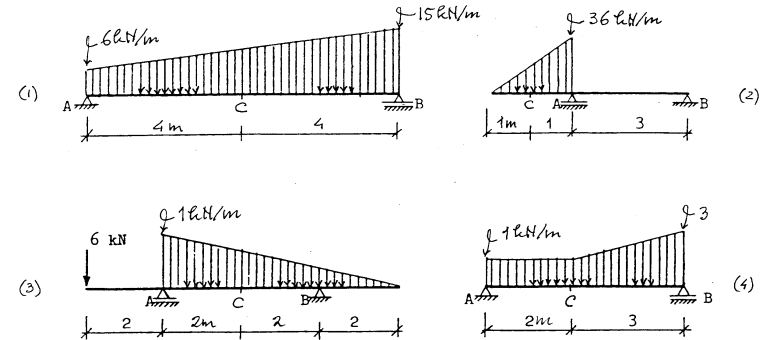
- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.
- De verbindingsskrachten in C.



6.10-1 t/m 4

Gevraagd:

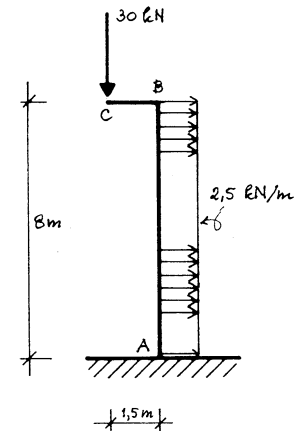
- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.
- De verbindingsskrachten in C.



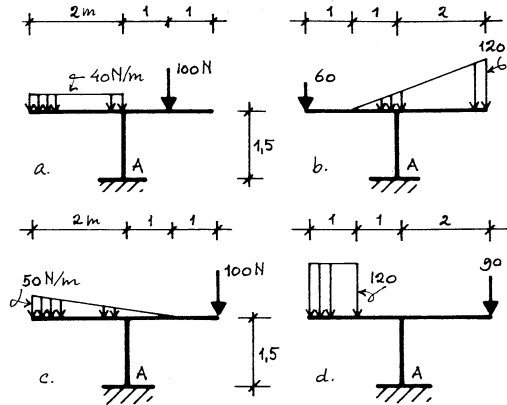
6.11 De ingeklemde staaf AB wordt belast door een excentrische drukkracht en een gelijkmatig verdeelde horizontale belasting.

Gevraagd:

De oplegreacties in A.



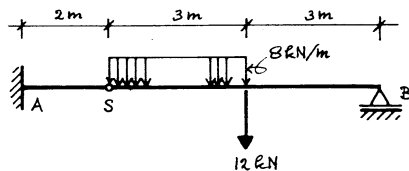
6.12 Dezelfde overkapping wordt op vier verschillende manieren belast.



Gevraagd:

In welk geval is het inkeppingsmoment in A het grootst?

6.13 Scharnierligger ASB is ingeklemd in A.



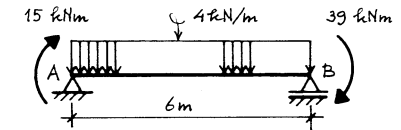
Gevraagd:

Het inkeppingsmoment in A.

6.14 De vrij opgelegde ligger AB draagt een gelijkmatige verdeelde volbelasting en wordt verder ter plaatse van de opleggingen belast door koppels.

Gevraagd:

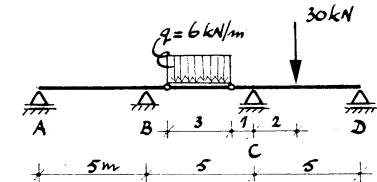
- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.



6.15 Gegeven een scharnierligger.

Gevraagd:

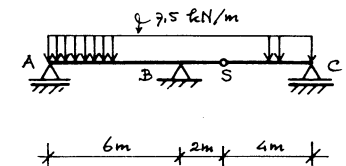
- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in D.
- De overige oplegreacties.

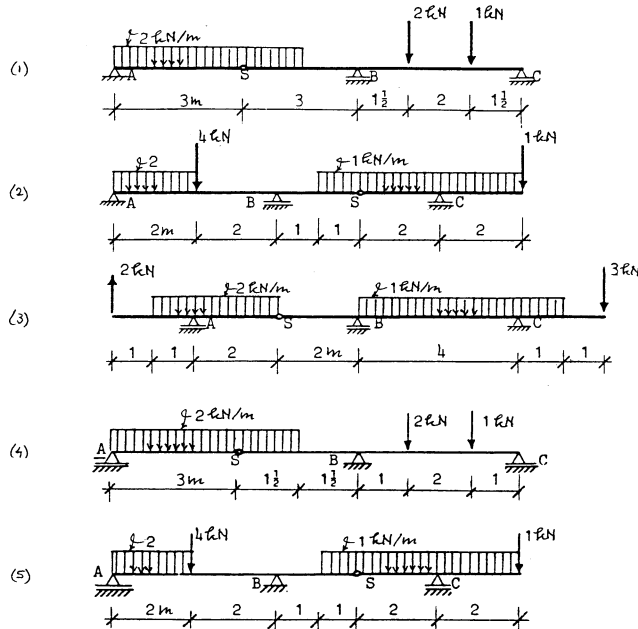


6.16 Gegeven een scharnierligger.

Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De overige oplegreacties.



6.17-1 t/m 5 Gegeven vijf verschillende scharnierliggers.

Gevraagd:

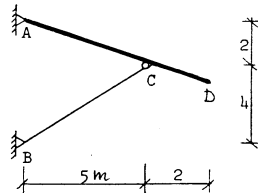
De oplegreacties in A, B en C.

6.18 Gegeven een tot lijnelement geschematiseerd luifeldak ACD.

Gevraagd:

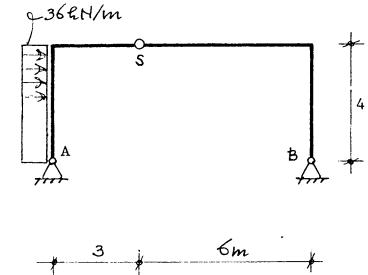
De horizontale en verticale oplegreactie in A en de kracht in staaf BC (met het goede teken) ten gevolge van de volgende gelijkmatig verdeelde belastingen op ACD:

- Een eigen gewicht van 2 kN/m .
- Een windbelasting van 3 kN/m .
- Een sneeuwbelasting van 4 kN/m .

**6.19** Op de linker stijl van driescharnierenspanst ASB werkt een gelijkmatig verdeelde horizontale belasting.

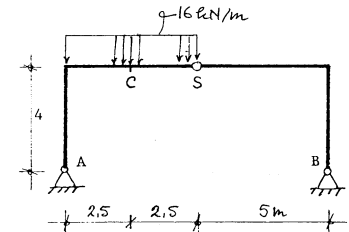
Gevraagd:

- De oplegreacties in A.
- De oplegreacties in B.

**6.20** Op de linkerhelft van driescharnierenspanst ASB werkt een gelijkmatig verdeelde belasting.

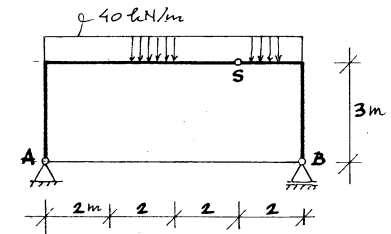
Gevraagd:

- De oplegreacties in A.
- De oplegreacties in B.
- De verbindingskrachten in C.

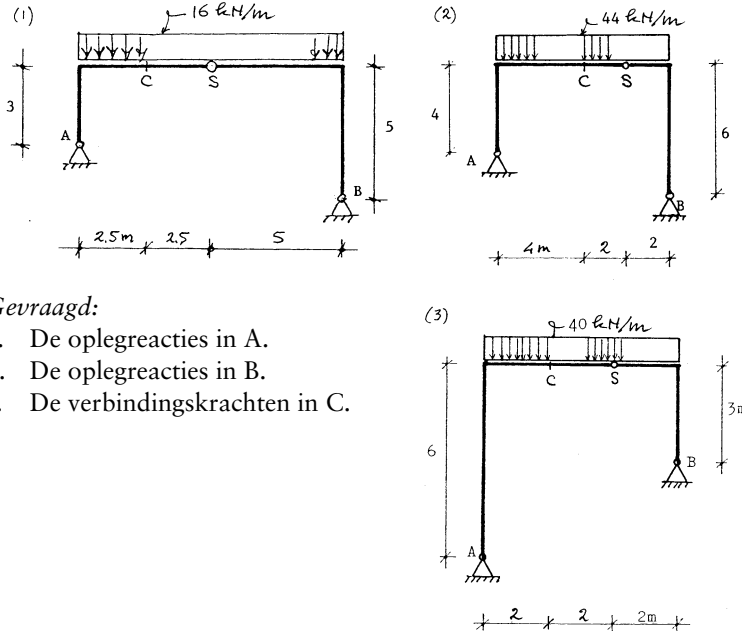
**6.21** Een driescharnierenspanst met trekstang draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 40 kN/m .

Gevraagd:

- De oplegreacties in A.
- De kracht in de trekstang AB.



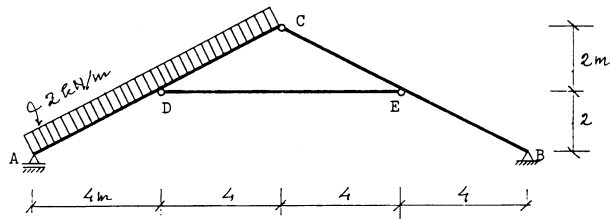
6.22-1 t/m 3 Gegeven drie verschillende driescharnierenspanten met ongelijke stijllengten.



Gevraagd:

- De oplegreacties in A.
- De oplegreacties in B.
- De verbindingskrachten in C.

6.23



Gevraagd:

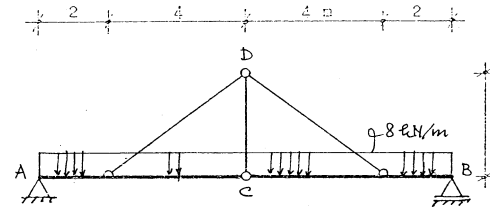
- De oplegreacties in A en B.
- De kracht in stang DE, met het goede teken.

6.24 Van de constructie in opgave 6.23 worden rol en scharnieroplegging verwisseld.

Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De kracht in stang DE, met het goede teken.

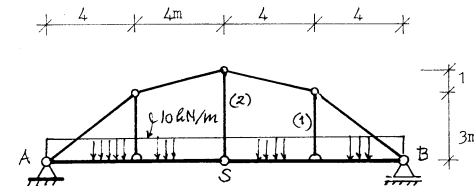
6.25 Versterkte ligger ACB draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 8 kN/m.



Gevraagd:

De kracht is staaf CD. Is dit een trekkracht of een drukkracht?

6.26 Versterkte ligger ASB draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 10 kN/m.



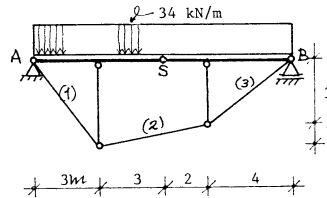
Gevraagd:

- De kracht in staaf 1.
- De kracht in staaf 2.
- Teken de gesloten krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt B.

6.27 Versterkte ligger ASB draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 34 kN/m .

Gevraagd:

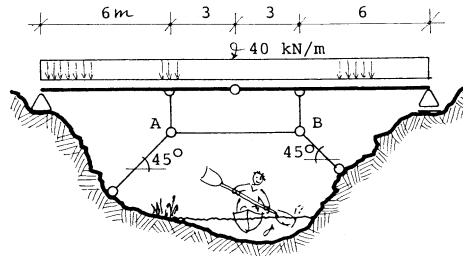
- De kracht in staaf 1.
- De kracht in staaf 2.
- De kracht in staaf 3.
- Teken de gesloten krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt A.
- Teken de gesloten krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt B.



6.28 Gegeven een springwerk met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 40 kN/m .

Gevraagd:

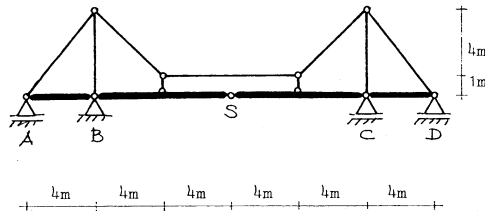
De kracht in staaf AB.
Is dit een trekkracht of een drukkracht?



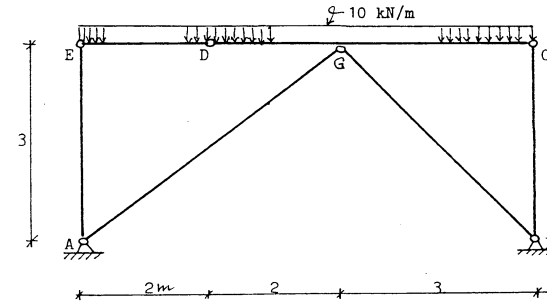
6.29 Het eigen gewicht van ligger ABSCD bedraagt 125 kN/m .

Gevraagd:

- De oplegreactie in A ten gevolge van dit eigen gewicht.
- De overige oplegreacties.



6.30 In de samengestelde constructie zijn ED en DC scharnierend in D met elkaar verbonden.

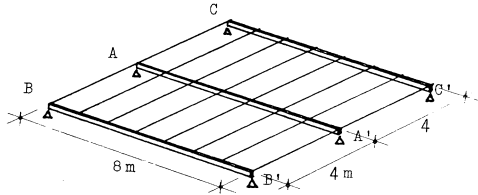


Gevraagd:

- De verticale oplegreacties in A en B.
- De krachten in de staven AE en BC, met de goede tekens.
- De krachten in de staven AG en BG, met de goede tekens.
- De horizontale oplegreacties in A en B.
- Teken de gesloten krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt A.
- Teken de gesloten krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt B.

Schematiseren van de belastingafdracht (paragraaf 6.4)

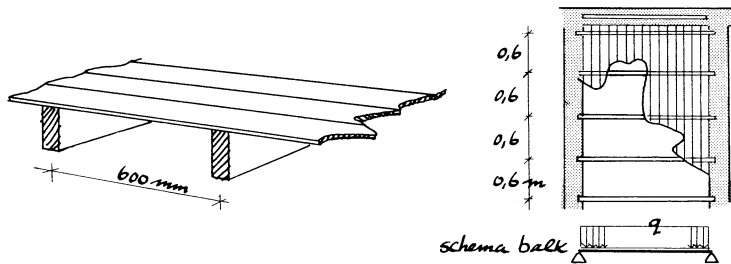
6.31. Op de stalen balken AA', BB' en CC' rusten dakplaten. Het eigen gewicht van de dakplaten bedraagt samen met de veranderlijke belasting 4 kN/m^2 . Het eigen gewicht van de balken wordt geschat op 1 kN/m .



Gevraagd:

- De (gelijktmatig) verdeelde lijnbelasting waarop balk AA' moet worden berekend.
- De (gelijktmatig) verdeelde lijnbelasting waarop balk BB' moet worden berekend.

6.32 Gegeven een houten balklaag waarbij de balken $0,6 \text{ m}$ h.o.h. liggen. De balken hebben een massa van 10 kg/m en de vloer heeft een massa van 10 kg/m^2 . De veranderlijke belasting bedraagt $1,5 \text{ kN/m}^2$. De belasting op een willekeurige (niet aan de rand gelegen) balk wordt geschematiseerd tot een gelijkmatig verdeelde lijnbelasting q .

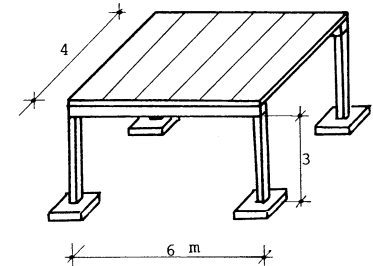


Gevraagd:

Hoe groot is q ?

6.33 Voor het op staal gefundeerde gebouwtje geldt:

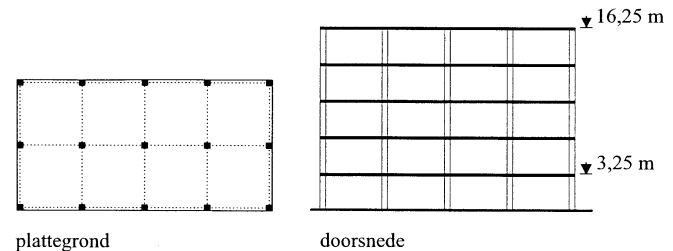
- dak
 - veranderlijke belasting 500 N/m^2
 - permanente belasting 300 N/m^2
 - eigen gewicht 1500 N/m^2
- balken
 - eigen gewicht 3000 N/m
- kolommen
 - eigen gewicht 1500 N/m



Gevraagd:

De belasting op een funderingsplaat.

6.34 Gegeven een betonskelet met de kolommen op een stramien van $5,5 \times 5,5 \text{ m}^2$ en een verdiepingshoogte van $3,25 \text{ m}$. Vloeren en het dak hebben een dikte van $0,25 \text{ m}$. Alle kolommen hebben een doorsnede van $0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$. Het eigen gewicht van beton bedraagt 24 kN/m^3 . De rustende belasting bedraagt $1,5 \text{ kN/m}^2$.

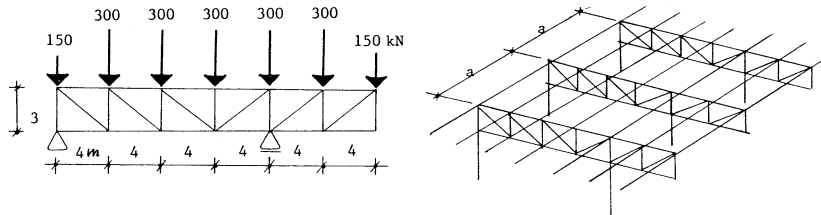


Gevraagd:

De belasting (of althans een redelijke schatting daarvan) ten gevolge van eigen gewicht en rustende belasting op de onderste kolommen in het skelet, in het geval van:

- een middenkolom;
- een randkolom;
- een hoekkolom.

6.35 Een dakspant in de vorm van een vakwerk wordt belast door de getekende krachten. De spantafstand is a . De dakbelasting (inclusief het eigen gewicht van het dak) is een gelijkmatig verdeelde oppervlaktebelasting p .

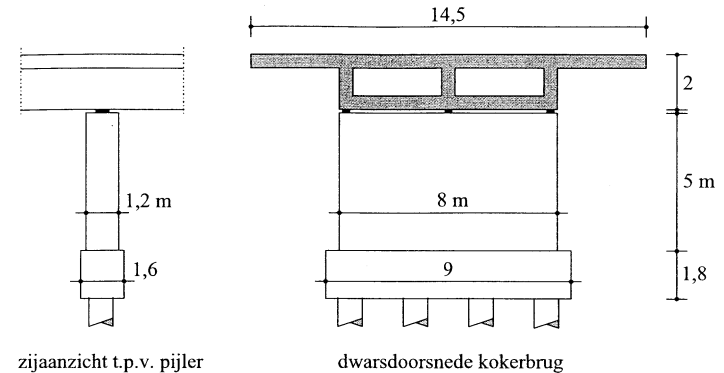


Gevraagd:

Bij welke combinatie van spantafstand a en belasting p treden de getekende krachten op?

	spantafstand a (m)	belasting p (kN/m ²)
a.	4	22,5
b.	4	25
c.	3,75	20
d.	3	22,5
e.	3	25

6.36 Van een over een groot aantal velden doorgaande betonnen kokerbrug hebben alle velden dezelfde overspanning van 42 m. De pijlers zijn op palen gefundeerd. De afmetingen van de kokerdoorsnede en van de pijler zijn in de figuur gegeven. De koker heeft overal dezelfde doorsnede met een wanddikte van 0,4 m. Het eigen gewicht van beton bedraagt 24 kN/m³.



Gevraagd:

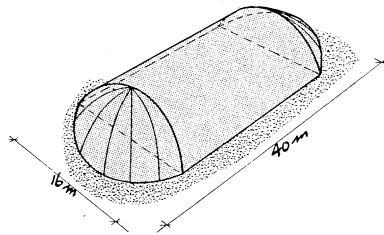
Bereken ten gevolge van het eigen gewicht:

- De belasting op de tot lijnelement geschematiseerde brug.
- De belasting op een middenpijler.
- De belasting op een paal (aangenomen dat alle palen even zwaar worden belast).

7 Gas- en vloeistofdrukken

Werken met gasdrukken (paragraaf 7.2)

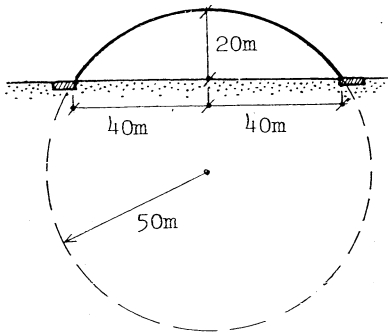
7.1 Een cilindrische pneu met een lengte van 40 m en een breedte van 16 m heeft als dwarsdoorsnede een halve cirkel. De inwendige overdruk bedraagt 375 N/m^2 .



Gevraagd:

- De oplegreacties voor het cilindrisch gedeelte van de pneu.
- De membraankracht in omtreksrichting in de cilindrische pneu.
- De kracht in langsrichting in de cilindrische pneu.

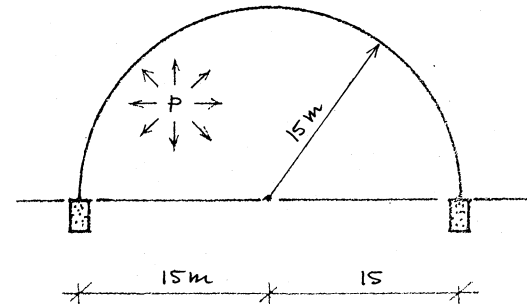
7.2 Een bolvormige pneumatische hal is opgelegd op een betonnen ringbalk. De inwendige overdruk bedraagt 350 N/m^2 .



Gevraagd:

- De membraankracht in de pneu.
- De verticale krachten die de pneu op de ringbalk uitoefent.
- De horizontale krachten die de pneu op de ringbalk uitoefent.
- De (normaal)kracht in de ringbalk. Is dit een trek- of drukkracht?

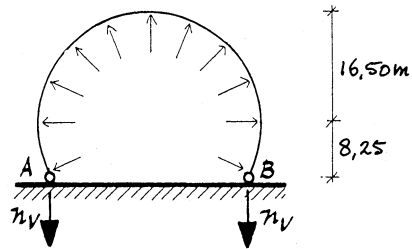
7.3 Een pneumatische constructie is uitgevoerd als een halve bol met een straal van 15 m en een inwendige overdruk van 400 N/m^2 . De krachten in de pneu worden afgegeven aan een betonnen ringbalk. Het gewicht van de ringbalk zorgt er voor dat de pneu niet wordt opgelicht. Het volumegewicht van beton bedraagt 24 kN/m^3 .



Gevraagd:

- De membraankracht in de pneu.
- De normaalkracht in de ringbalk.
- De benodigde doorsnede van de ringbalk om oplichten van de pneu te voorkomen.

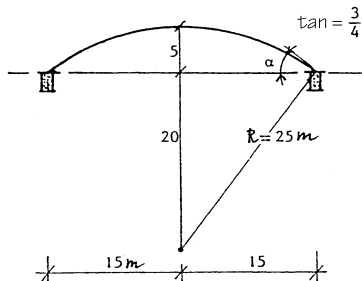
7.4 In een bolvormige pneu met een straal van 16,5 m heerst een overdruk van 350 N/m^2 . De horizontale oplegreacties worden opgenomen door een om de pneu aangebrachte ringband.



Gevraagd:

- De membraankracht in de pneu.
- De verticale oplegreacties n_v .
- De kracht in de ringband.

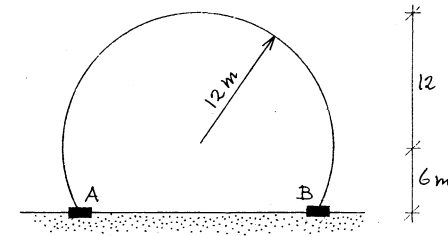
7.5 Een pneumatische constructie, in de vorm van een bolsegment, is bevestigd aan een cirkelvormige ringbalk die vrij op de grond rust. De overdruk in de pneu bedraagt 400 N/m^2 . Het eigen gewicht van de pneu mag worden verwaarloosd.



Gevraagd:

- De membraankracht in de pneu.
- Hoe groot moet het gewicht per meter ringbalk zijn om oplichten te voorkomen?
- De normaalkracht in de ringbalk. Is dit een trekkracht of een drukkracht?

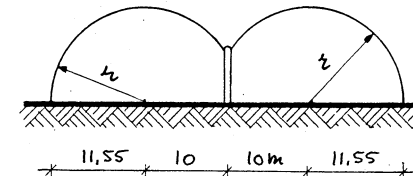
7.6 Een (lange) cilindrische pneu met een inwendige overdruk van 400 N/m^2 heeft de in de figuur aangegeven cirkelvormige doorsnede met een straal van 12 m. Het gewicht van de betonnen randbalken in A en B moet het oplichten van de pneu voorkomen. Tussen de balken A en B zijn om de 2,5 m trekstangen aangebracht. Het eigen gewicht van beton bedraagt 24 kN/m^3 .



Gevraagd:

- De membraankracht (in omtreksrichting) in de pneu.
- De benodigde doorsnede van de randbalk om oplichten te voorkomen.
- De kracht in een trekstang tussen A en B.

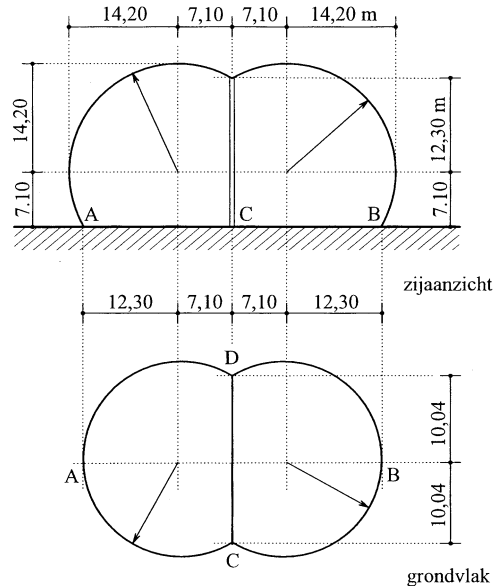
7.7 Twee bolvormige pneus met een straal $r = 11,55 \text{ m}$ zijn tegen elkaar geplaatst en onderling hecht verbonden. Ter plaatse van de verbinding is over de pneus een kabel gelegd. De overdruk in de pneu bedraagt 400 N/m^2 .



Gevraagd:

- De membraankrachten in de pneu.
- De krachten die de pneus op de kabel uitoefenen.
- De trekkracht in de kabel.

7.8 Twee bolvormige pneus met een straal van 14,20 m zijn tegen elkaar geplaatst en onderling hecht verbonden. Ter plaatse van de verbinding is over de pneu een kabel gelegd. De overdruk in de pneu bedraagt 410 N/m^2 . De pneu zijn bevestigd aan betonnen funderingsbalken.

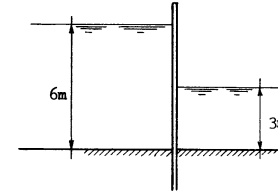


Gevraagd:

- De membraankrachten in de pneu.
- De verticale oplegreacties voor de pneu.
- De (normaal)kracht in de ringbalken. Zijn dit trek- of drukkrachten?
- De krachten die de pneus op de kabel uitoefenen.
- De trekkracht in de kabel.
- De (normaal)kracht in balk CD. Is dit een trekkracht of een drukkracht?

Werken met vloeistofdrukken (paragraaf 7.3)

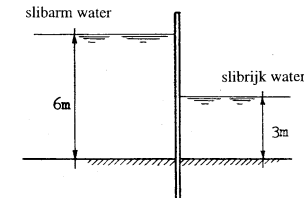
7.9 Een stalen damwand is ingeklemd in een betonnen vloer. Tegen de wand staat aan de ene zijde 6 m water en aan de andere kant 3 m. Massadichtheid water: 1000 kg/m^3 .



Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdrukken op de damwand.
- De horizontale oplegreactie per m damwand.
- Het inklemmingsmoment per m damwand.

7.10 Een stalen damwand is ingeklemd in een betonnen vloer. Aan de ene kant staat 6 m water met een massadichtheid van 1000 kg/m^3 . Aan de andere kant staat 3 m water met, als gevolg van het hoge slibgehalte, een massadichtheid van 1400 kg/m^3 .

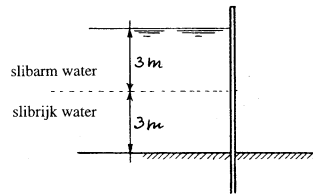


Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdrukken op de damwand.
- De horizontale oplegreactie per m damwand.
- Het inklemmingsmoment per m damwand.

7.11 Als voorgaande opgave, maar nu met het slibrijke water links en het slibarme water rechts van de damwand. De massadichtheid van het slibrijke water bedraagt 1200 kg/m^3 en van het slibarme water 1000 kg/m^3 .

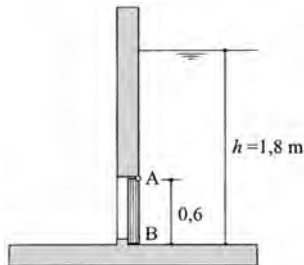
7.12 Een stalen damwand is ingeklemd in een betonnen vloer en keert 6 m water. De volumedichtheid van bovenste 3 m is 1000 kg/m^3 . De onderste 3 m water heeft door het aanwezige slib een volumegewicht van 1400 kg/m^3 .



Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdrukken op de damwand.
- De horizontale oplegreactie per m damwand.
- Het inklemmingsmoment per m damwand.

7.13 In een waterkerende wand bevindt zich een vierkante klep die in A scharnierend is opgehangen en in B steunt tegen een drempel.



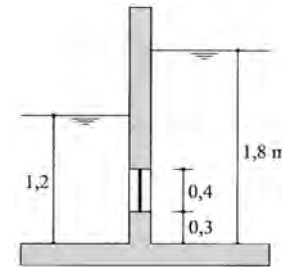
Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdruk op de wand.
- De resultante van de waterdruk op de klep.

- De werklijn van deze resultante.
- De oplegreacties in A en B.

7.14 Hoe groot is de waterdiepte h als de totale waterdruk op de vierkante klep uit de vorige opgave 3,6 kN bedraagt.

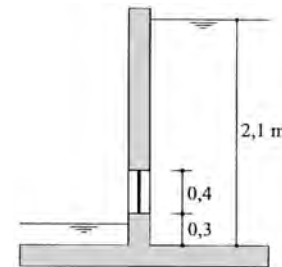
7.15 Een verbinding tussen twee reservoirs is afgesloten met een cirkelvormige klep.



Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdruk aan weerszijden van de wand.
- Teken de resulterende waterdruk op de wand.
- Bereken de resulterende waterdruk op de afsluitklep.

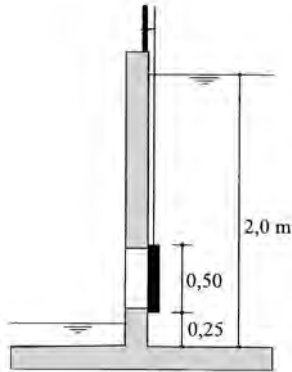
7.16 Een verbinding tussen twee reservoirs is afgesloten met een cirkelvormige klep.



Gevraagd:

De resulterende waterdruk op de afsluitklep.

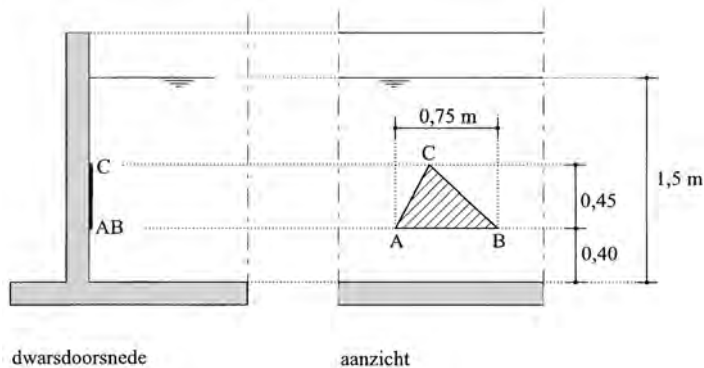
7.17 Een opening in een waterkerende wand is gesloten met een schuif. De schuif is 0,5 m hoog en 0,4 m breed.



Gevraagd:

De totale waterdruk op de schuif.

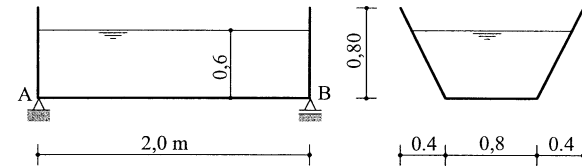
7.18 Gegeven een waterkerende wand met daarop aangegeven een driehoekig gebied ABC.



Gevraagd:

- De totale waterdruk op driehoek ABC
- De totale waterdruk op driehoek ABC als basis AB boven en top C onder ligt.

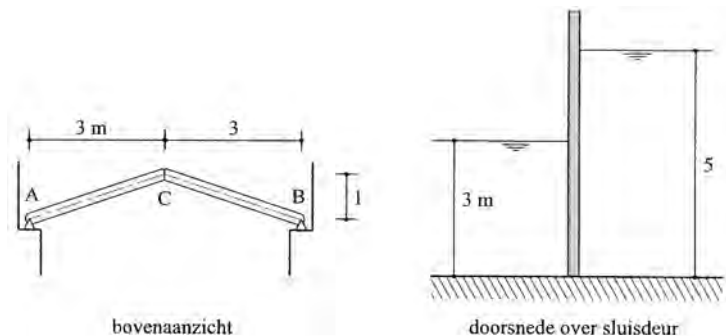
7.19 Gegeven de langs- en dwarsdoorsnede van een waterbak.



Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De resultante van de waterdruk op een eindschot.

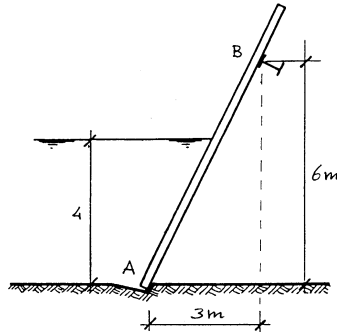
7.20 Gegeven een houten puntdeur in een kleine schutsluis. De waterdiepte buiten de schutkolk bedraagt 5 m en binnen 3 m.



Gevraagd:

- De totale waterdruk op deur AC.
- De krachten die de deuren in A en B op de sluiswanden uitoefenen.
- De kracht die de deuren in C op elkaar uitoefenen.

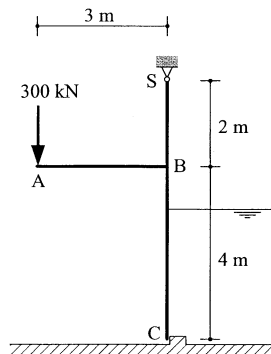
7.21 Een stuw wordt gevormd door schotten die aan onderkant A in een sponning en aan bovenkant B tegen een profielbalk rusten. De profielbalk is opgelegd in de wanden van de stuw.



Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdruk op de schotten.
- Bereken voor een schot met een breedte van 1,5 m de oplegreacties in A en B.

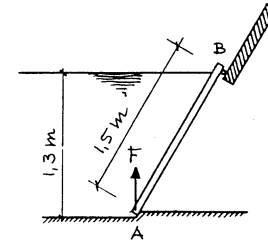
7.22 Een sluisdeur is scharnierend opgehangen in S en wordt door een kracht van 300 kN in A tegen de drempel C gedrukt. Alleen rechts van de deur staat water. De sluisdeur heeft een breedte van 4 m. Het gewicht van de deur mag worden verwaarloosd.



Gevraagd:

Bij welke waterstand gaat de deur open?

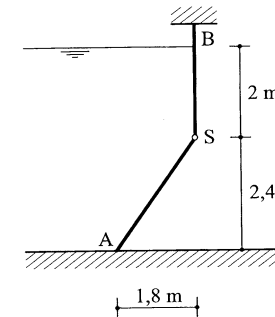
7.23 In een waterkering bevindt zich klep AB met een breedte van 1 m. De klep rust in A in een sponning en is in B scharnierend opgelegd.



Gevraagd:

De verticale kracht F die nodig is om klep AB te openen.

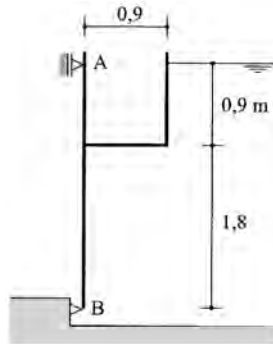
7.24 In een waterkering rust klep AS in A op een volkomen gladde bodem en is deze in S scharnierend verbonden met SB. De klep is 2,5 m breed. Alleen links van de kering staat water.



Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De horizontale en verticale component van de scharnierkracht in S. Geef ook duidelijk de richtingen aan.

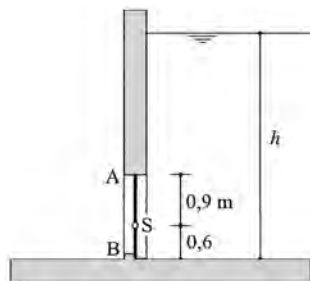
7.25 In een 1 m brede goot staat een waterkering van de getekende vorm.



Gevraagd:

- Teken het verloop van de waterdrukken op de kering.
- Bereken de oplegreacties in A en B.

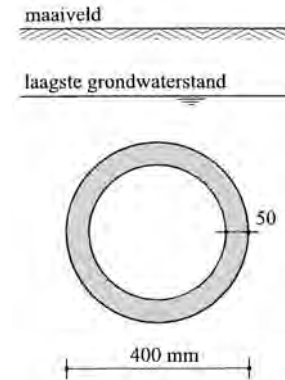
7.26 In een waterkering bevindt zich een klep AB, die om S kan scharnieren.



Gevraagd:

De waterstand h waarbij de klep zich zal openen.

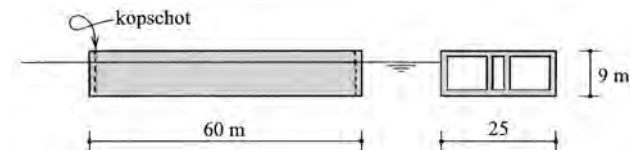
7.27 Een betonnen rioolbuis $\varnothing 400$ mm, met een wanddikte van 50 mm ligt in een gebied met zandgrond en hoge waterstand. De buis bevindt zich onder het niveau van de laagste grondwaterstand. Volumegewicht beton: 24 kN/m^3 .



Gevraagd:

Ga na of er gevaar bestaat voor opdrijven als de grond boven de buis niet als belasting in rekening wordt gebracht.

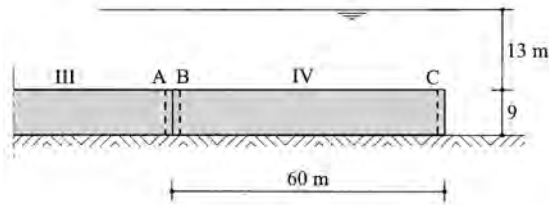
7.28 Een betonnen tunnelelement bevindt zich in drijvende toestand, klaar om te worden versleept naar de plaats van afzinken. Het element is 60 m lang en heeft een dwarsdoorsnede van $25 \times 9 \text{ m}^2$. De buitenwanden van de tunnel zijn 1,20 m dik, de binnenwanden 0,75 m. De twee tijdelijke kopschotten hebben elk een gewicht van 1320 kN . Het volumegewicht van beton bedraagt 25 kN/m^3 en van water 10 kN/m^3 .



Gevraagd:

- Hoeveel steekt de tunnel boven water uit?
- Met hoeveel liter water moet men de ballasttanks in vullen om het tunnelement te doen zinken?

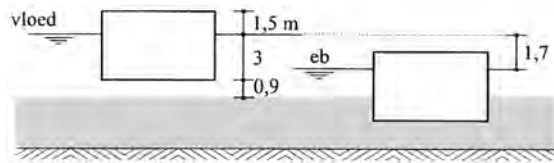
7.29 Wanneer tunnelement IV is afgezonken en op hoogte is gesteld wordt de ruimte tussen de kopschotten A en B leeggepompt. De tunnel heeft een rechthoekige dwarsdoorsnede van $25 \times 9 \text{ m}^2$. Het volumegewicht van water bedraagt 10 kN/m^3 .



Gevraagd:

Met welke kracht wordt tunnelement IV tegen element III aangedrukt?

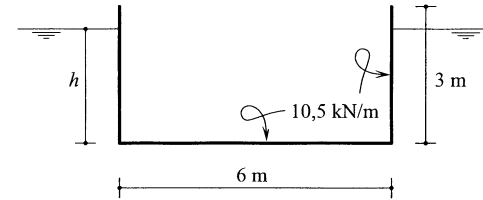
7.30 Een bak met rechthoekige dwarsdoorsnede ligt bij vloed 1,5 m boven en 3,0 m beneden water. Bij eb ligt de waterstand 1,7 m lager en komt de onderkant van de bak terecht in een modderige laag. De donker getinte modderige laag heeft een dichtheid van 1400 kg/m^3 en gedraagt zich als een vloeistof. Het water boven de modderige laag heeft een dichtheid van 1050 kg/m^3 .



Gevraagd:

Hoeveel steekt de bak bij eb boven water uit?

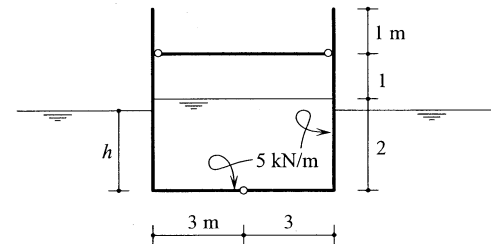
7.31 Uit de lengterichting van een lange bak is een strook van 1 m vrijgemaakt en geschematiseerd tot lijnelement. Het eigen gewicht van het vrijgemaakte lijnelement (wanden en bodem) bedraagt $10,5 \text{ kN/m}$.



Gevraagd:

- De diepgang h van de bak.
- Teken het verloop van de waterdruk op de wanden en bodem.
- Maak de bodem van de bak vrij en teken alle krachten die er op werken.

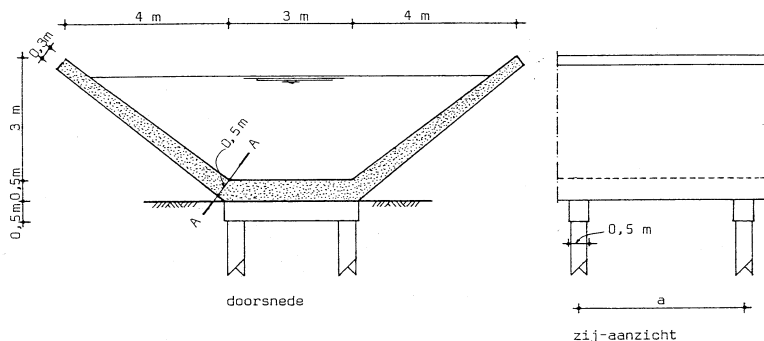
7.32 Een lange bak heeft in het midden van de bodem een doorlopend scharnier. Drie meter boven de bodem bevinden zich tussen de wanden van de bak pendelstaven. De hart op hart afstand van deze staven is 2,5 m. De bak is tot 2 m gevuld met petroleum. Het eigen gewicht van petroleum bedraagt $7,5 \text{ kN/m}^3$. Uit de lengterichting van de bak is een strook van 1 m vrijgemaakt en geschematiseerd tot lijnelement. Het eigen gewicht van het vrijgemaakte lijnelement (wanden en bodem) bedraagt 5 kN/m . Het eigen gewicht van de pendelstaven wordt verwaarloosd.



Gevraagd:

- De diepgang h van de bak.
- Teken het verloop van de vloeistofdrukken op wanden en bodem.
- Maak een wand vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Bereken de kracht in een pendelstaaf. Is dit een trek- of drukkracht?

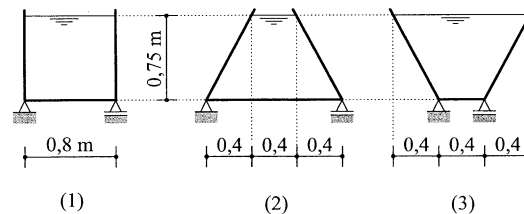
7.33 Van een lange betonnen transportgoot voor water is een schetsontwerp gemaakt met enkele geschatte dikte-afmetingen. Het water kan stijgen tot de bovenrand van de goot. Het volumegewicht van beton bedraagt 24 kN/m^3 .



Gevraagd:

- Bereken op 0,1 m nauwkeurig de hart op hart afstand a van de paaljukken opdat de palen niet zwaarder worden belast dan 600 kN.
- Bereken de verbindingskrachten per m in doorsnede A-A.

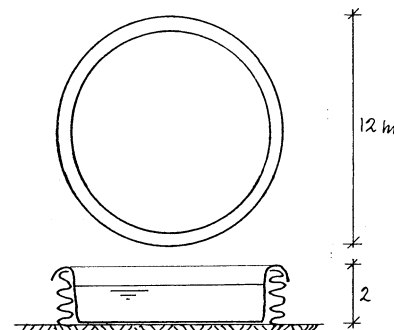
7.34-1 t/m 3 Uit een lange met water gevulde goot is een strook met een lengte van 1 m vrijgemaakt en geschematiseerd tot lijnelement. Er zijn drie verschillende gootvormen.



Gevraagd:

- De oplegreacties.
- Teken het verloop van de waterdruk op wanden en bodem.
- Maak de bodem vrij en teken alle krachten die er op werken.

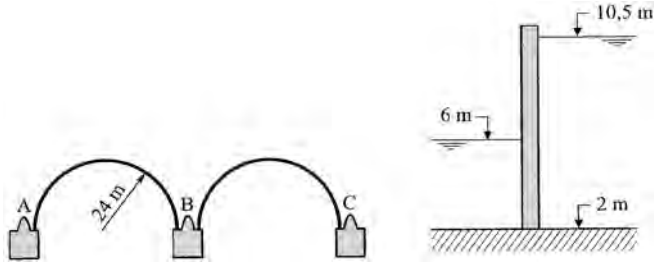
7.35 Op een tuinderij wordt voor de opslag van water een open tank gebouwd. De ronde tank heeft een diameter van 12 m en een hoogte van 2 m. De wand van de tank bestaat uit stalen golfplaten die met bouten aan elkaar zijn gezet. De waterdichtheid wordt bereikt door een vlies.



Gevraagd:

- De (normaal)kracht in omtreksrichting als de tank voor driekwart is gevuld. Is dit een trekkracht of een drukkracht?
- De (normaal)kracht in omtreksrichting als de tank tot de rand is gevuld.

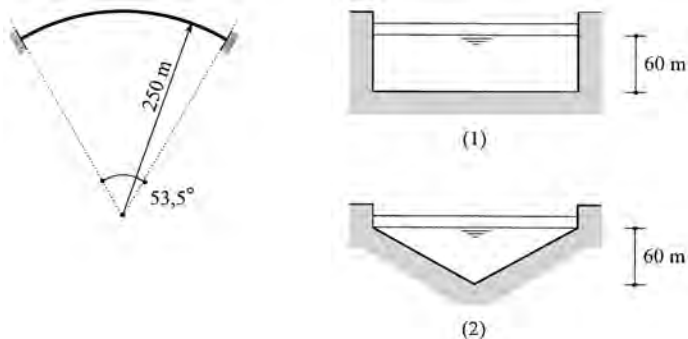
7.36 Bij Hagestein staan in de Lek twee vizierstuwen. De stalen stuwen hebben de vorm van een halve cirkel met een straal van 24 m. De bolle zijde van de stuw wijst stroomafwaarts. De waterstanden zijn in de figuur aangegeven.



Gevraagd:

- De (normaal)kracht in omtreksrichting in een stuw. Is dit een trekkracht of een drukkracht?
- De totale kracht die de stuwen AB en BC op pijler B uitoefenen.

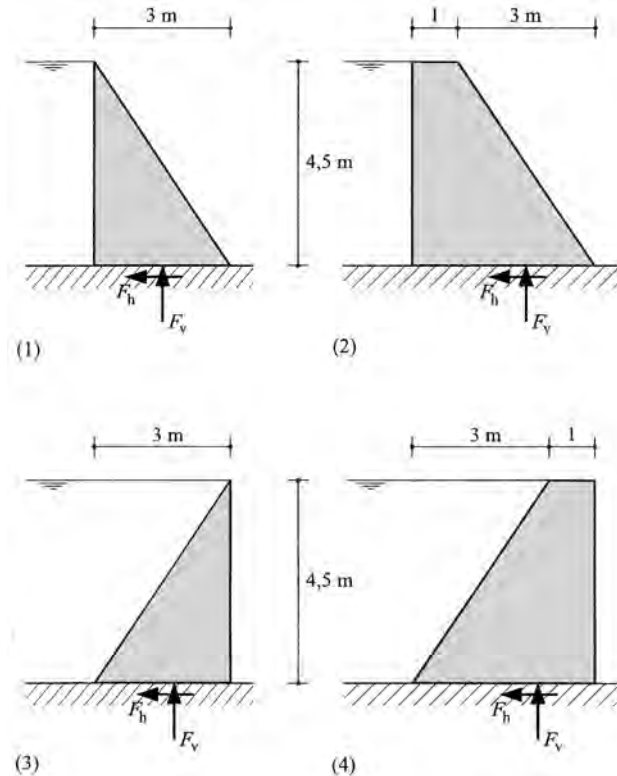
7.37-1 en 2 Tegen een cirkelvormige stuwdam, met een straal van 250 m en een openingshoek van $53,5^\circ$, staat 60 m water. Het dwarsprofiel van het afgesloten dal is in geval (1) rechthoekig en heeft in geval (2) de vorm van een gelijkbenige driehoek.



Gevraagd:

De resultante van de waterdruk op de dam.

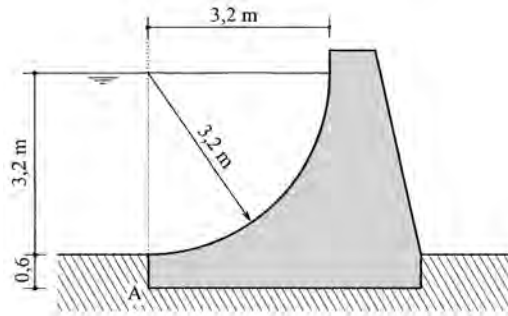
7.38-1 t/m 4 Een betonnen keermuur keert 4,5 m water. De door de ondergrond geleverde oplegreacties F_h en F_v zorgen voor evenwicht. Het volumegewicht van beton bedraagt 24 kN/m^3 en van water 10 kN/m^3 .



Gevraagd (voor 1 m keermuur):

- De oplegreactie F_h .
- De oplegreactie F_v .
- De werklijn van F_v .

7.39 De dwarsdoorsnede van een keermuur is aan de waterkerende zijde cirkelvormig.



Gevraagd (voor 1 m keermuur):

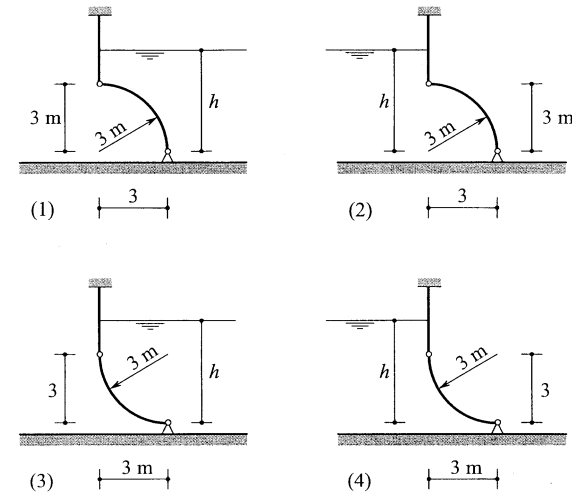
- De verticale component van de waterdruk.
- De horizontale component van de waterdruk.
- Op welke afstand van A snijdt de werklijn van de resulterende waterdruk de bodem van de keermuur?

7.40-1 t/m 4 Een 5 m brede stuw keert een waterstand h . De stuw is opgebouwd uit een vlakke verticale wand en een cirkelcilindrische wand. De doorsnede van de cilindrische wand is een kwart cirkel met een straal van 3 m.

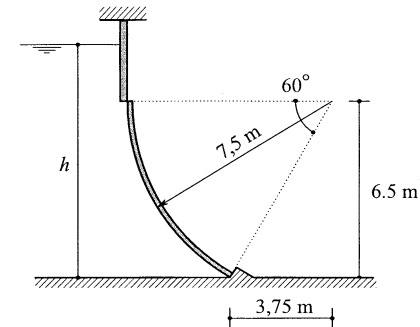
Gevraagd:

De totale waterdruk op de 5 m lange cirkelcilindrische wand, met zijn werklijn, in het geval:

- $h = 4,80$ m.
- $h = 3,00$ m.
- $h = 1,50$ m.



7.41 Een cirkelcilindrische schuif met een lengte van 20 m, een straal van 7,5 m en een openingshoek van 60° , keert een waterstand h .



Gevraagd:

De resulterende waterdruk op de schuif, met zijn werklijn, in het geval:

- $h = 8,0$ m.
- $h = 6,5$ m.
- $h = 4,0$ m.

8 Gronddrukken

Tenzij anders is gegeven geldt in alle vraagstukken:

- Volumegewicht water: $\gamma_{\text{water}} = 10 \text{ kN/m}^3$.
- Coëfficiënt voor actieve gronddruk: $K_a = 1/3$.
- Coëfficiënt voor passieve gronddruk: $K_p = 3$.
- De grond heeft geen cohesie.
- Alle (NAP)peilwaarden zijn gegeven in m.

Verticale gronddrukken (paragraaf 8.2)

8.1 In een terrein met zandgrond bevindt het grondwater zich 1 m onder het maaiveld. Volumegewicht droog zand: 15 kN/m^3 . Het poriënvolume van zand is 40%.

Gevraagd:

- Het volumegewicht $\gamma_{\text{zand;nat}}$ van nat zand.
Teken tot 3 m onder het maaiveld het verloop van:
- de verticale gronddruk;
- de verticale korreldruk;
- de waterdruk.
- Hoe veranderen de verticale gronddruk, korreldruk en waterdruk als het grondwater met 0,5 m stijgt?
- Hoe veranderen de verticale gronddruk, korreldruk en waterdruk als het grondwater met 0,8 m daalt?

8.2 Als opgave 8.1, maar nu met een bovenbelasting van 5 kN/m^2 .

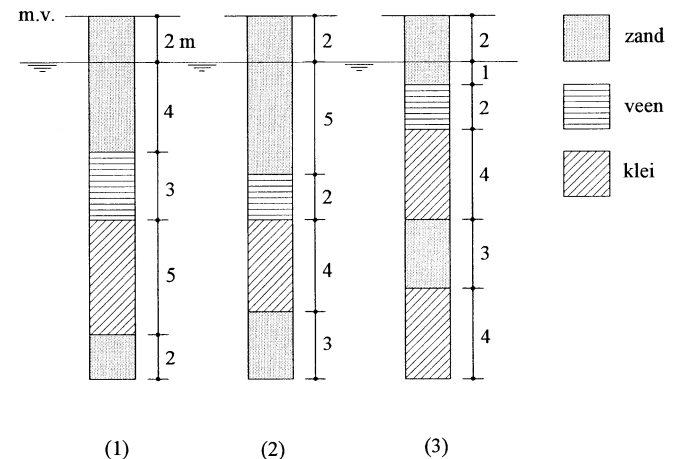
8.3 In een terrein met zandgrond bevindt het grondwater zich 1,2 m onder het maaiveld. Volumegewicht nat zand: 18 kN/m^3 . Het poriënvolume van zand is 35%.

Gevraagd:

- Het volumegewicht $\gamma_{\text{zand;droog}}$ van droog zand.
Teken tot 3 m onder het maaiveld het verloop van:
- de verticale gronddruk;
- de verticale korreldruk;
- de waterdruk.
- Hoe veranderen de verticale gronddruk, korreldruk en waterdruk als het grondwater met 0,6 m stijgt?
- Hoe veranderen de verticale gronddruk, korreldruk en waterdruk als het grondwater met 0,8 m daalt?

8.4 Als opgave 8.3, maar nu met een bovenbelasting van 4 kN/m^2 .

8.5-1 t/m 3 Een terrein bestaat uit verschillende grondlagen. Het grondwater bevindt zich 2 m onder het maaiveld.



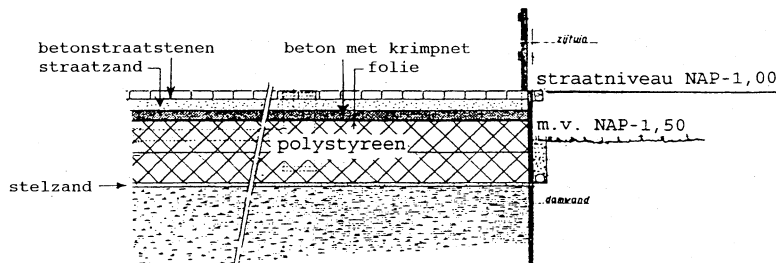
materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
droog zand	16
nat zand	20
nat veen	12
natte klei	18

Gevraagd: Teken tot 15 m onder het maaiveld het verloop van:

- de verticale gronddruk;
- de verticale korreldruk;
- de waterdruk.
- Hoe veranderen de verticale gronddruk, korreldruk en waterdruk als de grondwaterstand met 1 m wordt verhoogd?
- Hoe veranderen de verticale gronddruk, korreldruk en waterdruk als de grondwaterstand met 1 m wordt verlaagd?

8.6-1 t/m 3 Als opgave 8.5, maar nu met een bovenbelasting van 6 kN/m².

8.7 Grondmechanisch onderzoek toonde aan dat met het traditioneel bouwrijp maken van een terrein na 17,5 jaar een zetting van 2,0 m kon worden verwacht. Daarom werd gekozen voor een zettingsvrije ophoging met polystyreen.

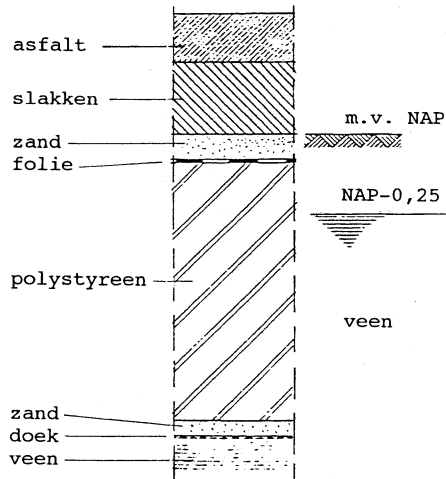


Bestaande situatie:	peil NAP (m)	materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
maaiveld	-1,50	veen/droog	12
grondwaterniveau	-2,10		

Opbouw in nieuwe situatie	volumegewicht (kN/m ³)
straatniveau NAP-1,00 m	–
0,05 m betonstraatstenen	23
0,15 m droog zand	14
folie	–
0,10 m beton met krimpnet	24
??? m polystyreen	0,2
0,05 m nat stelzand	17,5

Gevraagd: Hoe dik moet de laag polystyreen zijn opdat de grondspanning onder de ophoging gelijk is aan die in de oude situatie.

8.8 Voor de constructie van een ontsluitingsweg in een veengebied wordt polystyreen toegepast. De opbouw van de wegconstructie is gegeven in de tabel op de volgende pagina. Het gewicht van folie en doek is te verwaarlozen. Neem aan dat polystyreen geen water opneemt. Het maaiveld ligt op NAP. De onderkant van de slakkenlaag ligt op gelijke hoogte met het maaiveld. De gemiddelde grondwaterstand ligt op NAP-0,25. De bovenbelasting op de weg bedraagt 6 kN/m².



opbouw	m	materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
asfaltbeton	0,17	asfaltbeton	24
slakken	0,25	slakken	17
zand	0,10	droog zand	15
folie	–	nat zand	19
polystyreen	???	droog veen	13
zand	0,10	nat veen	15
doek	–	polystyreen	0,2
veen	–		

Gevraagd:

- a. Hoe dik moet bij de gemiddelde grondwaterstand de laag polystyreen zijn opdat bij de weg met bovenbelasting de grondspanning

onder de uitvlaklaag gelijk is aan de grondspanning in de oorspronkelijke situatie.

- b. Tot welke hoogte mag het grondwaterpeil stijgen opdat de weg (zonder bovenbelasting) nog net niet opdrijft.

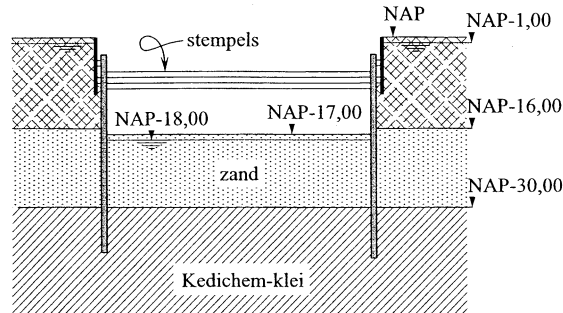
8.9 De twee buizen van de tweede Heinenoordtunnel voor langzaam verkeer onder de Oude Maas bij Barendrecht zijn geboord met een speciaal gebouwde tunnelboormachine. De uitwendige diameter van de betonnen tunnelbuis is 8,3 m, de wanddikte bedraagt 0,3 m. In de rivier wordt op de tunnel een gronddekking van 8,3 m aangehouden. De rivierbodem bestaat uit een 1,5 m dikke kleilaag op zand. Op de zuidoever ligt vanaf het maaiveld een 2,0 m dikke kleilaag op veen/zand. De grondwaterstand ligt hier 1,5 m onder het maaiveld. Als bovenbelasting wordt alleen de grond recht boven de buis in rekening gebracht.

materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
droge klei	14
natte klei	17
nat veen/zand	15
nat zand	18
beton	24

Gevraagd:

- a. Bereken de opwaartse en neerwaartse krachten op een lege tunnelbuis onder de rivierbodem, in kN/m (kracht per m lengte van de tunnel).
Ga na of de tunnel opdrijft.
- b. Hoe diep moet de tunnel onder het maaiveld van de zuidoever liggen opdat het verschil tussen de opwaartse en neerwaartse krachten op de lege tunnelbuis een neerwaartse kracht van 87,5 kN/m is.

8.10 Tussen Blaak en de Maasboulevard zijn in Rotterdam betonnen diepwanden toegepast voor de bouw van de ondergrondse spoorlijn. De diepwanden zijn tot in de Kedichem-klei gestort. De kleilaag bevindt zich onder een zandlaag van NAP-16,00 tot NAP-30,00. De bouwput wordt tot NAP-17,00 ontgraven en tot NAP-18,00 gedraineerd. Het grondwater staat op NAP-1,00.



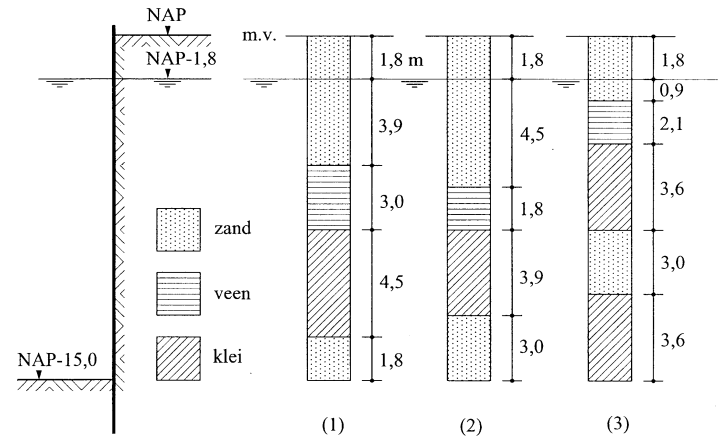
materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
droog zand	14
nat zand	18
natte klei	17

Gevraagd:

- Hoe dik moet de Kedichem-kleilaag zijn opdat er in de bouwput na ontgraven en draineren aan de onderkant van deze kleilaag een korreldruk van 5 kN/m^2 heerst. Aanwijzing: klei is zeer slecht waterdoorlatend.
- Bij welke dikte van de kleilaag zal de bouwput openbarsten?

Horizontale gronddrukken (paragraaf 8.3)

8.11-1 t/m 3 Gegeven een damwand aan een kade. Er zijn drie verschillende grondprofielen.



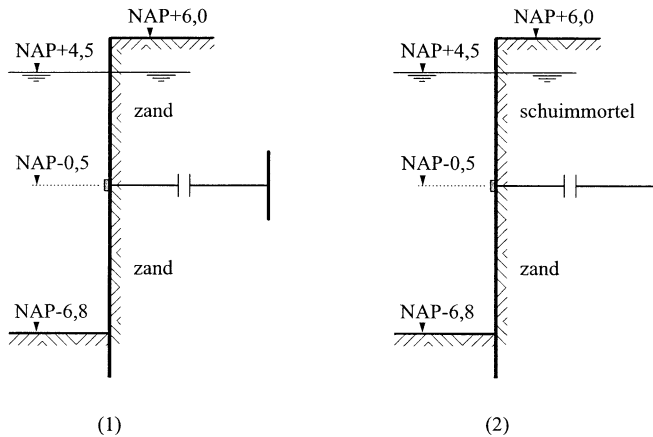
materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
droog zand	16
nat zand	20
nat veen	12
natte klei	18

Gevraagd:

- Teken tot NAP-15,00 het verloop van de horizontale waterdruk links en gronddruk rechts van de damwand. Splits de gronddruk op in korreldruk en waterdruk.
- Teken het verloop van de resulterende druk op de damwand.
- Bereken de resultante van de horizontale belasting op een 1 m brede verticale strook uit de damwand.
- Beantwoord de vragen a t/m c ook voor het geval er een terreinbelasting is van 12 kN/m^2 .

8.12-1 t/m 3 Als opgave 8.11, maar nu staat het water links van de damwand 1,5 m lager dan het grondwater.

8.13-1/2 Bij een verankerde damwand aan een haven bevindt zich onder de ankerstangen zand. Boven de ankerstangen vindt een aanvulling plaats tot aan het maaiveld. Voor de aanvulling heeft men de keuze uit (1) zand of (2) een (veel duurdere) schuimmortel. De bovenbelasting bedraagt 20 kN/m^2 .



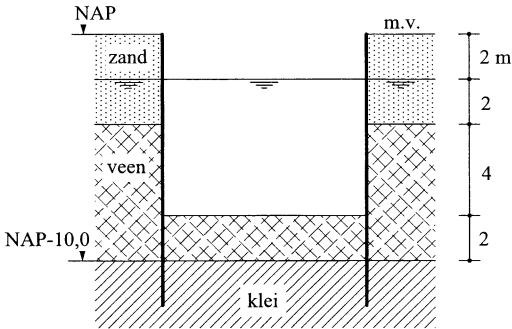
materiaal	volumegewicht (kN/m^3)
zand droog	15
zand nat	18
schuimmortel droog	2
schuimmortel nat	6

Gevraagd:

- a. Teken tot NAP-6,8 het verloop van de horizontale drukken links en rechts van de damwand.

- b. Teken het verloop van de resulterende horizontale druk op de damwand.
c. Bereken de resultante van de horizontale belasting op een 1 m brede verticale strook uit de damwand in kN/m .
d. Hoe verandert de horizontale belasting op de damwand als er geen bovenbelasting is?

8.14 Een bouwput is omsloten door stalen damwanden en staat nog vol water. De grondopbouw is in de figuur gegeven.



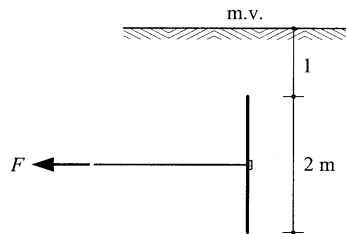
materiaal	volumegewicht (kN/m^3)
zand droog	15
zand nat	18
veen nat	12

Gevraagd:

- a. Teken tot aan de kleilaag het verloop van de horizontale druk op de buitenkant van de damwand, opgesplitst in korreldruk en waterdruk.
b. Teken tot aan de kleilaag het verloop van de horizontale druk op de binnenkant van de damwand, opgesplitst in korreldruk en waterdruk.
c. Teken het verloop van de resulterende horizontale belasting op de damwand.

- d. Bereken de resultante van de horizontale belasting op een 1 m brede verticale strook de damwand in kN/m.
- e. Hoe verandert de resultante van de horizontale belasting op de damwand (in kN/m), als de waterstand in de bouwput wordt verlaagd tot NAP-8,0?

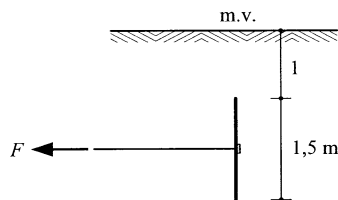
8.15 In droge grond bevindt zich 1 m onder het maaiveld een ankerschot, 2 m hoog en 1,5 m breed. In deze situatie mag worden gerekend alsof het ankerschot tot het maaiveld doorloopt. Het volumegewicht van de grond is 15 kN/m^3 .



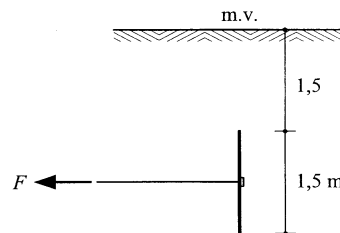
Gevraagd:

- De maximum ankerkracht die het schot kan leveren.
- De invloed van een bovenbelasting van 18 kN/m op de grootte van de ankerkracht.

8.16-1/2 Als opgave 8.15, maar nu is het ankerschot 1,5 m hoog en 2 m breed en ligt het schot 1 m, respectievelijk 1,5 m onder het maaiveld.

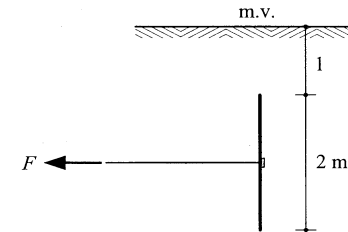


(1)



(2)

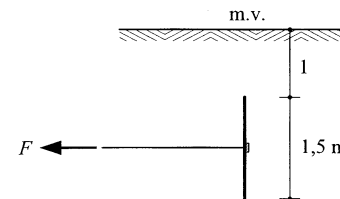
8.17 In droge grond bevindt zich 1 m onder het maaiveld een ankerschot, 2 m hoog en 1,5 m breed. In deze situatie mag worden gerekend alsof het ankerschot tot het maaiveld doorloopt. Het volumegewicht van de grond is 15 kN/m^3 . De hoek van inwendige wrijving is 20° .



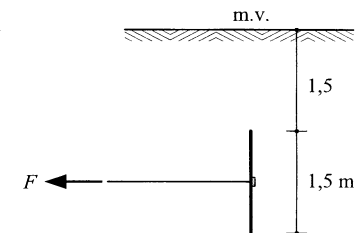
Gevraagd:

- De coëfficiënt voor actieve gronddruk.
- De coëfficiënt voor passieve gronddruk.
- De maximum ankerkracht die het schot kan leveren.
- De invloed van een bovenbelasting van 18 kN/m op de grootte van de ankerkracht.

8.18-1/2 Als opgave 8.17, maar nu is het ankerschot 1,5 m hoog en 2 m breed en ligt het schot 1 m, respectievelijk 1,5 m onder het maaiveld.



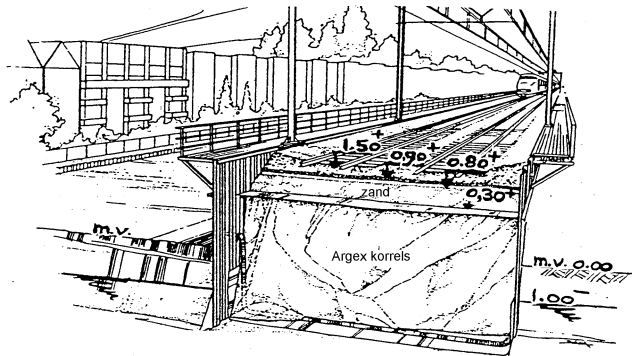
(1)



(2)

Gemengde opgaven

8.19 Bij de aanleg van de spoortunnel in Rotterdam werd een deel van de bestaande spoorlijn omgelegd om plaats te maken voor de bouwput van de nieuwe spoorlijn. Om zettingen te voorkomen werd gekozen voor een ophoging met lichte argex korrels. De korrels zijn met een waterdicht vlies van het grondwater afgesloten en worden door drainage droog gehouden.



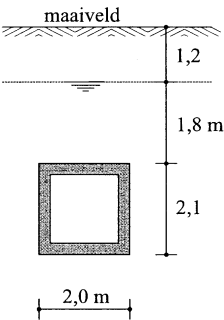
Opbouw in de spoorbaan:	peil NAP (m)	materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
bovenkant ballastbed	+1,50	ballast	18
bovenkant grindlaag	+0,90	grind	17,5
bovenkant zandlaag	+0,80	zand/droog	15
bovenkant argex korrels	+0,30	argex/droog	6,5

Naast de spoorbaan:	peil NAP (m)	materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
maaiveld	0,00	grond/droog	14
grondwaterniveau	-1,00	grond/nat	17

Gevraagd:

- Teken tot 3 m onder het maaiveld het verloop van de verticale gronddruk buiten de damwanden. Geef in het diagram aan welk deel van de grondspanningen wordt veroorzaakt door de korrel-druk en welk deel door de waterdruk.
- Hoe diep moet het waterdichte vlies ten opzichte van NAP worden gelegd, opdat de verticale gronddruk direct onder het vlies gelijk is aan de gronddruk buiten de damwanden.
- Teken het verloop van de verticale gronddruk binnen de damwanden, tot 3 m onder het maaiveld. Geef in het diagram aan welk deel van de grondspanningen wordt veroorzaakt door de korrel-druk en welk deel door de waterdruk.
- Teken tot 3 m onder het maaiveld het verloop van de horizontale gronddruk op de buitenkant van de damwand. Geef in het diagram aan welk deel van de gronddruk wordt veroorzaakt door de korrel-spanningen en welk deel door de waterspanningen.

8.20 Een betonnen duiker met rechthoekige doorsnede, 2 m breed en 2,1 m hoog en overal dezelfde wanddikte van 0,25 m, ligt met zijn bovenkant 3,0 m onder het maaiveld. Het grondwater bevindt zich 1,2 m onder het maaiveld.



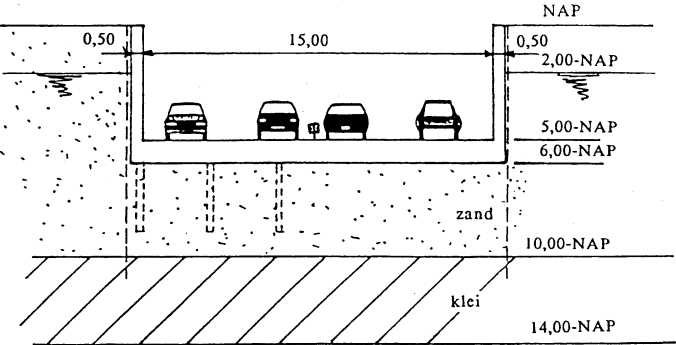
Voor de volumegewichten geldt:

$\gamma_{\text{grond;droog}} = 17,5 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_{\text{grond;nat}} = 20 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_{\text{beton}} = 24 \text{ kN/m}^3$

Gevraagd: Het verloop van de gronddruk, opgesplitst in korreldruk en waterdruk, op:

- a. de bovenkant van de duiker;
- b. de zijanten van de duiker;
- c. de onderkant van de duiker.

8.21 Bij een ongelijkvloerse kruising gaat één van de wegen met een bakconstructie onder de andere door. Er worden damwanden tot in de kleilaag geslagen. Vervolgens wordt de put tot NAP–6,00 afgegraven en wordt het water in de put tot NAP–7,00 verlaagd. Nadat de bakconstructie klaar is worden de damwanden weer getrokken.



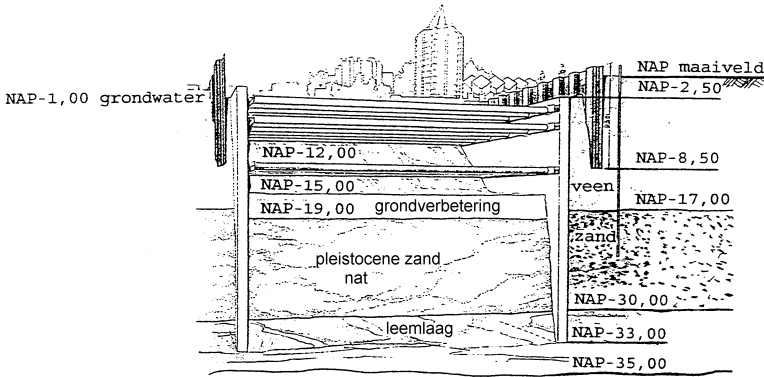
materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
droog zand	15
nat zand	20
natte klei	18
beton	24

Gevraagd:

- a. Teken tot NAP–14,00 het verloop van de verticale gronddruk. Geef in het diagram aan welk deel van de gronddruk wordt veroorzaakt door de korreldruk en welk deel door de waterdruk.
- b. Is de bouwput (na ontgraven en bemalen, maar voor het aanbrengen van de bak) veilig tegen opbarsten?
- c. Toon aan dat, als er geen trekpalen zijn, de betonnen bak gaat opdrijven na het trekken van de damwanden.
- d. Teken de horizontale gronddruk op de wand van de bakconstructie. Geef in het diagram aan welk deel van de gronddruk wordt veroorzaakt door de korreldruk en welk deel door de waterdruk.

8.22 Bij de aanleg van de Willemsspoortunnel in Rotterdam is gebruik gemaakt van diepwanden. De diepwanden lopen tot NAP–33,00. De bouwkuip is tot NAP–19,00 ontgraven, waarna een grondverbetering van 4 m is aangebracht tot NAP–15,00. De onderste stempel is aangebracht op NAP–12,00. Het maaiveld ligt op NAP. Het grondwater staat op NAP–1,00. De bodemopbouw is als volgt:

- 17 m veen van NAP tot NAP–17,00
- 13 m (pleistoceen) zand van NAP–17,00 tot NAP–30,00
- 5 m leem van NAP–30,00 tot NAP–35,00
- zand vanaf NAP–35,00



materiaal	volumegewicht (kN/m ³)
veen droog	13
veen nat	15
pleistoc. zand nat	19
leem	18
grondverbetering	16

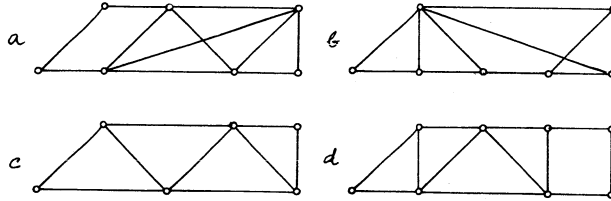
Gevraagd:

- Teken tot NAP–35,00 het verloop van de verticale gronddruk naast de bouwkuip, opgesplitst in korreldruk en waterdruk.
- Hoe groot is na het aanbrengen van de grondverbetering in de bouwkuip de korreldruk direct onder de leemlaag. Het water in de bouwkuip staat op NAP–19,00.
- Teken vanaf NAP–12,00 tot NAP–20,00 het verloop van de horizontale gronddruk op de buitenkant van de diepwand, opgesplitst in korreldruk en waterdruk.

9 Vakwerken

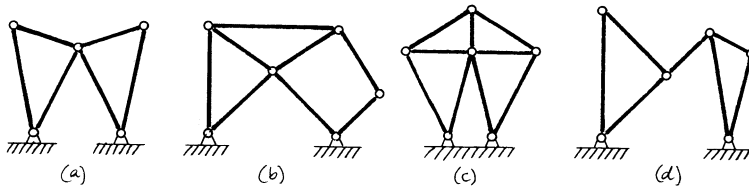
Kinematisch/statisch (on)bepaalde vakwerken (paragraaf 9.2)

9.1



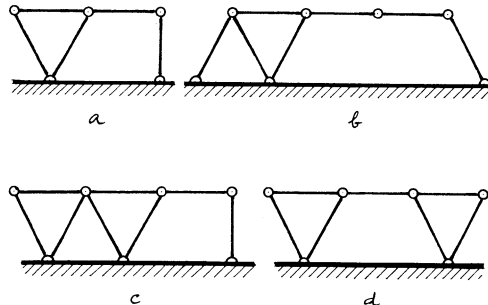
Gevraagd: Welk van deze constructies is vormvast?

9.2



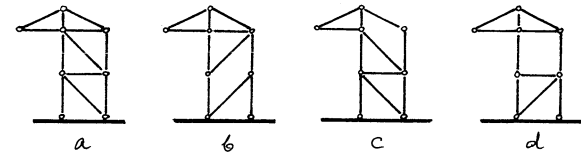
Gevraagd: Welk van deze constructies is kinematisch onbepaald?

9.3



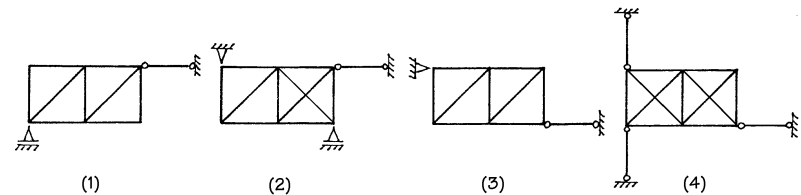
Gevraagd: Welke constructie is kinematisch bepaald?

9.4



Gevraagd: Welke constructie is kinematisch bepaald?

9.5-1 t/m 4 Gegeven een vakwerk dat op vier verschillende manieren is opgelegd.



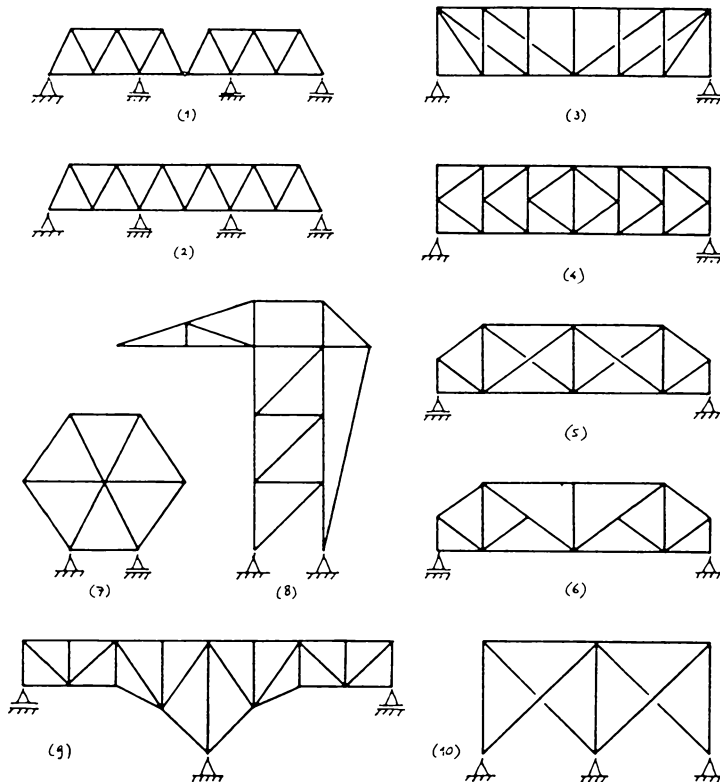
Gevraagd:

- Wat is het essentiële verschil tussen een kinematisch bepaalde en een kinematisch onbepaalde constructie?
- Wat is het essentiële verschil tussen een statisch bepaalde en een statisch onbepaalde constructie?
- Geef aan of de constructie
 - kinematisch bepaald (kb) of kinematisch onbepaald (ko) is, en (in het geval deze kinematisch bepaald is) of de constructie
 - statisch bepaald (sb) of statisch onbepaald (so) is.

9.6-1 t/m 10 Gegeven een aantal kinematisch bepaalde vakwerken.

Gevraagd (voor elk van de gevallen):

- Is het vakwerk statisch bepaald of onbepaald?
- Vermeld bij de statisch onbepaalde vakwerken de graad van statisch onbepaaldheid.

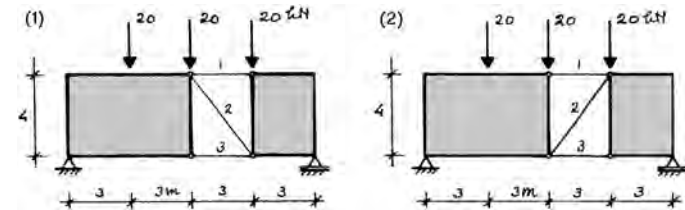


Snedemethode (paragraaf 9.3.1)

Tenzij anders vermeld zijn alle constructies in de opgaven vakwerken.

9.7-1/2 Twee gewichtloze blokken zijn door middel van drie staven met elkaar verbonden.

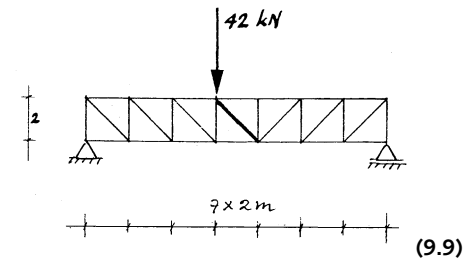
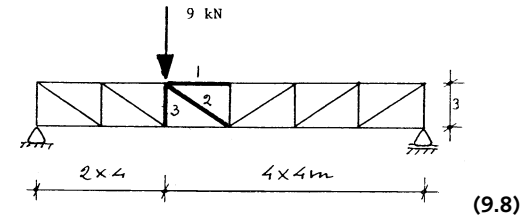
De constructie in (1) verschilt met die in (2) door de andere plaatsing van diagonaalstaaf 2.

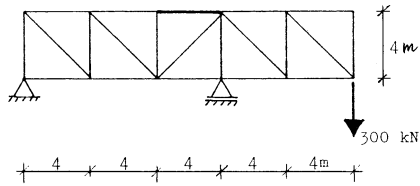


Gevraagd:

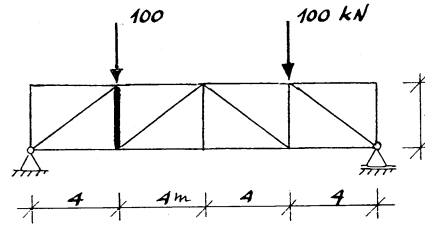
Bereken de normaalkracht in de staven 1 t/m 3.

9.8 t/m 9.53 Bereken de normaalkracht in de vet getekende staaf/staven.

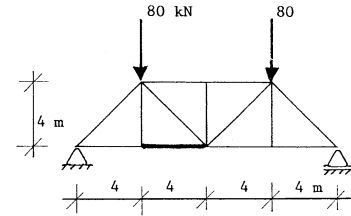




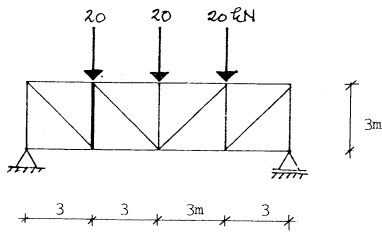
(9.10)



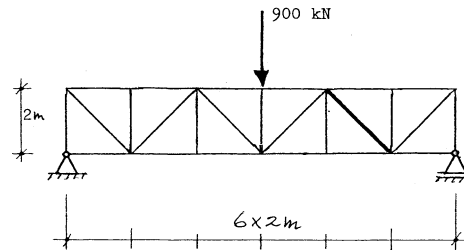
(9.11)



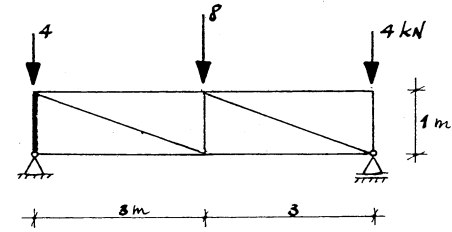
(9.12)



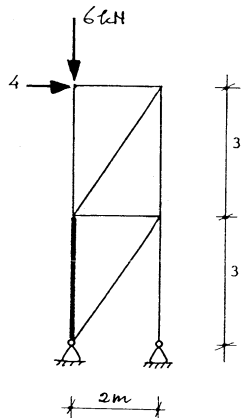
(9.13)



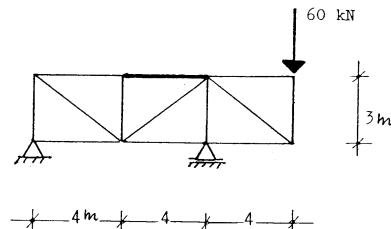
(9.14)



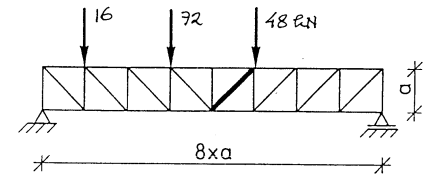
(9.15)



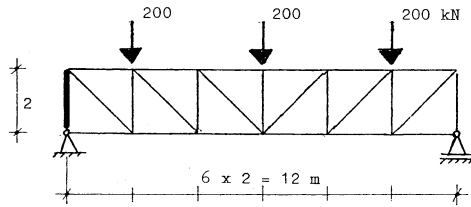
(9.16)



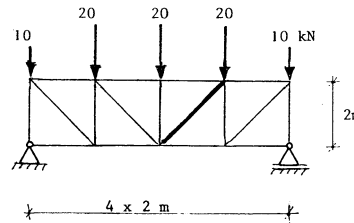
(9.17)



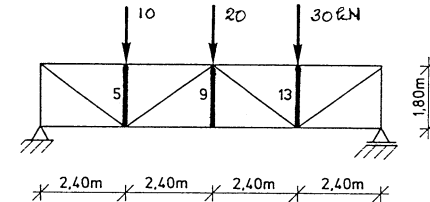
(9.18)



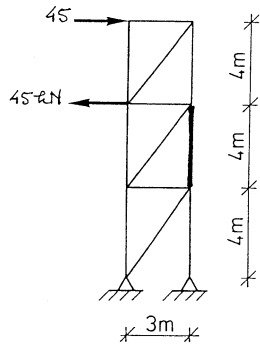
(9.19)



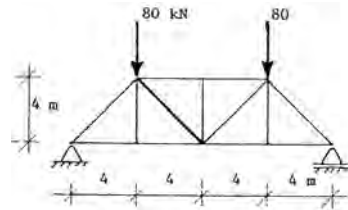
(9.20)



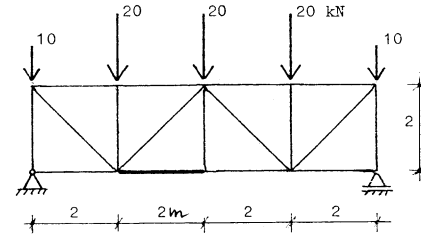
(9.21)



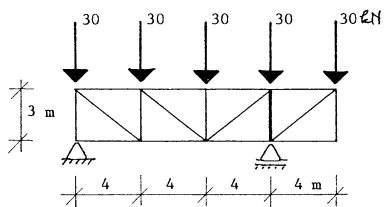
(9.22)



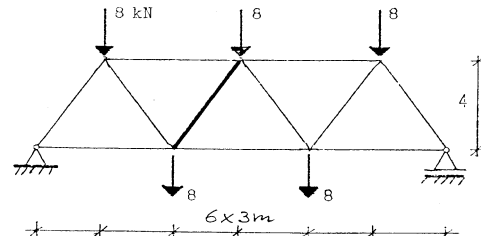
(9.23)



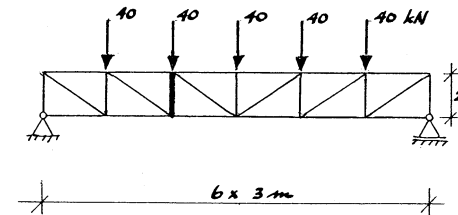
(9.24)



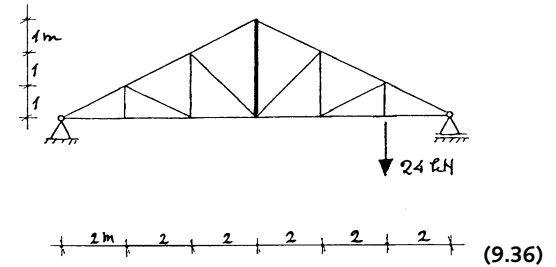
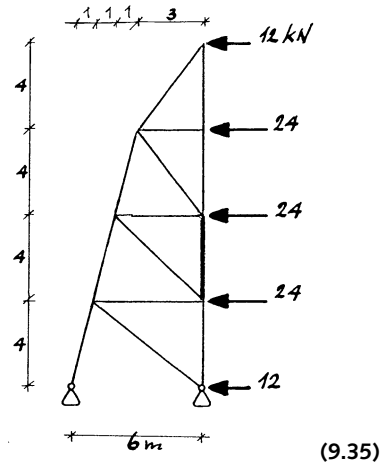
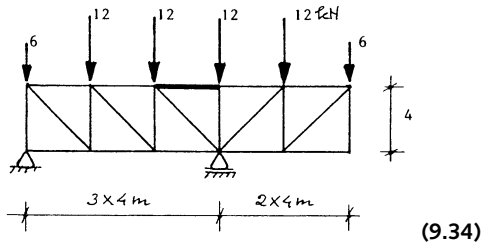
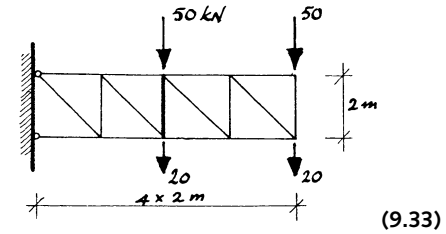
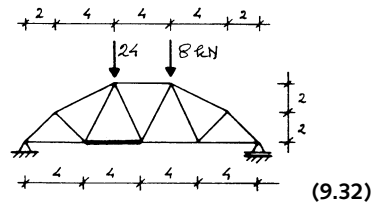
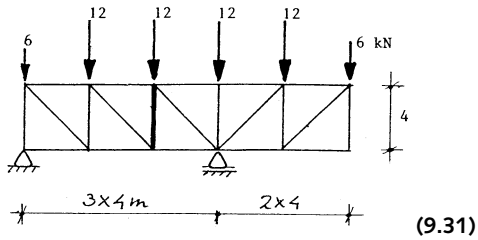
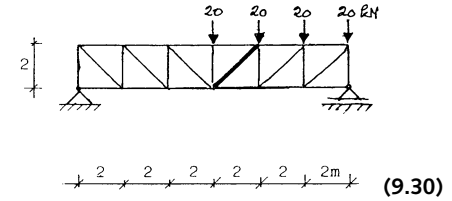
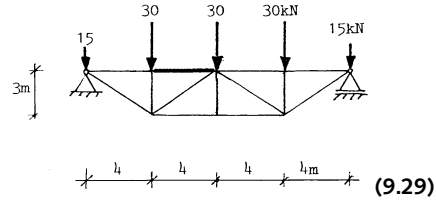
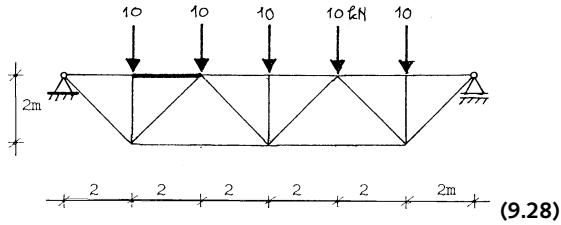
(9.25)

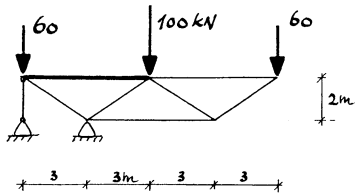


(9.26)

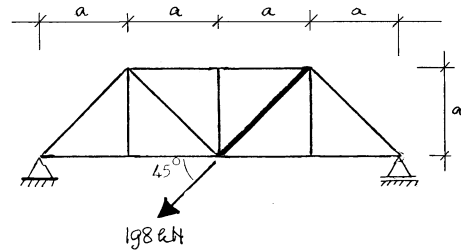


(9.27)

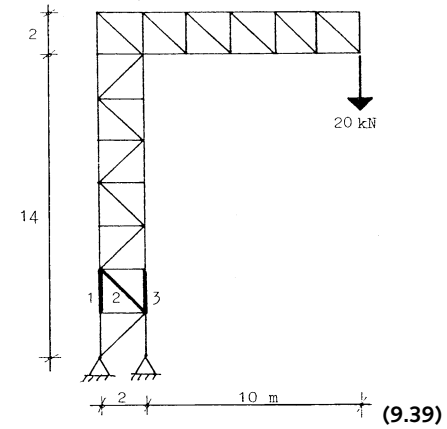




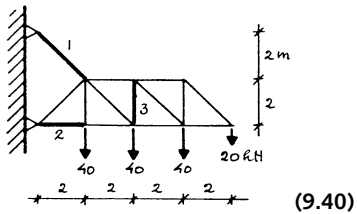
(9.37)



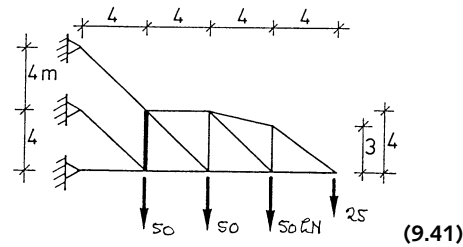
(9.38)



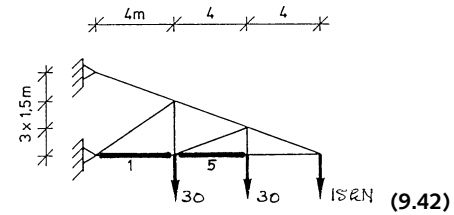
(9.39)



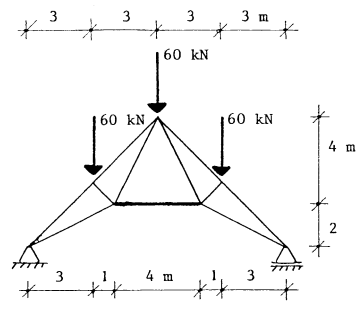
(9.40)



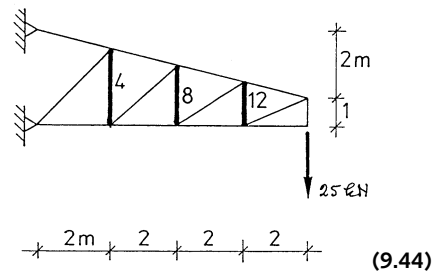
(9.41)



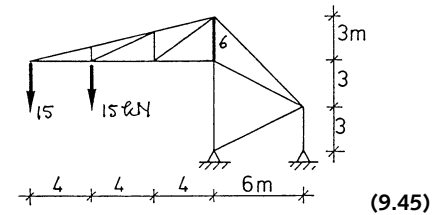
(9.42)



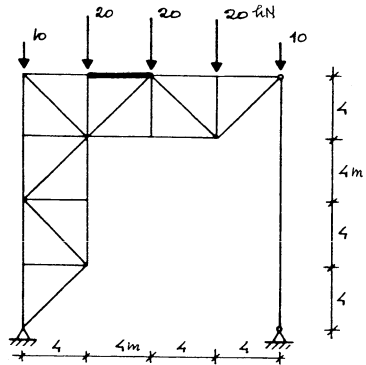
(9.43)



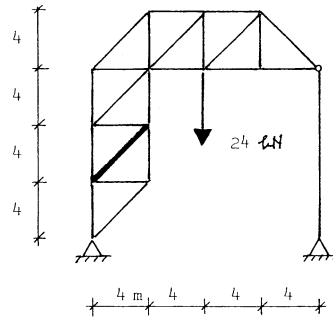
(9.44)



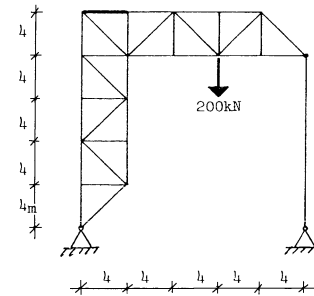
(9.45)



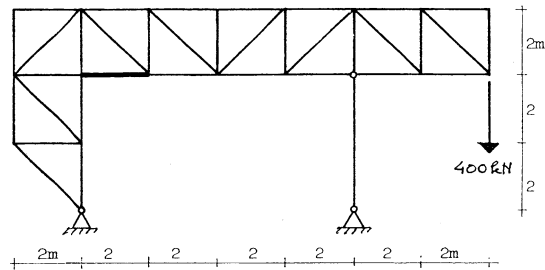
(9.46)



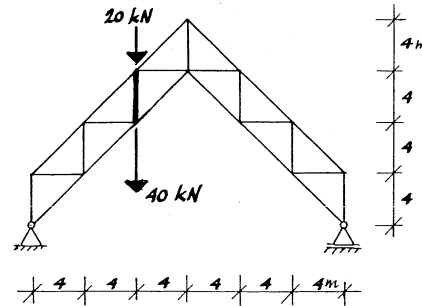
(9.47)



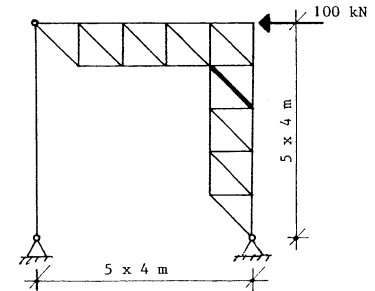
(9.48)



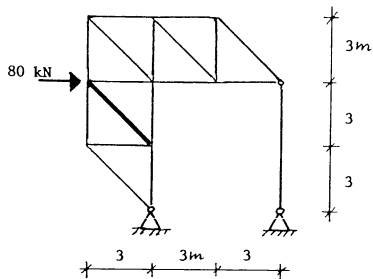
(9.49)



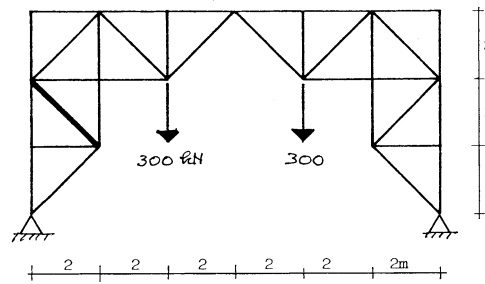
(9.50)



(9.51)



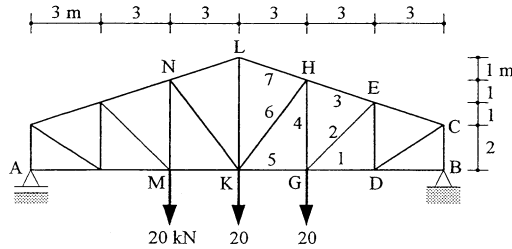
(9.52)



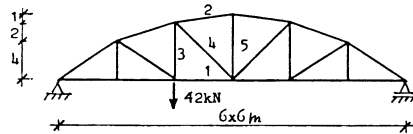
(9.53)

9.54 *Gevraagd:*

- Bereken met de snedemethode de krachten in de staven 1 t/m 7.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt G. Zet de krachten uit in de volgorde 1, 2, 4, enz.

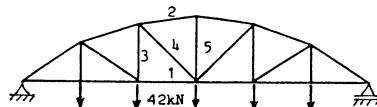


- 9.55** Gegeven een vakwerk dat in de onderrand wordt belast door een enkele kracht van 42 kN.

*Gevraagd:*

Bereken met de snedemethode de normaalkracht in de staven 1 t/m 5.

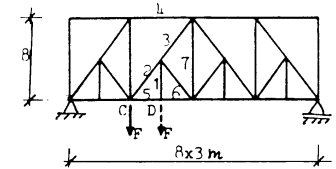
- 9.56** Het vakwerk uit de vorige opgave wordt nu in de knooppunten van de onderrand belast door vijf even grote krachten van 42 kN.

*Gevraagd:*

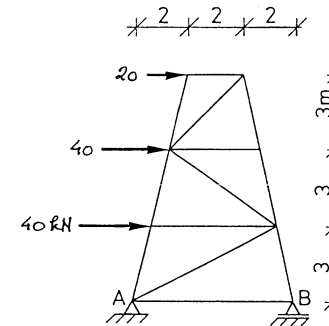
Bereken met de snedemethode de normaalkracht in de staven 1 t/m 5.

- 9.57** Bepaal met de snedemethode de normaalkracht in de staven 1 t/m 7.

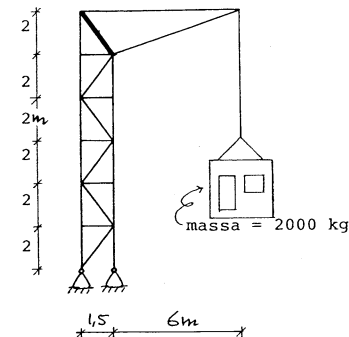
- voor $F = 160$ kN in knooppunt C;
- voor $F = 160$ kN in knooppunt D.

**Methode van het knoopenevenwicht** (paragraaf 9.3.2)

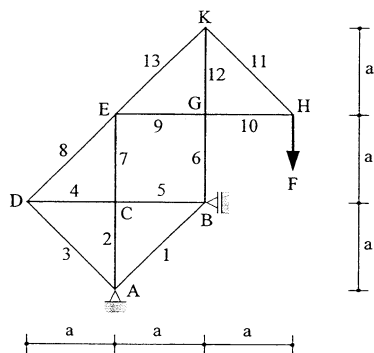
- 9.58** Bereken de normaalkracht in staaf AB.



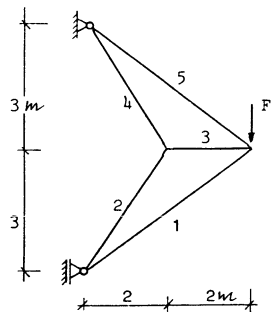
- 9.59** Bereken de normaalkracht in de vet getekende staaf.



9.60 Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopenevenwicht.

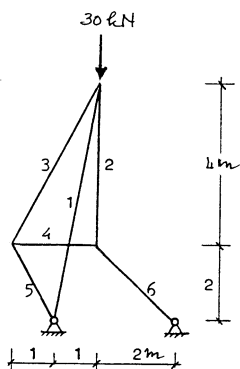


9.61 Bereken met de methode van het knoopenevenwicht alle staafkrachten ten gevolge van $F = 6 \text{ kN}$.



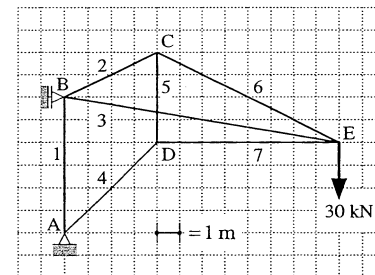
9.62 Gegeven een vakwerk waarin de staven 1 en 4 elkaar kruisen.

Gevraagd: Bereken met de methode van het knoopenevenwicht de normaalkrachten in de staven 1 t/m 6 ten gevolge van de verticale kracht van 30 kN in de top van het vakwerk.

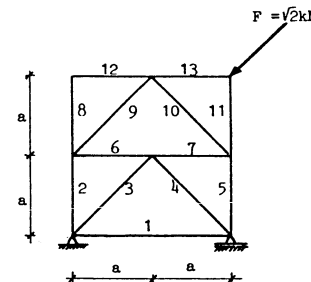


9.63 Gegeven een vakwerk waarin de staven 3 en 5 elkaar kruisen.

Gevraagd: Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopenevenwicht. Teken daartoe voor alle knooppunten de krachtenveelhoek.

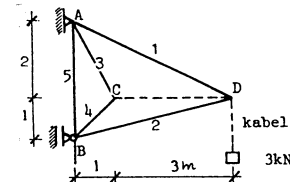


9.64 Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopenevenwicht.



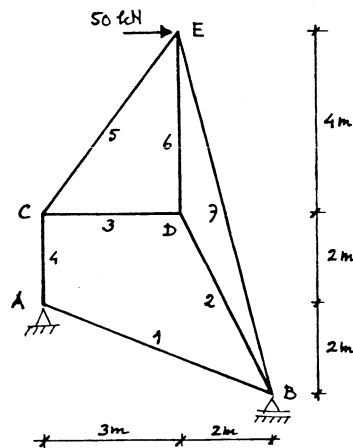
9.65 In het getekende vakwerk is de gestippelde lijn een kabel die in C aan het vakwerk is bevestigd en in D (wrijvingsloos) over een katrol loopt. Aan de kabel hangt een last met een gewicht van 3 kN .

Gevraagd: Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopenevenwicht.

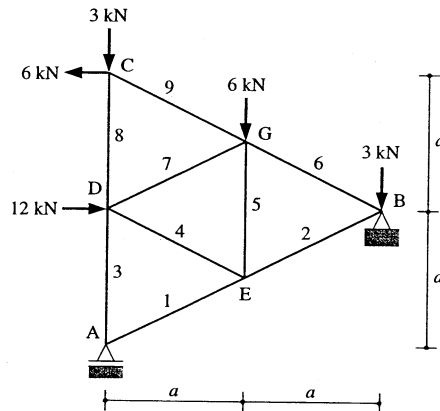


9.66 *Gevraagd:*

- Bereken met de methode van het knoopevenwicht de krachten in de staven 1 t/m 7.
- Teken de krachtenveelhoeken voor de knooppunten B en E.


9.67 *Gevraagd:*

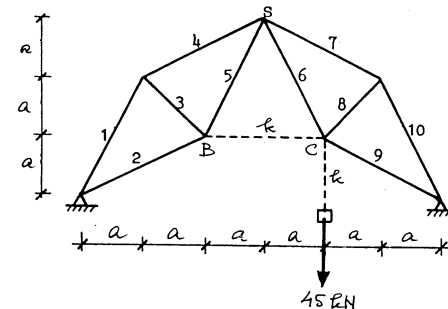
- Bereken en teken de oplegreacties in A en B.
- Bereken alle staafkrachten. Teken daartoe voor alle knooppunten de krachtenveelhoek voor het evenwicht. Kies voor de krachten als schaal: $5 \text{ mm} \equiv 1 \text{ kN}$.



9.68 In het getekende vakwerk is de gestippelde lijn k een kabel die in B aan het vakwerk is bevestigd en in C (wrijvingsloos) over een katrol loopt. Aan de kabel hangt een last met een gewicht van 45 kN.

Gevraagd:

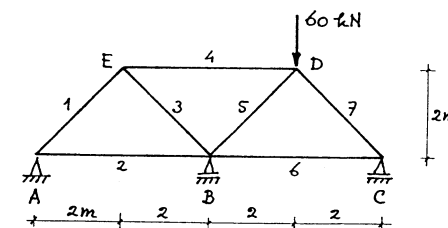
- Teken de krachten die de kabel in B en C op het vakwerk uitoefent.
- Bereken met de methode van het knoopevenwicht de krachten in de staven 3 en 8.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt C.



9.69 In het getekende vakwerk heerst in staaf 4 bij de aangegeven belasting een trekkracht van 20 kN: $N^4 = +20 \text{ kN}$.

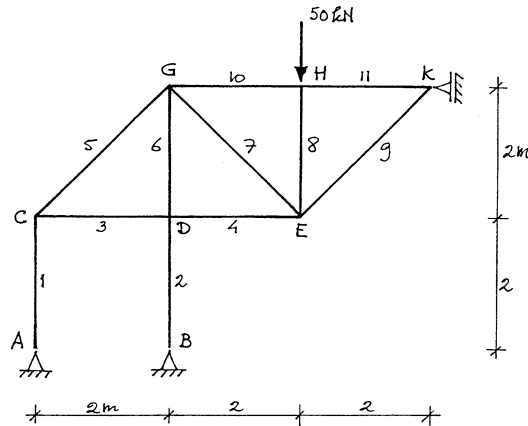
Gevraagd:

- Toon aan dat het vakwerk enkelvoudig statisch onbepaald is.
- Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopevenwicht.
- Teken de oplegreacties in de richtingen waarin zij werken en schrijf hun waarden er bij.
- Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt B. Zet de krachten uit in de volgorde 2, 3, 5 en 6. Kies als krachterschaal: $10 \text{ mm} \equiv 10 \text{ kN}$.

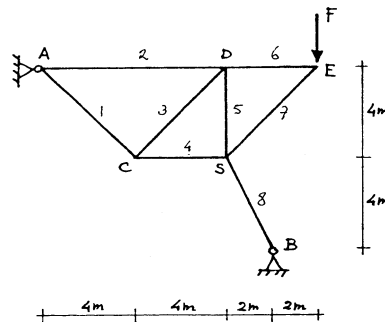


9.70 *Gevraagd:*

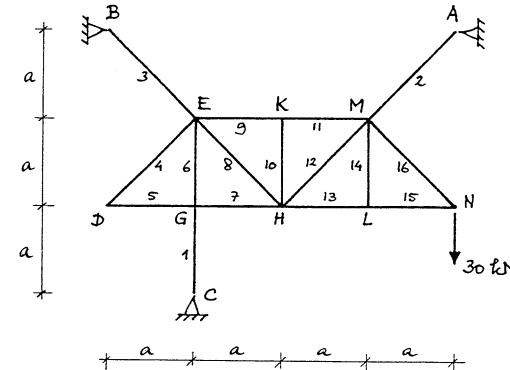
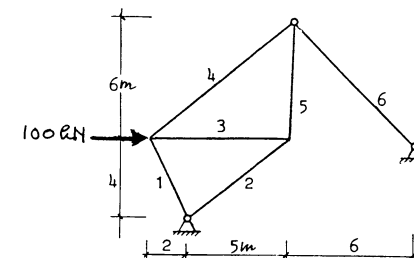
- Teken de oplegreacties zoals zij in werkelijkheid op de constructie werken en schrijf hun waarden erbij.
- Bereken met de methode van het knoopenevenwicht de krachten in de staven 1 t/m 11.

**9.71** *Gevraagd:*

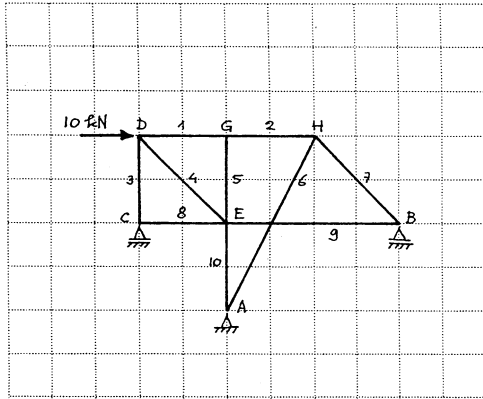
- Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopenevenwicht.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt S.

**9.72** *Gevraagd:*

- Bereken de oplegreacties in A, B en C.
- Bereken met de methode van het knoopenevenwicht de krachten in de staven 1 t/m 16.
- Controleer grafisch het krachteenwicht van knooppunt E.

**9.73** Bereken alle staafkrachten met de methode van het knoopenevenwicht.

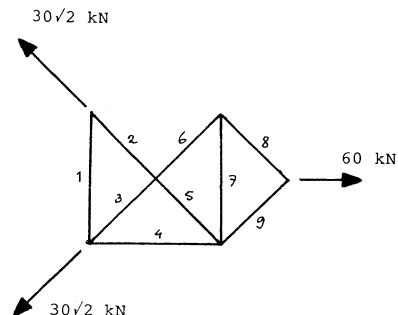
9.74 Gegeven een vakwerk dat is opgelegd op een scharnier in A en op rollen in B en C. Het vakwerk wordt belast door een horizontale kracht van 10 kN in D. De staven 6 en 9 kruisen elkaar.



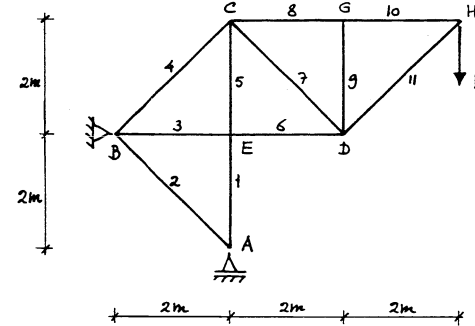
Gevraagd:

- Bepaal eerst (voor zover mogelijk) de oplegreacties.
- Bereken de kracht in staaf 6.
- Bereken ook alle andere staafkrachten.
- Teken alle oplegreacties zoals ze in werkelijkheid op de constructie werken en schrijf hun waarden erbij.

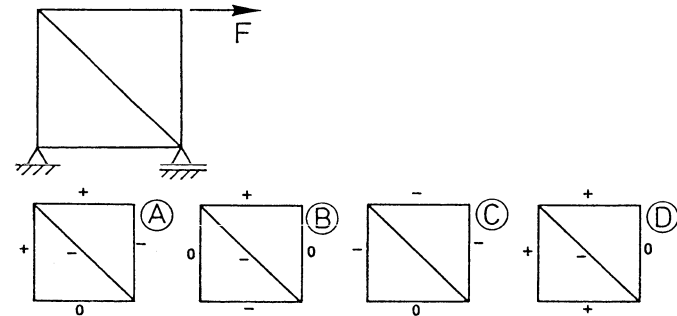
9.75 Hoeveel trekstaven bevat dit vakwerk bij de gegeven belasting?



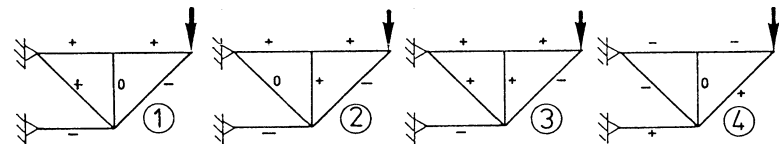
9.76 Geef voor elk van de staven in het vakwerk aan of het een nulstaaf, een trekstaaf of een drukstaaf is. Berekening van de staafkrachten is niet nodig.



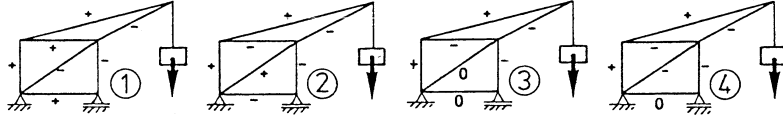
9.77 In welke figuur worden de juiste tekens van de staafkrachten gegeven?



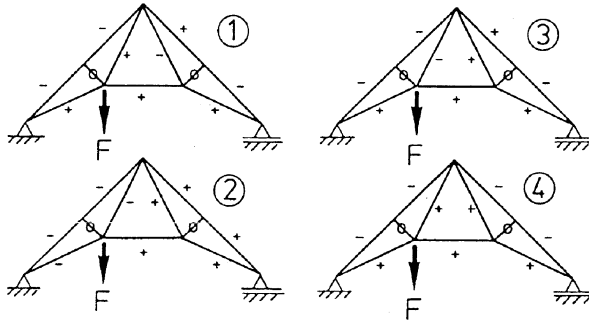
9.78 In welke figuur worden de juiste tekens van de staafkrachten gegeven?



9.79 In welke figuur worden de juiste tekens van de staafkrachten gegeven?

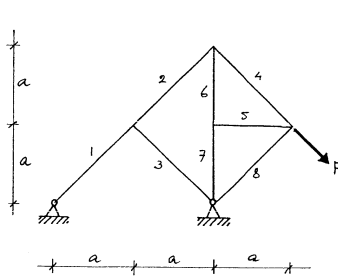


9.80 In welke figuur worden de juiste tekens van de staafkrachten gegeven?

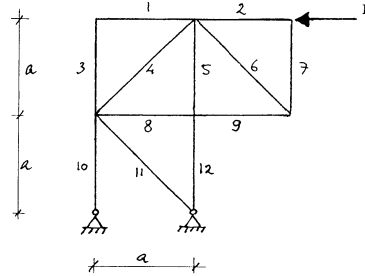


Nulstaven (paragraaf 9.3.3)

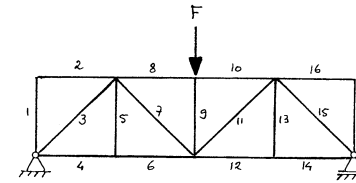
9.81-9.92 Hoeveel nulstaven telt het vakwerk bij de gegeven belasting en welke staven zijn dat?



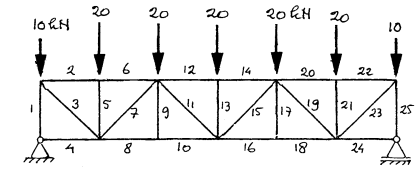
(9.81)



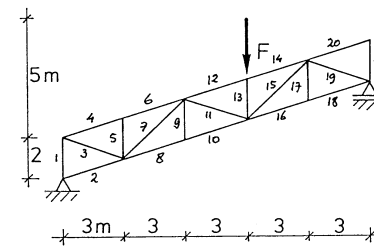
(9.82)



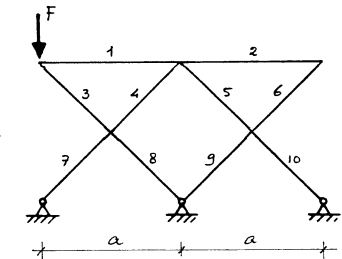
(9.83)



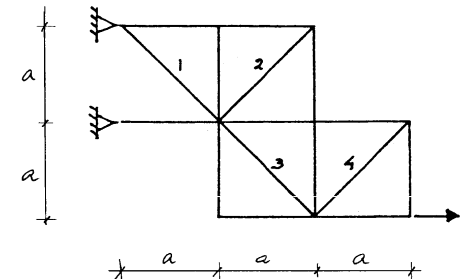
(9.84)



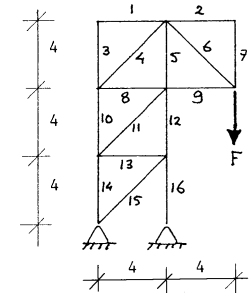
(9.85)



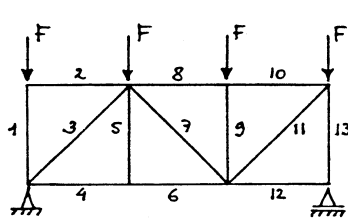
(9.86)



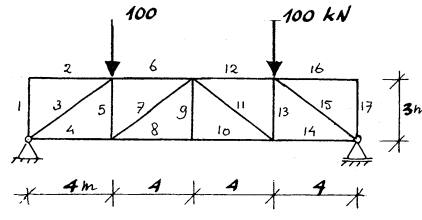
(9.87)



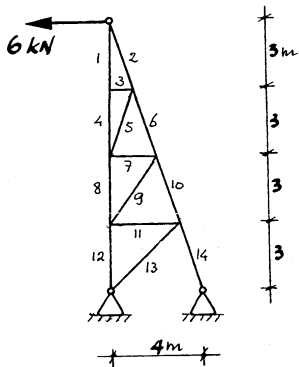
(9.88)



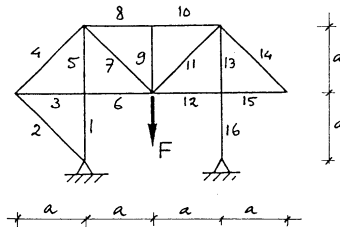
(9.89)



(9.90)



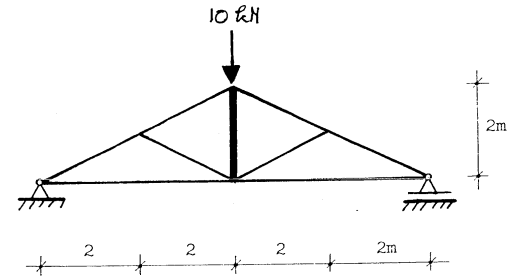
(9.91)



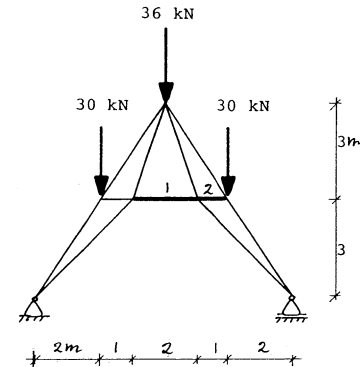
(9.92)

Gemengde opgaven (paragraaf 9.3)

9.93 Bereken de normaalkracht in de vet getekende verticaal.

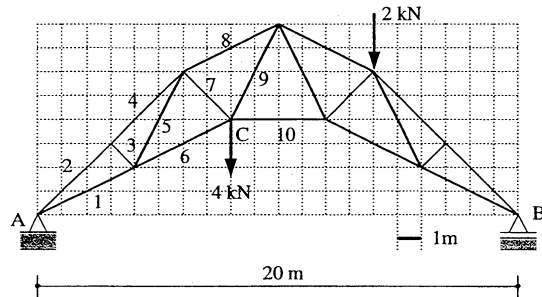


9.94 Bereken de normaalkracht in de vet getekende staven 1 en 2.

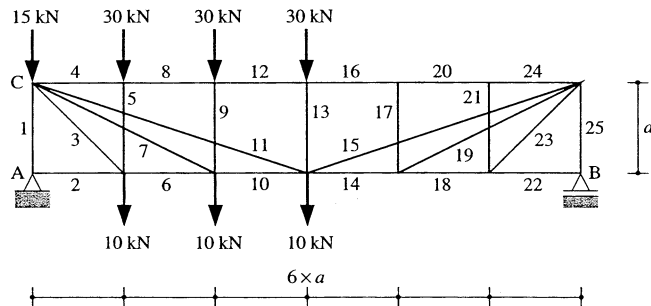


9.95 *Gevraagd:*

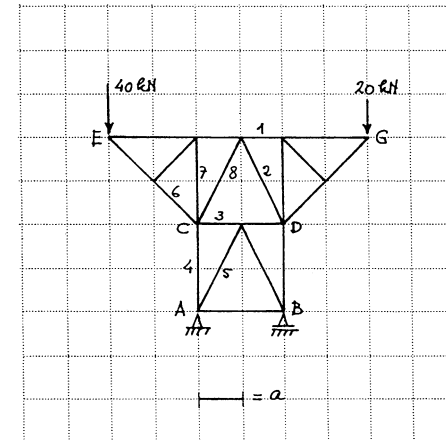
- Bereken de staafkrachten 1 t/m 10, met het goede teken voor trek en druk.
- Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt C in de volgorde 6, 7, 9 en 10.

**9.96** *Gevraagd:*

- Bereken alle staafkrachten.
- Teken voor knooppunt C de krachtenveelhoek.

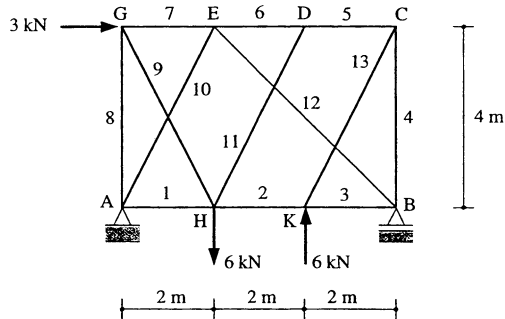
**9.97** *Gevraagd:*

- Bereken met behulp van de snedemethode de krachten in de staven 1 t/m 4.
- Bereken met een methode naar eigen keuze de krachten in de staven 5 t/m 8.
- Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt C. Zet de krachten uit in de volgorde 3, 4, 6, 7 en 8.
Kies als krachterschaal: 10 mm $\equiv$ 10 kN.
- Hoeveel nulstaven telt het vakwerk. Geef ze (duidelijk) in het vakwerk aan.

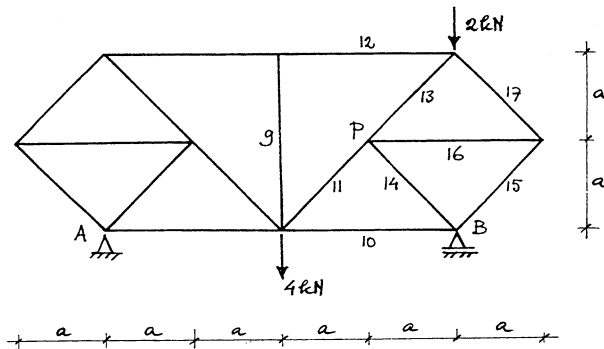


9.98 *Gevraagd:*

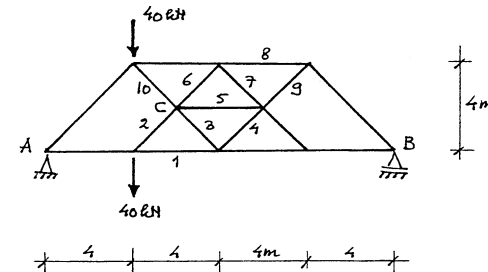
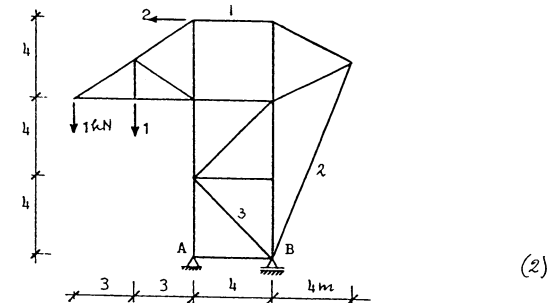
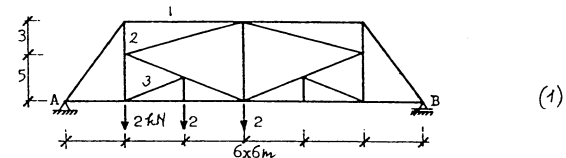
- Het vakwerk is kinematisch bepaald. Wat betekent dat?
- Toon aan dat het vakwerk statisch bepaald is.
- Bereken alle staafkrachten.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt E, in de volgorde 6, 7, 10 en 12. Kies voor de krachten als schaal: 5 mm $\equiv$ 1 kN.

**9.99** *Gevraagd:*

- Bereken de krachten in de staven 9 t/m 17.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt P.

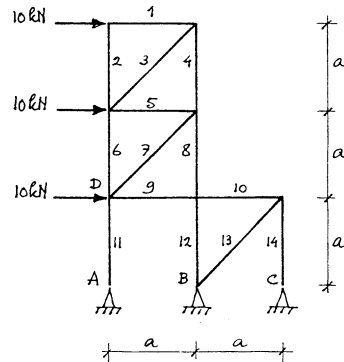
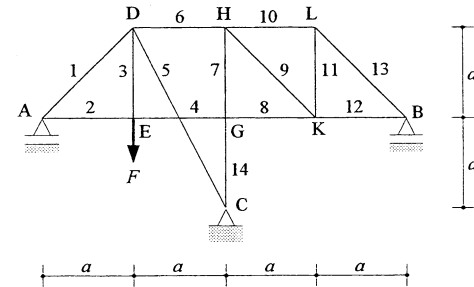
**9.100** *Gevraagd:*

- Bereken de krachten in de staven 1 t/m 9.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt C. Zet de staafkrachten uit in de volgorde 2, 3, 5, 6 en 10.

**9.101-1/2** Bereken de krachten in de staven 1 t/m 3.

9.102 *Gevraagd:*

- Bereken de oplegreacties in A, B en C. Teken ze zoals zij in werkelijkheid op de constructie werken en schrijf de waarden er bij.
- Bereken de krachten in de staven 1 t/m 14.
- Teken de krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt D. Zet de krachten uit in de volgorde 11, 9, 7 en 6.

**9.103** Gegeven een vakwerk waarin de staven 4 en 5 elkaar kruisen.*Gevraagd:*

- Bereken de staafkrachten.
- Teken de oplegreacties zoals zij in werkelijkheid werken.
- Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt H. Zet de staafkrachten uit in de volgorde 6, 7, 9 en 10.

10 Snedekrachten

Staaas en staafdoorsnede; snedekrachten (paragraaf 10.1.1)

10.1 Het teken van de snedekrachten N , V en M kan men relateren aan een assenstelsel met de x -as langs de staaas en het y - z -vlak evenwijdig aan de staafdoorsneden.

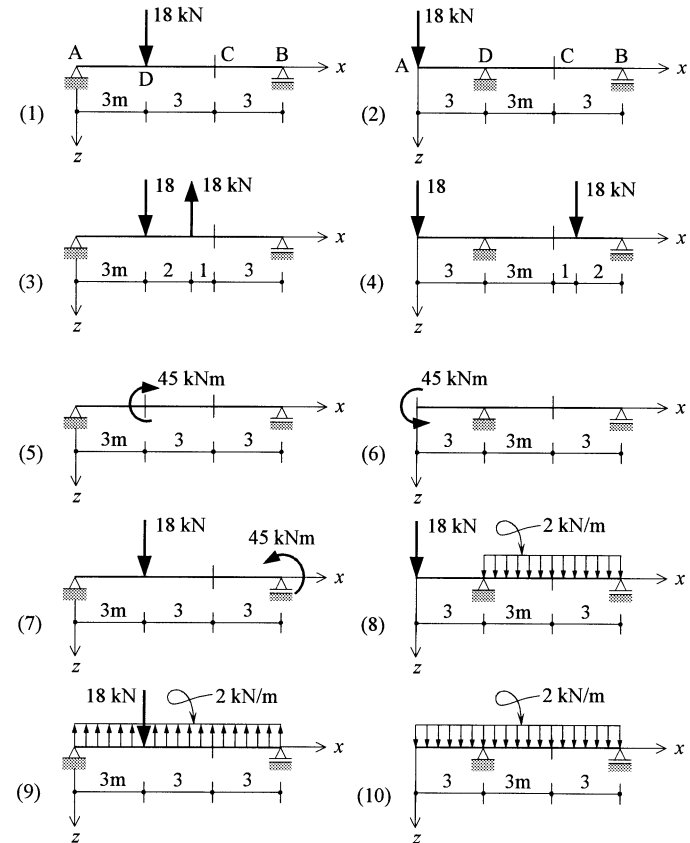
Gevraagd:

- Wanneer is een snedevlak positief, en wanneer negatief?
- Wanneer is een normaalkracht positief, en wanneer negatief?
- Wanneer is een dwarskracht positief, en wanneer negatief?
- Wanneer is een buigend moment positief, en wanneer negatief?

10.2-1 t/m 10 *Gegeven:* Twee liggers op vijf verschillende manieren belast.

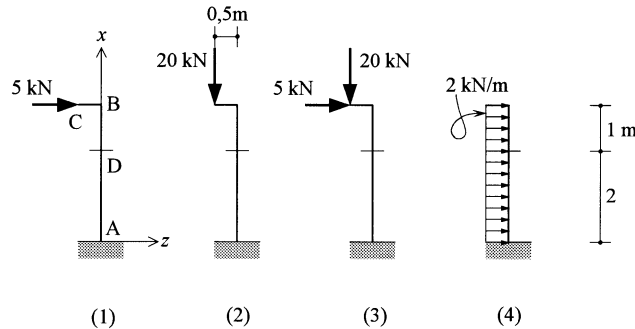
Gevraagd: Het buigend moment en de dwarskracht, met het goede teken in het aangegeven assenstelsel, in de volgende doorsneden:

- direct rechts van A;
- direct links van B;
- in C;
- direct links van D;
- direct rechts van D.



(10.2-1 t/m 10)

10.3-1 t/m 4 Gegeven: Een in A ingeklemde kolom AB, met console BC, op vier verschillende manieren belast.



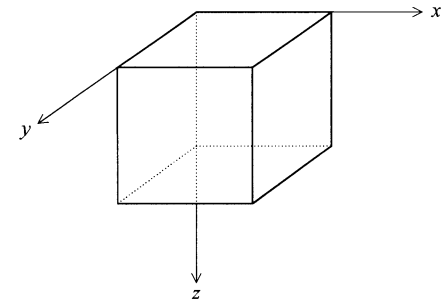
Gevraagd: De snedekrachten, met het goede teken in het aangegeven assenstelsel, in de volgende doorsneden:

- direct onder de console in B;
- in D, één meter onder B;
- direct boven inklemping A.

Spanningen (paragraaf 10.1.2)

10.4-1 t/m 4 Gegeven: Een blokje met de volgende vier verschillende spanningstoestanden:

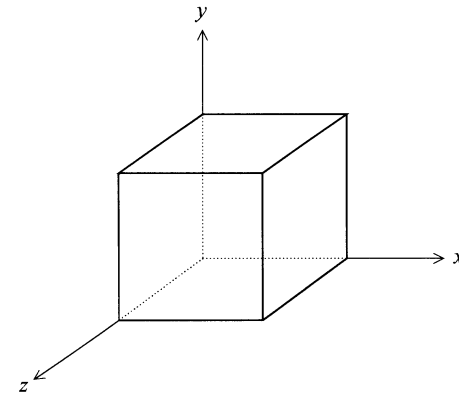
(1) $\sigma_{xx} = -25 \text{ N/mm}^2$	(2) $\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = +15 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = -30 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = +10 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = +15 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{yy} = -5 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{zz} = +10 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{zz} = +20 \text{ N/mm}^2$
(3) $\sigma_{xx} = +30 \text{ N/mm}^2$	(4) $\sigma_{xx} = -6 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = +15 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = -8 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = -25 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{yy} = +5 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{zz} = -5 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = +12 \text{ N/mm}^2$



Gevraagd: Teken de spanningen op het blokje in de richtingen waarin zij werken en schrijf hun waarden er bij:

- voor de vlakjes die in zicht zijn;
- voor de vlakjes die niet in zicht zijn.

10.5-1 t/m 4 Gegeven: Een blokje met de volgende vier verschillende spanningstoestanden.



(1) $\sigma_{xx} = +10 \text{ N/mm}^2$	(2) $\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = +10 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = +15 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{yy} = -3 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = -30 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = -8 \text{ N/mm}^2$
$\sigma_{yy} = -5 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{zz} = +14 \text{ N/mm}^2$

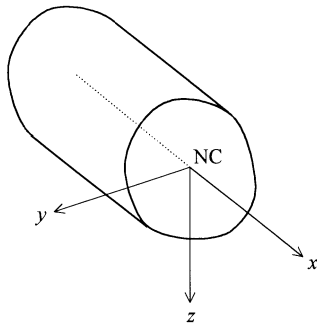
$$\begin{array}{ll}
 (3) \quad \sigma_{xx} = -12 \text{ N/mm}^2 & (4) \quad \sigma_{xx} = +4 \text{ N/mm}^2 \\
 \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = +5 \text{ N/mm}^2 & \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = +10 \text{ N/mm}^2 \\
 \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = -8 \text{ N/mm}^2 & \sigma_{yy} = +7 \text{ N/mm}^2 \\
 \sigma_{zz} = -15 \text{ N/mm}^2 & \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = -16 \text{ N/mm}^2
 \end{array}$$

Gevraagd: Teken de spanningen op het blokje in de richtingen waarin zij werken en schrijf hun waarden er bij:

- voor de vlakjes die in zicht zijn.
- voor de vlakjes die niet in zicht zijn.

Algemene definitie snedekrachten (paragraaf 10.1.3)

10.7 Gegeven: In een doorsnede werken een normaalkracht N en de buigende momenten M_y en M_z . Als $\sigma = \sigma(x, y)$ de normaalspanning in de doorsnede is, dan geldt voor de normaalkracht: $N = \int_A \sigma dA$.



Gevraagd:

- Teken in de doorsnede de (positieve) normaalkracht N .
- Teken in de doorsnede de (positieve) buigende momenten M_y en M_z .
- Hoe kan men de buigende momenten M_y en M_z in de normaalspanning σ uitdrukken?

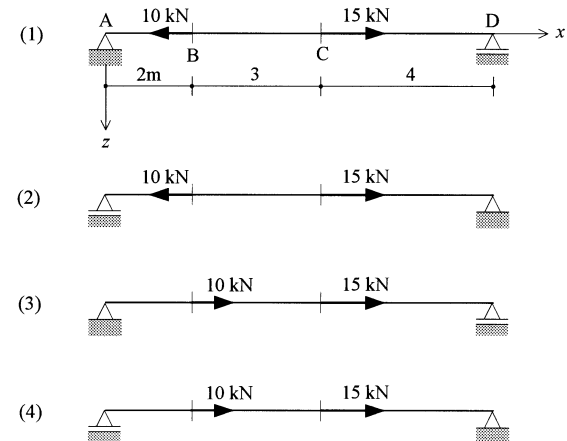
10.8 Gegeven: De schuifspanningen $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}(x, y)$ en $\sigma_{xz} = \sigma_{xz}(x, y)$ in een doorsnede leiden tot de dwarskrachten V_y en V_z en een wringend moment M_t .

Gevraagd:

- Teken in de doorsnede de (positieve) dwarskrachten V_y en V_z .
- Hoe kan men de dwarskrachten V_y en V_z in de schuifspanningen σ_{xy} en σ_{xz} uitdrukken?
- Teken in de doorsnede het (positieve) wringend moment M_t .
- Hoe kan men het wringend moment M_t in de schuifspanningen σ_{xy} en σ_{xz} uitdrukken?

Normaalkrachtenlijn, dwarskrachtenlijn en momentenlijn (paragraaf 10.2)

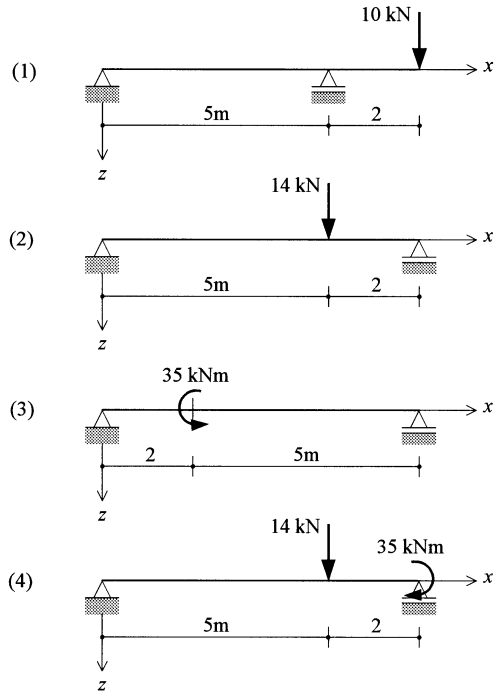
10.9-1 t/m 4 Gegeven: Staaf AD is op twee verschillende manieren opgelegd en wordt in B en C belast door krachten van respectievelijk 10 en 15 kN.



Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht de normaalkracht N als functie van x .
- Teken de N -lijn.

10.10-1 t/m 4

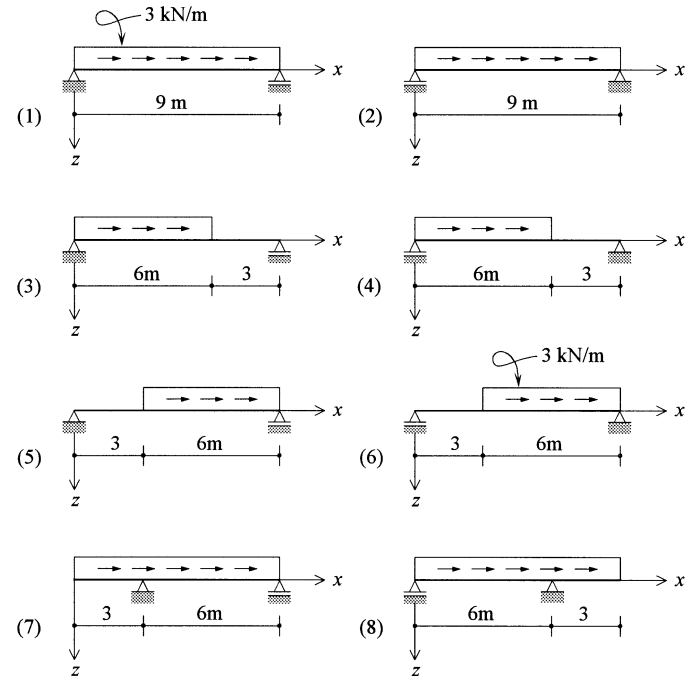


Gegeven: Vier verschillend belaste liggers.

Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht de dwarskracht V als functie van x .
- Teken de dwarskrachtenlijn.
- Bereken uit het evenwicht het buigend moment M als functie van x .
- Teken de momentenlijn.

10.11-1 t/m 8

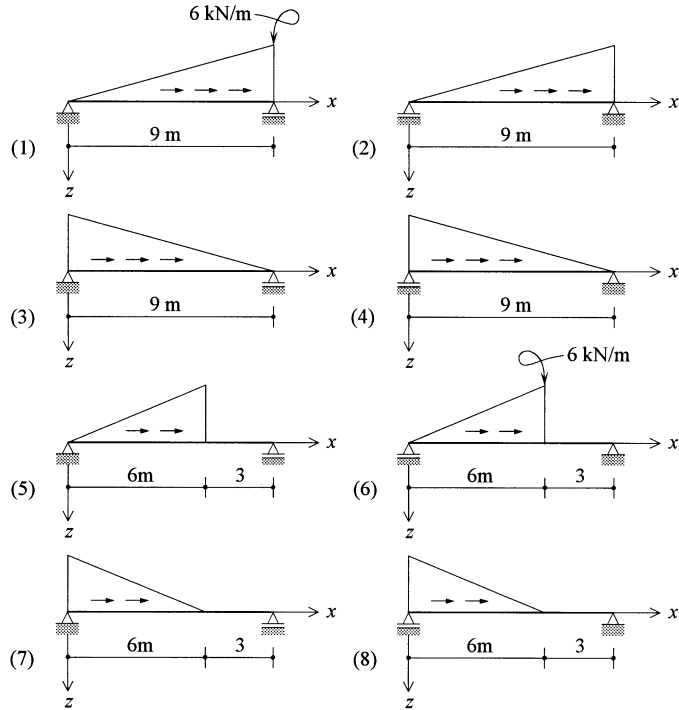


Gegeven: Een aantal staven wordt op extensie belast door een gelijkmatig verdeelde belasting van 3 kN/m.

Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht de normaalkracht als functie van x .
- Teken de normaalkrachtenlijn.

10.12-1 t/m 8

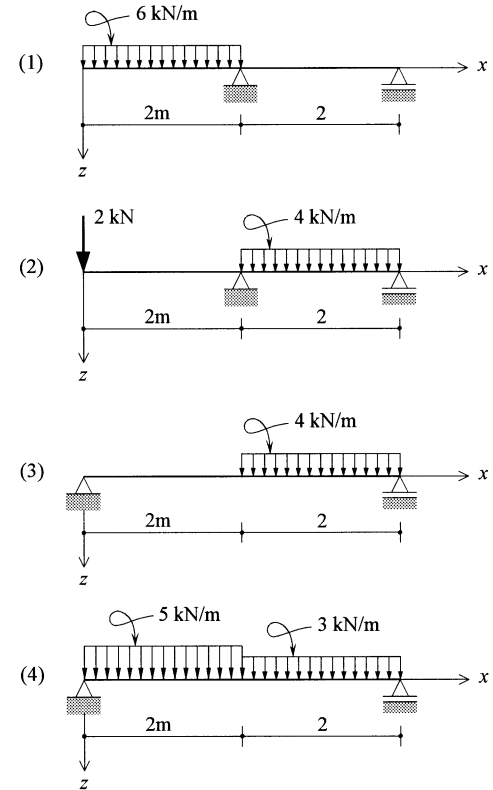


Gegeven: Eenzelfde staaf is op twee verschillende manieren opgelegd en wordt op vier verschillende manieren op extensie belast door een lineair verlopende verdeelde belasting. In alle gevallen bedraagt de topwaarde van de verdeelde belasting 6 kN/m.

Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht de normaalkracht als functie van x .
- Teken de normaalkrachtenlijn.

10.13-1 t/m 4

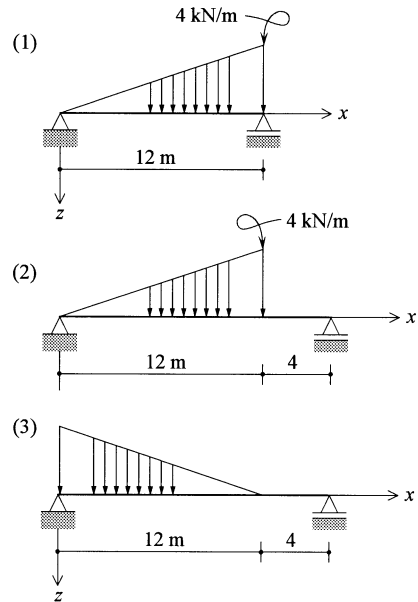


Gegeven: Vier verschillend belaste liggers.

Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht de dwarskracht V als functie van x .
- Teken de dwarskrachtenlijn.
- Bereken uit het evenwicht het buigend moment M als functie van x .
- Teken de momentenlijn.

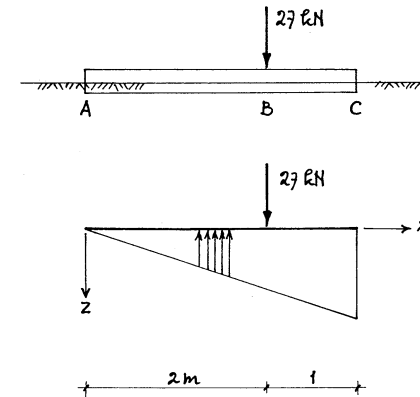
10.14-1 t/m 3 *Gegeven:* Drie liggers met een lineair verlopende verdeelde belasting loodrecht op de staafas. De topwaarde van de verdeelde belasting bedraagt in alle drie de gevallen 4 kN/m .



Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht de dwarskracht V als functie van x .
- Teken de V -lijn.
- Bereken uit het evenwicht het buigend moment M als functie van x .
- Teken de M -lijn.

10.15 *Gegeven:* De figuur toont een balk die op de grond ligt en wordt belast door een kracht van 27 kN . Bij deze belasting verloopt de gronddruk op de balk lineair, zoals blijkt uit het belastingdiagram. Het eigen gewicht van de balk wordt verwaarloosd.



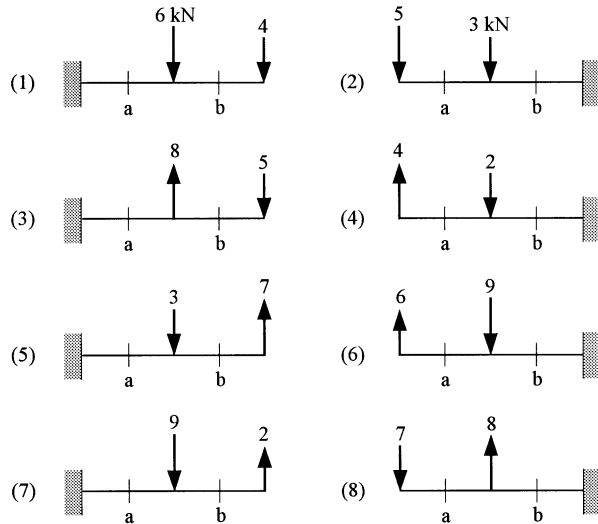
Gevraagd:

- Bereken de topwaarde van de gronddruk.
- Bereken voor AB, uit het evenwicht, de dwarskracht en het buigend moment als functie van x ($0 \leq x < 2 \text{ m}$).
- Bereken voor BC, uit het evenwicht, de dwarskracht en het buigend moment als functie van x ($2 \text{ m} < x \leq 3 \text{ m}$).
- Teken voor ABC de dwarskrachtenlijn en momentenlijn.

Vervormingstekens voor dwarskracht en buigend moment (paragraaf 10.3)

10.16 *Gevraagd:* Verklaar de *vorm* van de vervormingstekens die worden gebruikt voor de dwarskracht en het buigend moment.

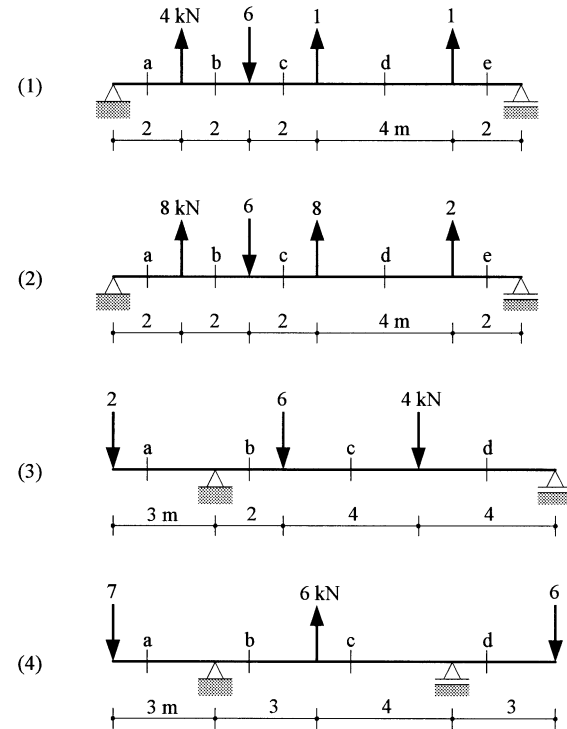
10.17-1 t/m 8 *Gegeven:* Een ingeklemde ligger wordt op verschillende manieren belast.



Gevraagd: Welk vervormingsteken hoort bij de dwarskracht in respectievelijk de doorsneden a en b?

- ☐
- ☐
- 0

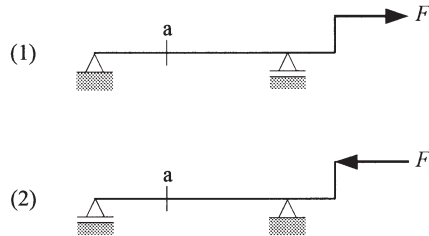
10.18-1 t/m 4 *Gegeven:* Vier verschillende liggers.



Gevraagd: Welk vervormingsteken hoort bij de dwarskracht in respectievelijk de doorsneden a t/m e?

- ☐
- ☐
- 0

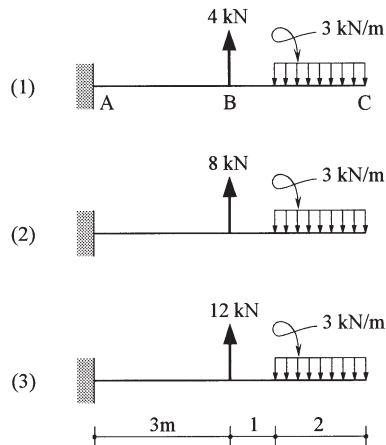
10.19-1/2 Gegeven: Twee liggers belast door een excentrisch aangrijpende normaalkracht.



Gevraagd: Welke combinatie van vervormingstekens past bij de dwarskracht en het buigend moment in doorsnede a?

	a.	b.	c.	d.
V				
M				

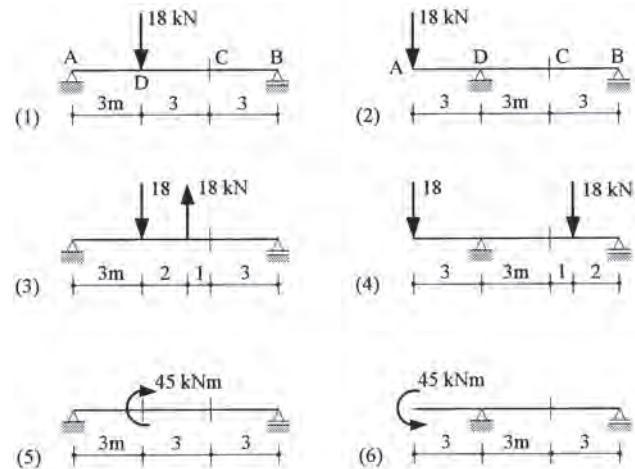
10.20-1 t/m 3 Gegeven: Dezelfde ingeklemde ligger met drie verschillende belastingen.



Gevraagd: De vervormingstekens die passen bij de dwarskracht en het buigend moment:

- in de doorsnede direct rechts van B;
- in de doorsnede direct links van B;
- in de doorsnede direct naast inklemming A.

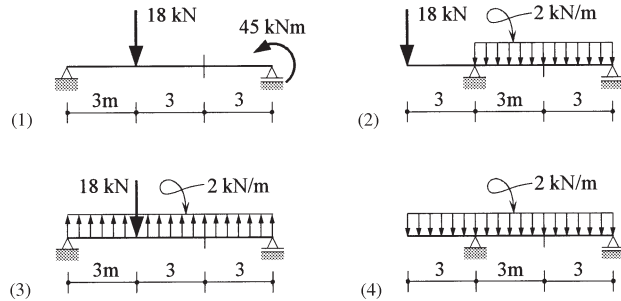
10.21-1 t/m 6 Gegeven: Twee liggers op drie verschillende manieren belast.



Gevraagd: Het buigend moment en de dwarskracht, met het goede vervormingsteken, in de volgende doorsneden:

- direct rechts van A.
- direct links van B.
- in C.
- direct links van D.
- direct rechts van D.

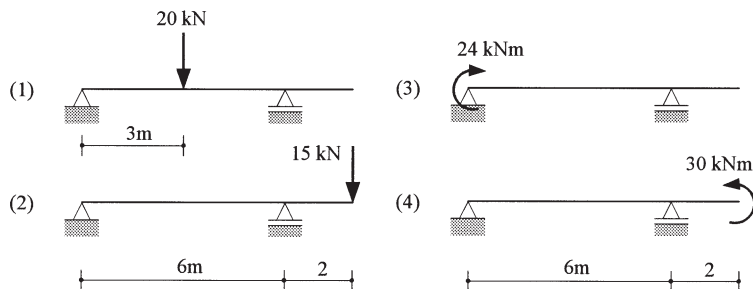
10.22-1 t/m 4 *Gegeven:* Twee liggers op vijf verschillende manieren belast.



Gevraagd: Het buigend moment en de dwarskracht, met het goede vervormingsteken, in de volgende doorsneden:

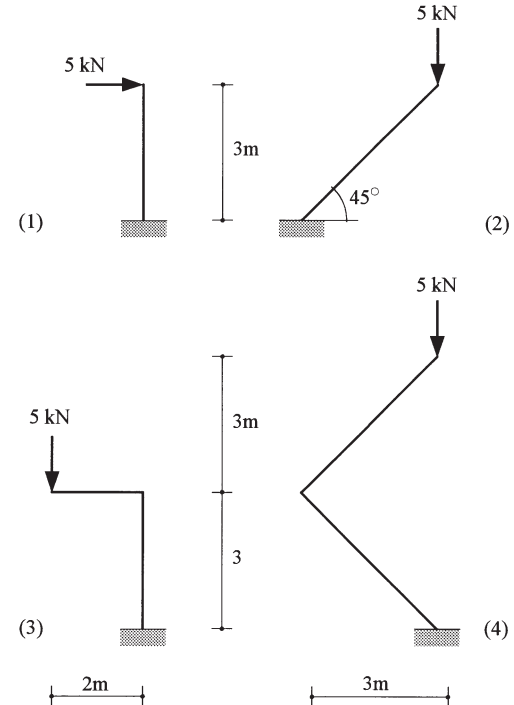
- direct rechts van A.
- direct links van B.
- in C.
- direct links van D.
- direct rechts van D.

10.23-1 t/m 4 *Gegeven:* Een ligger met overstek en vier verschillende belastingen.



Gevraagd: Teken voor de gehele ligger de dwarskrachten- en momentenlijn, met de vervormingstekens. Schrijf op de belangrijkste plaatsen de waarden er bij.

10.24-1 t/m 4 *Gegeven:* Vier verschillende constructies.



Gevraagd: Teken voor de gehele constructie de V-lijn en M-lijn, met de vervormingstekens. Schrijf de waarden er bij.

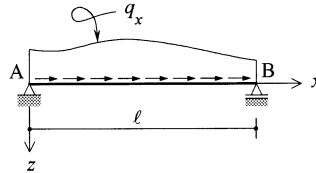
11 Wiskundige beschrijving van het verband tussen snedekrachten en belasting

Differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht (paragraaf 11.1)

11.1 Gegeven: Staaf AB met lengte ℓ wordt door een verdeelde belasting $q_x = q_x(x)$ op extensie belast.

Gevraagd:

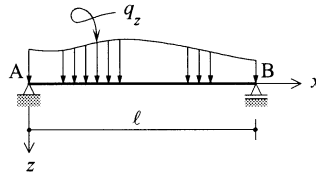
- Maak uit de staaf een klein elementje vrij, met lengte Δx ($\Delta x \rightarrow 0$), en teken alle krachten die er op werken.
- Leidt uit het evenwicht van het staafelementje het verband af tussen de normaalkracht in de staaf en de verdeelde belasting.



11.2 Gegeven: Ligger AB met lengte ℓ wordt door een verdeelde belasting $q_z = q_z(x)$ op buiging belast.

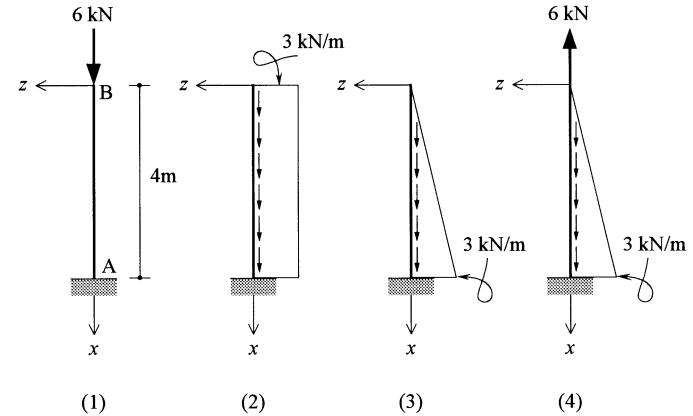
Gevraagd:

- Maak uit de ligger een klein elementje met lengte Δx vrij ($\Delta x \rightarrow 0$), en teken alle krachten die er op werken.
- Leidt uit het evenwicht van het liggerelementje het verband af tussen het buigend moment en de dwarskracht.
- Leidt uit het evenwicht het verband af tussen de dwarskracht en de verdeelde belasting.
- Leidt uit het evenwicht het verband af tussen het buigend moment en de verdeelde belasting.



Wiskundige uitwerking van het verband tussen N en q_x (paragraaf 11.2)

11.3-1 t/m 4 Gegeven: Een vier meter hoge kolom AB wordt op verschillende manieren op extensie belast.



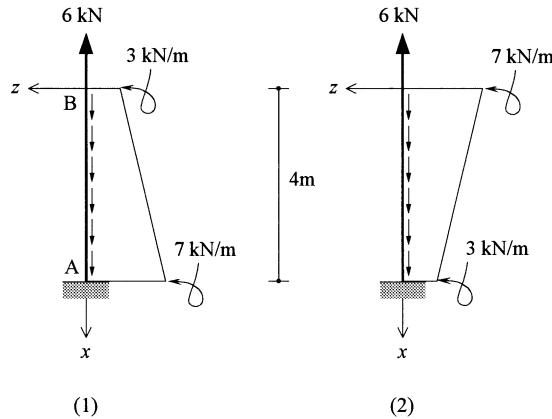
Gevraagd:

- Bepaal door integreren van de differentiaalbetrekking voor het evenwicht het verloop van de normaalkracht als functie van x , zonder vooraf de verticale oplegreactie in A te berekenen.
- Teken de normaalkrachtenlijn.
- Bereken de verticale oplegreactie in A uit het evenwicht van de kolom in zijn geheel en controleer of deze in overeenstemming is met de gevonden normaalkrachtenlijn.

11.4-1/2 Gegeven: Kolom AB, 4 m hoog, wordt op twee verschillende manieren op extensie belast.

Gevraagd:

- Schrijf de verdeelde belasting als functie van x .



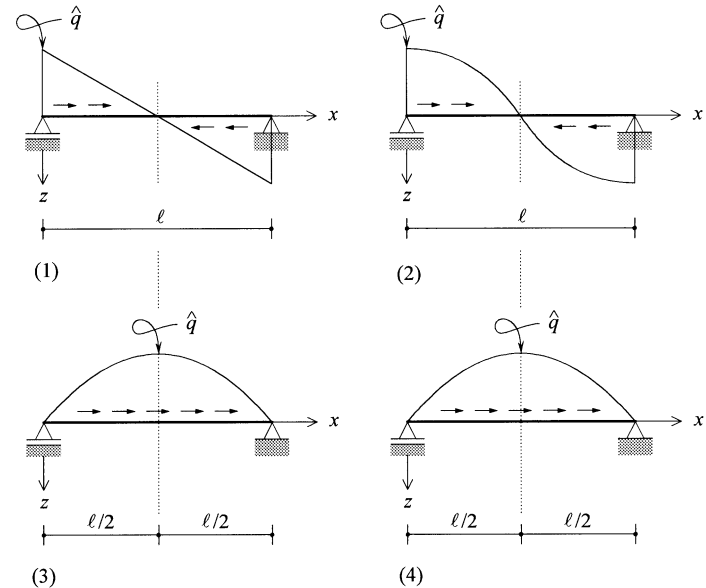
- Bepaal het verloop van N als functie van x door integratie van de differentiaalbetrekking voor het evenwicht (zonder vooraf de verticale oplegreactie in A te berekenen).
- Teken de N -lijn.
- Op welke hoogte is de normaalkracht in de kolom nul?
- Bereken de verticale oplegreactie in A uit het evenwicht van de kolom in zijn geheel en controleer of deze in overeenstemming is met de gevonden N -lijn.

11.5-1 t/m 4 *Gegeven:* Een vrij opgelegde staaf met lengte ℓ wordt op extensie belast door vier verschillende verdeelde belastingen $q(x)$ met topwaarde $\hat{q}$:

$$(1) \quad q(x) = \hat{q} \cdot \left(1 - 2\frac{x}{\ell}\right) \quad (2) \quad q(x) = \hat{q} \cos \frac{\pi x}{\ell}$$

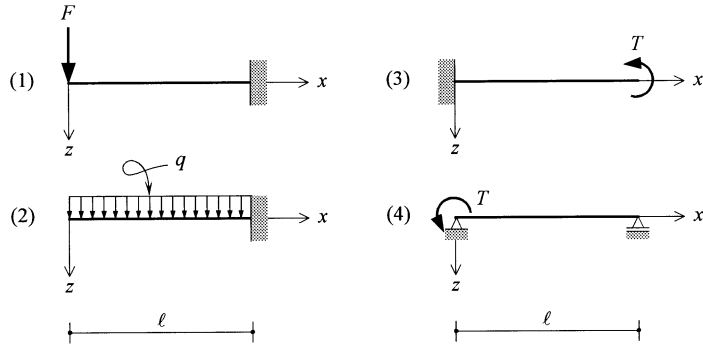
$$(3) \quad q(x) = 4\hat{q} \cdot \left(\frac{x}{\ell} - \frac{x^2}{\ell^2}\right) \quad (4) \quad q(x) = \hat{q} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

Houd in de numerieke uitwerking aan: $\ell = 5 \text{ m}$ en $\hat{q} = 2,4 \text{ kN/m}$.



Gevraagd:

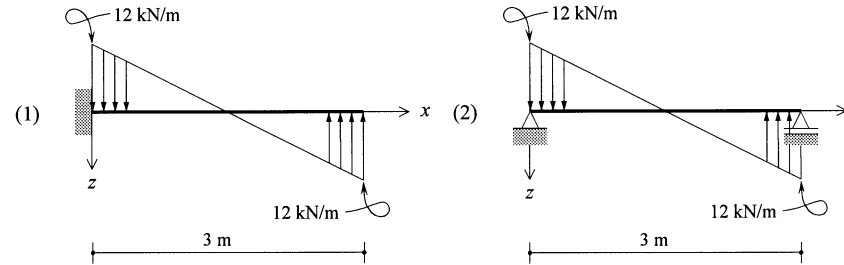
- Bepaal uit de differentiaalvergelijking voor het evenwicht het verloop van N als functie van x .
- Teken de N -lijn. Schrijf de numerieke waarden er bij.
- Waar is N extreem en hoe groot is deze extreme waarde?
- Bereken de oplegreacties en teken ze zoals ze in werkelijkheid op de staaf werken.

Wiskundige uitwerking van het verband tussen M , V en q_z (paragraaf 11.3)**11.6-1 t/m 4** Gegeven: Vier op buiging belaste liggers.**Gevraagd:**

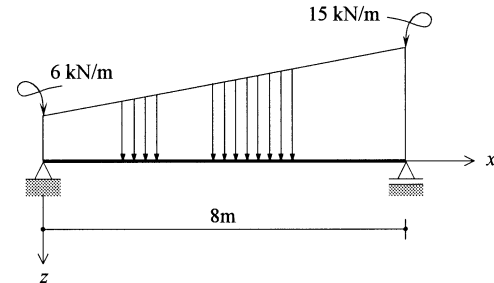
- Bepaal door integratie van de differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht het verloop van de dwarskracht V en het buigend moment M als functie van x , zonder vooraf de oplegreacties te bepalen.
- Teken de V - en M -lijn.
- Bepaal uit de V - en M -lijn de grootte en richting van de oplegreacties. Teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken en controleer hun juistheid aan de hand van het evenwicht van de ligger in zijn geheel.

11.7-1/2 Gegeven: Een ligger met lineair verlopende verdeelde belasting is op twee verschillende manieren opgelegd.**Gevraagd:**

- Schrijf de verdeelde belasting als functie van x .
- Bepaal, zonder vooraf de oplegreacties te berekenen, uit de differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht het verloop van V en M als functie van x .

11 Wiskundige beschrijving van het verband tussen snedekrachten en belasting – Vraagstukken

- Teken de V - en M -lijn en schrijf de waarden erbij.
- In welke doorsneden zijn V en M extreem en hoe groot zijn deze extremen?
- Bepaal uit de V - en M -lijn de grootte en richting van de oplegreacties. Teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken en controleer hun juistheid aan de hand van het evenwicht van de ligger in zijn geheel.

11.8 Gegeven: Een op buiging belaste ligger met een trapeziumbelasting.**Gevraagd:**

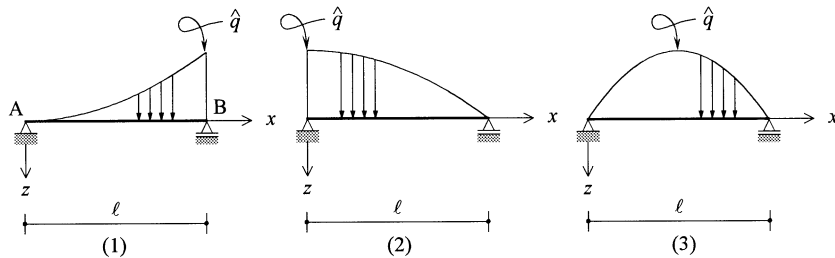
- Schrijf de verdeelde belasting als functie van x .
- Bepaal, zonder vooraf de oplegreacties te berekenen, uit de differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht het verloop van V en M als functie van x .

- Teken de V - en M -lijn en schrijf de waarden erbij.
- In welke doorsnede is M extreem en hoe groot is deze extreme waarde?
- Bepaal uit de V -lijn de grootte en richting van de oplegreacties. Teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken en controleer hun juistheid aan de hand van het evenwicht van de ligger in zijn geheel.

11.9-1 t/m 3 Gegeven: Een vrij opgelegde ligger AB met lengte ℓ wordt op buiging belast door drie verschillende parabolisch verlopende verdeelde belastingen met dezelfde topwaarde $\hat{q}$:

$$(1) \quad q(x) = \hat{q} \frac{x^2}{\ell^2} \quad (2) \quad q(x) = \hat{q} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right) \quad (3) \quad q(x) = 4\hat{q} \cdot \left(\frac{x}{\ell} - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$

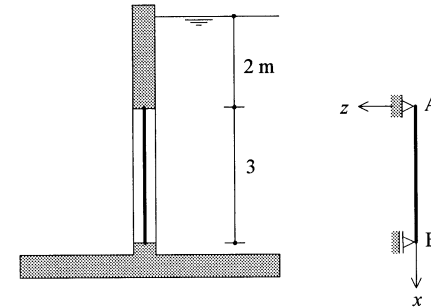
Houd in de numerieke uitwerking aan $\ell = 4 \text{ m}$ en $\hat{q} = 30 \text{ kN/m}$.



Gevraagd:

- Bereken M en V als functie van x .
- Teken de M - en V -lijn. Schrijf de waarden erbij.
- Bereken de plaats en grootte van het maximum buigend moment.
- Bepaal uit de V -lijn de oplegreacties in A en B en teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken.

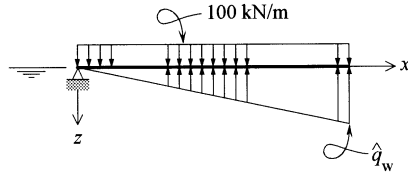
11.10 Gegeven: Een opening in een waterkering is afgesloten met een drie meter hoog schot. De bovenkant van het schot bevindt zich twee meter onder de waterspiegel. Een één meter brede strook uit het schot wordt geschematiseerd tot de vrij opgelegde ligger AB . Het volumegewicht van water bedraagt 10 kN/m^3 .



Gevraagd:

- Schrijf de verdeelde belasting op AB ten gevolge van de waterdruk als functie van x .
- Bepaal, zonder vooraf de oplegreacties te berekenen, uit de differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht het verloop van V en M als functie van x .
- Teken de V - en M -lijn en schrijf de waarden erbij.
- In welke doorsnede is M extreem en hoe groot is deze extreme waarde?
- Bepaal uit de V -lijn de grootte en richting van de oplegreacties. Teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken en controleer hun juistheid aan de hand van het evenwicht van ligger AB in zijn geheel.

11.11 Gegeven: Een 30 m lang schip is vastgelopen op een rotspunt direct onder het wateroppervlak. De figuur toont een sterk geschematiseerde situatie. Het schip is geschematiseerd tot een lijnelement met een gewicht van 100 kN/m. De rotspunt fungeert als scharnieroplegging. De opwaartse waterdruk op het tot lijnelement geschematiseerde schip verloopt lineair van nul bij het rotspunt tot een waarde $\hat{q}_w$ aan het vrij drijvende einde, waar het schip het diepst ligt.



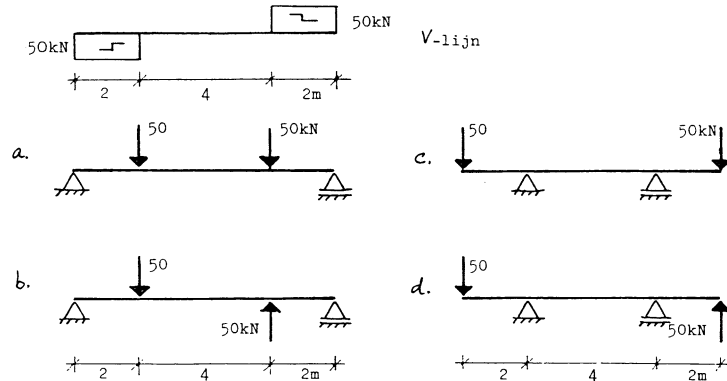
Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht van het schip in zijn geheel de grootte van $\hat{q}_w$.
- Schrijf de resulterende verdeelde belasting op het schip als functie van x .
- Bepaal uit de differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht het verloop van V en M als functie van x .
- Teken de V - en M -lijn en schrijf de waarden erbij.
- In welke doorsneden zijn V en M extreem en hoe groot zijn deze extremen?
- Geef een oordeel over het realiteitsgehalte van dit probleem.

12 Momenten-, dwarskrachten- en normaalkrachtenlijnen

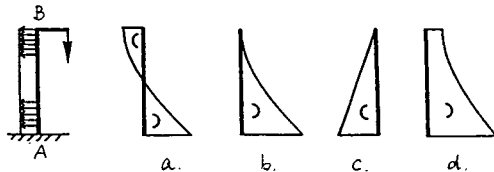
Vorm van de V- en M-lijn (paragraaf 12.1.1)

12.1 Gegeven: Een dwarskrachtenlijn en vier belastingschema's.



Gevraagd: Welk belastingschema past bij de dwarskrachtenlijn?

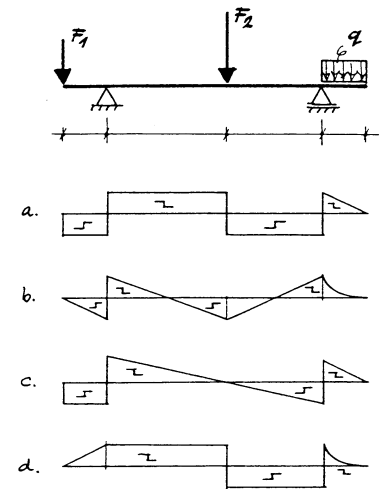
12.2 Gegeven: Voor kolom AB zijn vier momentenlijnen getekend.



Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

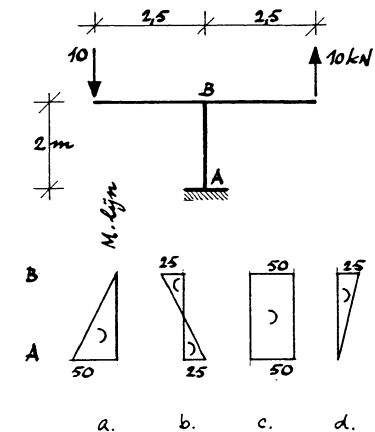
12.3 Gegeven: Een belastingschema en vier dwarskrachtenlijnen.

Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn past bij het belastingschema?



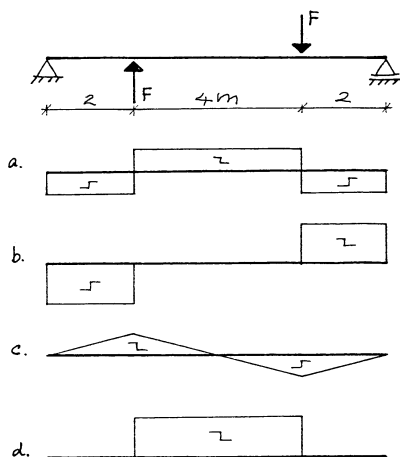
12.4 Gegeven: Voor kolom AB zijn vier momentenlijnen getekend (waarden in kNm).

Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?



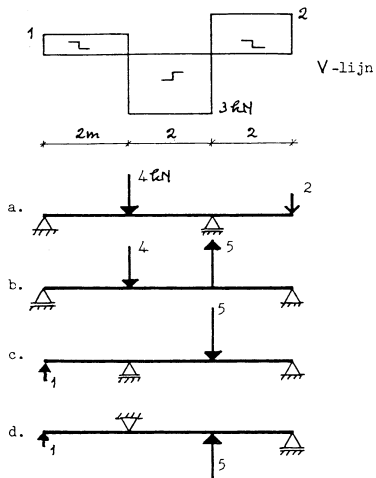
12.5 Gegeven: Een belasting-schema en vier dwarskrachtenlijnen.

Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn past bij het belasting-schema?



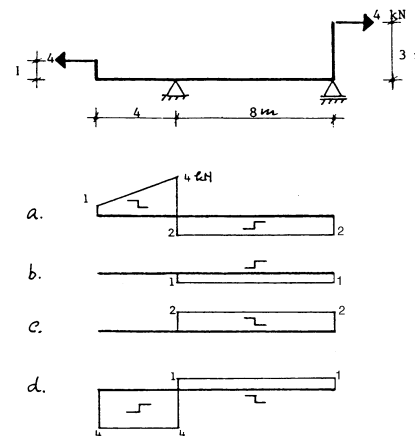
12.6 Gegeven: Een dwarskrachtenlijn en vier belasting-schema's.

Gevraagd: Welk belasting-schema past bij de dwarskrachtenlijn?



12.7 Gegeven: Voor ligger ABC, belast door twee excentrisch aangrijpende trekkrachten, zijn vier dwarskrachtenlijnen getekend.

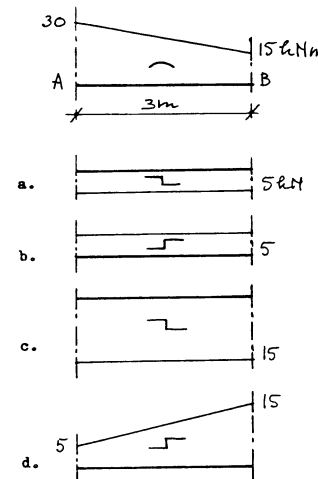
Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn is goed?



Helling van de V- en M-lijn en extreme waarden (paragraaf 12.1.2)

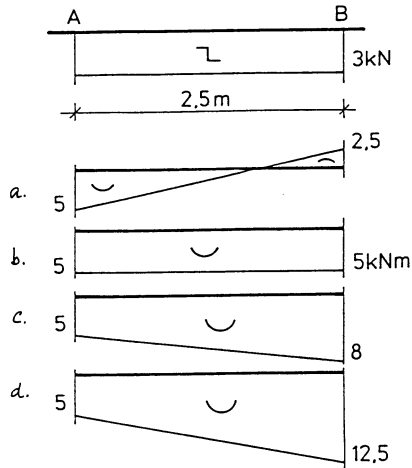
12.8 Gegeven: De momentenlijn voor balkdeel AB en vier dwarskrachtenlijnen.

Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn is de juiste?



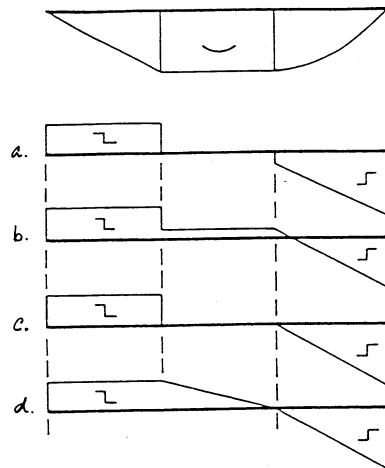
12.9 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor liggerdeel AB en vier momentenlijnen.

Gevraagd: Welke momentenlijn kan de juiste zijn?



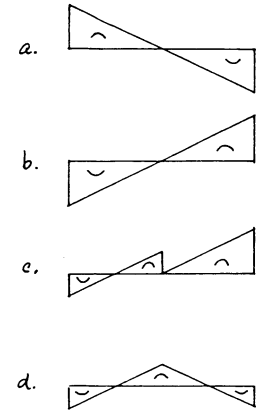
12.10 Gegeven: Een momentenlijn en vier dwarskrachtenlijnen.

Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn past bij de momentenlijn?



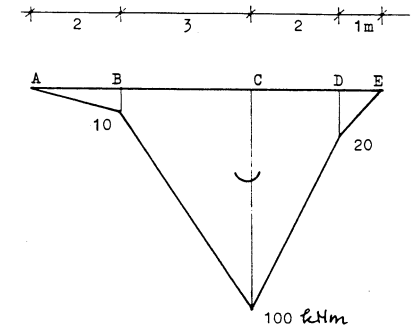
12.11 Gegeven: Vier op dezelfde schaal getekende momentenlijnen.

Gevraagd: Bij welke twee momentenlijnen hoort dezelfde dwarskrachtenlijnen?



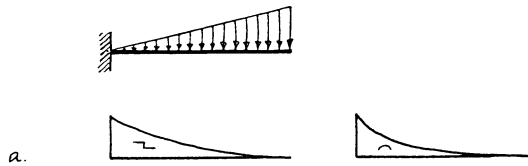
12.12 Gegeven: De momentenlijn voor balk AE.

Gevraagd: Waar in de balk is de dwarskracht (in absolute zin) het grootst?

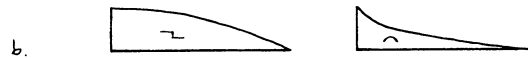


12.13 Gegeven:

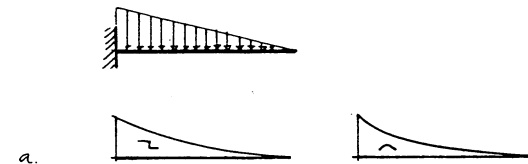
Een uitkragende ligger met een lineair verlopende verdeelde belasting.



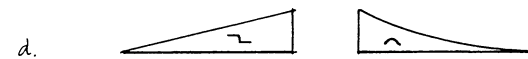
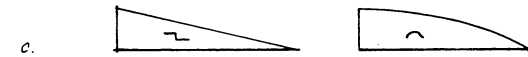
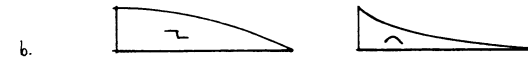
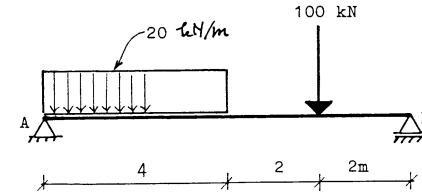
Gevraagd: Welke combinatie van V - en M -lijn past bij dit belastinggeval?

**12.14 Gegeven:**

Een uitkragende ligger met een lineair verlopende verdeelde belasting.



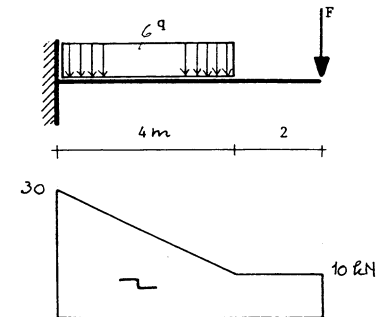
Gevraagd: Welke combinatie van V - en M -lijn past bij dit belastinggeval?

**12.15 Gegeven:** Een ligger met zijn belasting.

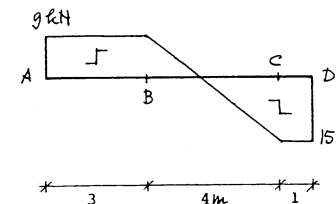
Gevraagd: Hoeveel kNm/m bedraagt in A de helling van de raaklijn aan de M -lijn?

12.16 Gegeven: Een ingeklemde ligger met zijn dwarskrachtenlijn.

Gevraagd: De grootte van de gelijkmatig verdeelde belasting q .

**12.17 Gegeven:** De dwarskrachtenlijn voor ligger AD.

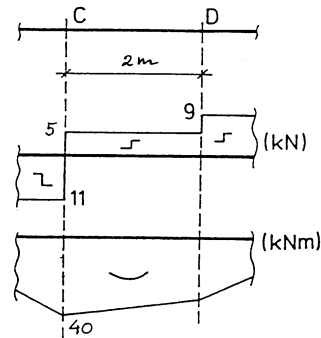
Gevraagd: De grootte en richting van de gelijkmatig verdeelde belasting in veld BC.



12.18 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor deel CD van een balk en het buigend moment in C.

Gevraagd:

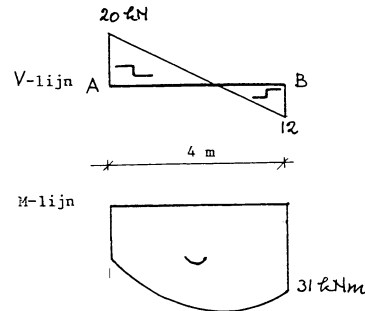
- Maak deel CD vrij en teken alle (snede-)krachten die erop werken.
- Bereken uit het evenwicht van CD het buigend moment in D.
- Verifieer voor CD dat de helling van de M -lijn gelijk is aan de dwarskracht.



12.19 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor liggedeelte AB en een schets van de momentenlijn. Het buigend moment in B bedraagt 31 kNm.

Gevraagd:

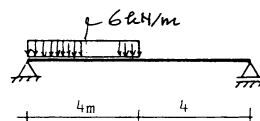
- Maak liggedeelte AB vrij en teken alle krachten die erop werken.
- Bereken uit het evenwicht van AB het buigend moment in A.
- Waar is het buigend moment extreem?
- Bereken dit moment.



12.20 Gegeven: Een vrij opgelegde ligger met op de linker helft een gelijkmatig verdeelde belasting.

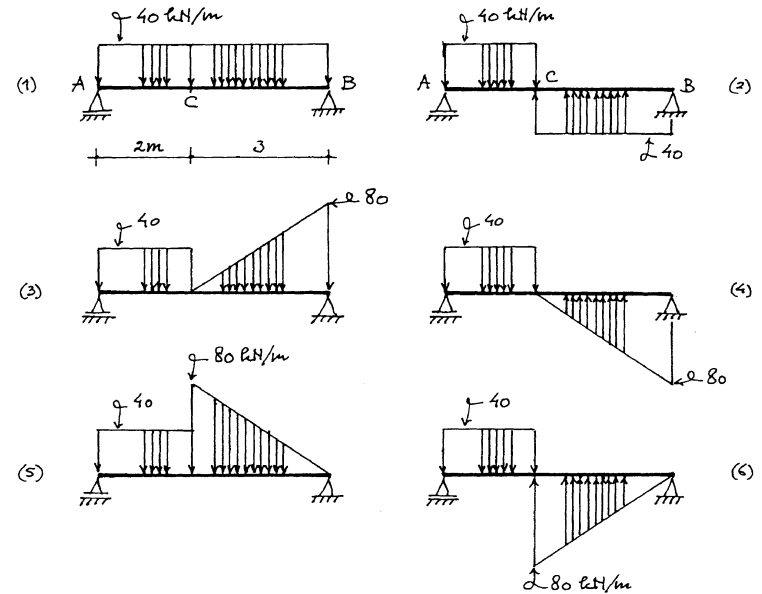
Gevraagd:

- Teken de dwarskrachtenlijn.
- Waar is het buigend moment extreem?
- Bereken dit buigend moment.



Raaklijnen aan de M -lijn (paragraaf 12.1.3)

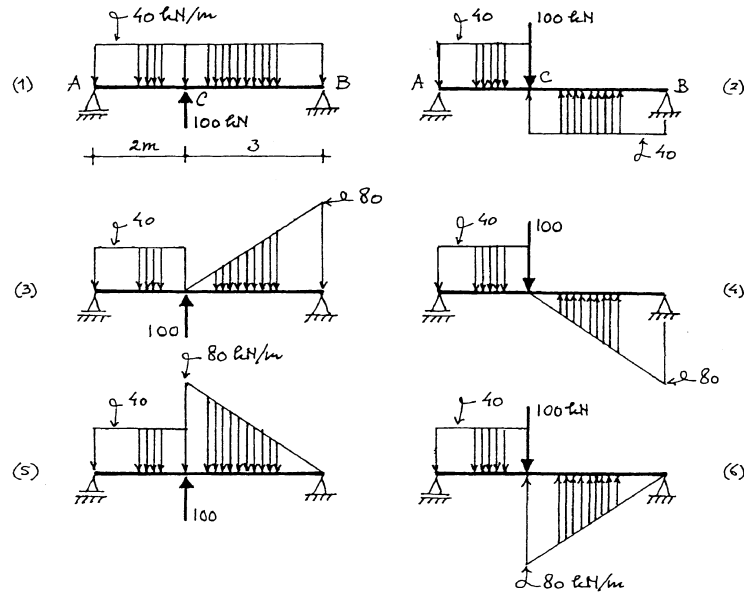
12.21-1 t/m 6 Gegeven: Dezelfde ligger ACB op zes verschillende manieren belast.



Gevraagd:

- Teken de momentenlijn ten gevolge van de belastingresultanten in de velden AC en CB.
- Bereken uit deze momentenlijn het buigend moment en de dwarskracht in veldovergang C.
- Geef een schets van de momentenlijn ten gevolge van de verdeelde belasting.

12.22-1 t/m 6 Gegeven: Dezelfde ligger ACB op zes verschillende manieren belast. Het verschil met de vorige opgave is de extra kracht van 100 kN in C.



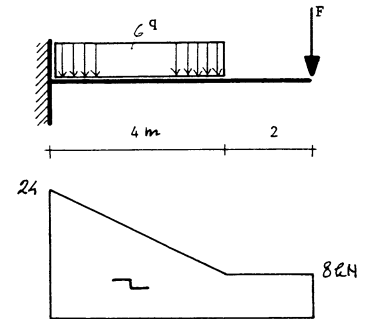
Gevraagd:

- Teken de momentenlijn ten gevolge van de belastingresultanten in de velden AC en CB en de kracht van 100 kN.
- Schets de momentenlijn ten gevolge van de werkelijk aanwezige belasting.

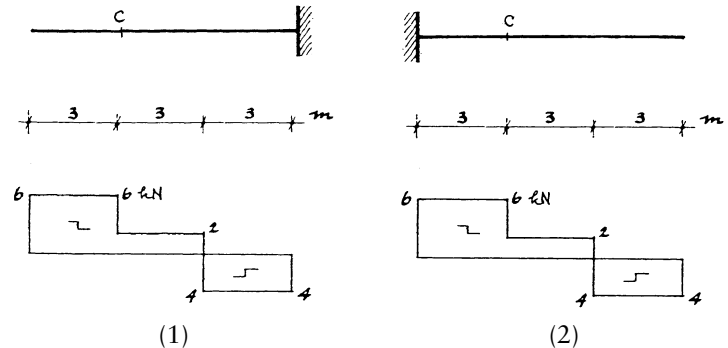
Interpretatie oppervlakte belastingdiagram en oppervlakte onder de V-lijn (paragraaf 12.1.4)

12.23 Gegeven: Een ingeklemde ligger met zijn dwarskrachtenlijn.

Gevraagd: De grootte van het inklemmingsmoment.



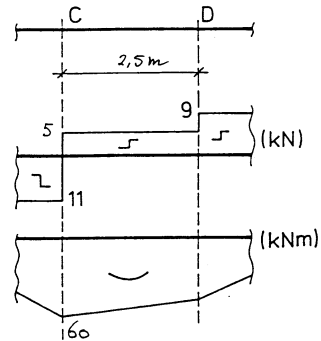
12.24-1/2 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor een ingeklemde ligger, belast door drie puntlasten.



Gevraagd: Hoe groot is het buigend moment in C?

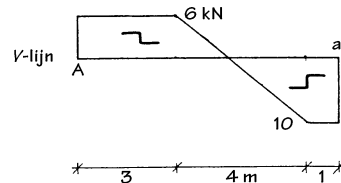
12.25 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor een liggerdeel CD en een schets van de momentenlijn. Het buigend moment in C bedraagt 60 kNm.

Gevraagd: Het buigend moment in D.



12.26 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor de in A en B vrij opgelegde ligger. Op de ligger werken geen (geconcentreerde) koppels.

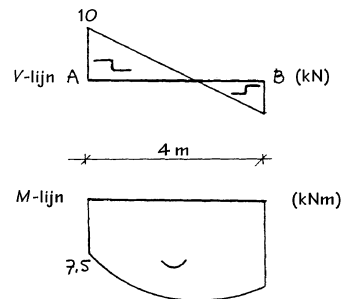
Gevraagd: Het maximum buigend moment.



12.27 Gegeven: De dwarskrachtenlijn voor liggerdeel AB en een schets van de momentenlijn. Het buigend moment in A bedraagt 7,5 kNm.

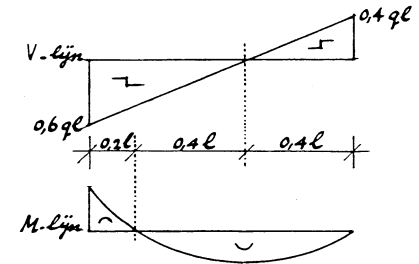
Gevraagd:

- Het maximum buigend moment.
- Het buigend moment in B.



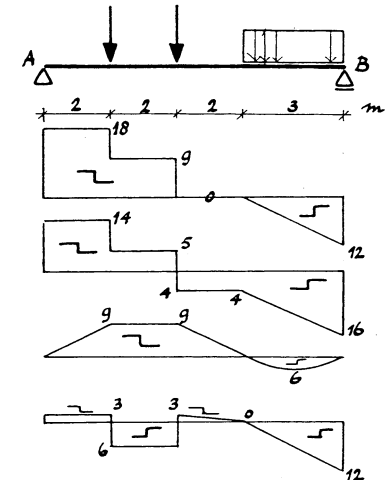
12.28 Gegeven: Een dwarskrachtenlijn en bijbehorende momentenlijn.

Gevraagd: De extreme waarden van het buigend moment.

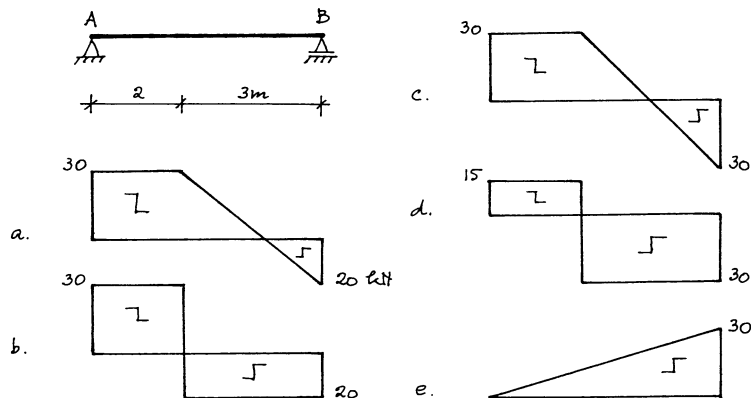


12.29 Gegeven: Een belastingsschema en vier dwarskrachtenlijnen.

Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn kan de juiste zijn?



12.30 Gegeven: Ligger AB met vijf dwarskrachtenlijnen. Behalve (verdeelde) krachten loodrecht op de liggeras kan op de ligger ook een (geconcentreerd) koppel werken.

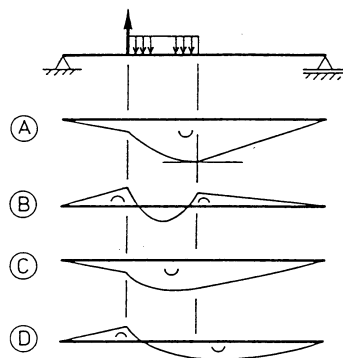


Gevraagd: In welke gevallen werkt er op de ligger een (geconcentreerd) koppel? Bepaal in die gevallen de grootte van het koppel en de richting waarin het werkt.

Sprongen en knikken in de V- en M-lijn (paragraaf 12.1.5)

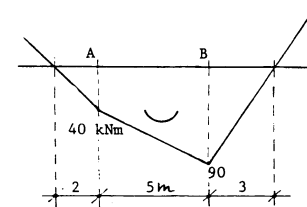
12.31 Gegeven: Een belastingschema en vier momentenlijnen.

Gevraagd: Welke momentenlijn heeft de juiste vorm?



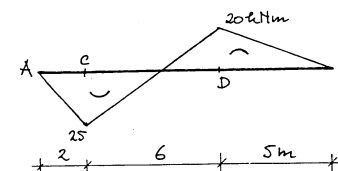
12.32 Gegeven: De momentenlijn voor een stukje balk waarop in A en B krachten werken.

Gevraagd: De grootte en richting van deze krachten.



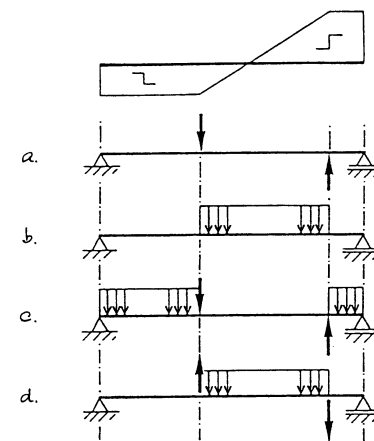
12.33 Gegeven: De momentenlijn voor ligger AB.

Gevraagd: De grootte en richting van de puntlasten in C en D.

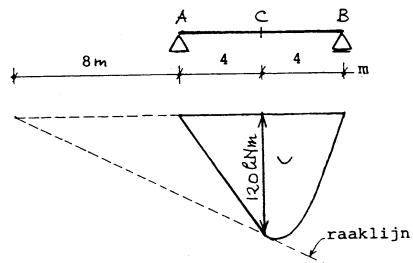


12.34 Gegeven: Een dwarskrachtenlijn en vier belastingschema's.

Gevraagd: Welk belastingschema past bij de dwarskrachtenlijn?

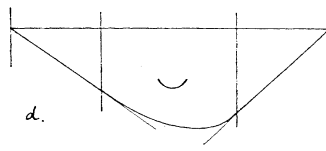
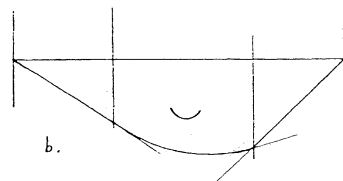
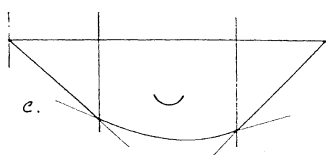
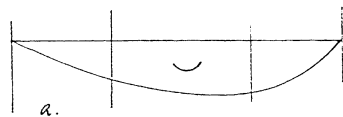
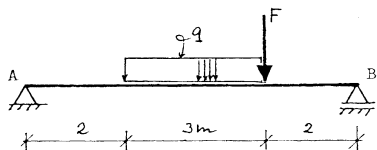


12.35 *Gegeven:* De momentenlijn van balk AB verloopt over de linker helft lineair en is over de rechterhelft gekromd. Verder is in het midden C de raaklijn aan het gekromde deel van de M -lijn getekend.



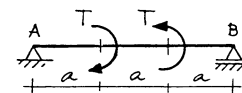
Gevraagd: De grootte en richting van de puntlast in C.

12.36 *Gegeven:* De vrij opgelegde ligger AB wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting q en een kracht F . Hierbij zijn vier momentenlijnen getekend.

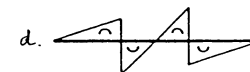
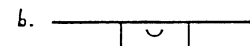


Gevraagd: Welke momentenlijn past bij het belastingschema?

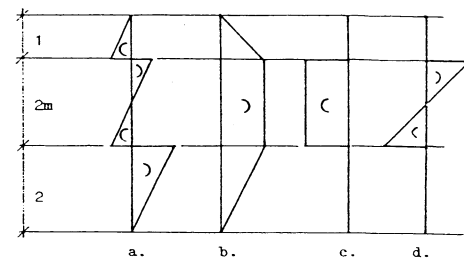
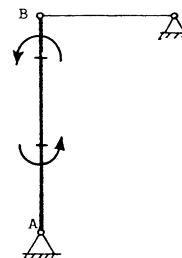
12.37 *Gegeven:* Vier momentenlijnen voor ligger AB.



Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?



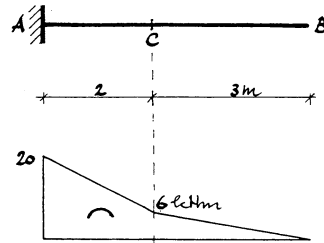
12.38 *Gegeven:* Vier momentenlijnen voor stijl AB.



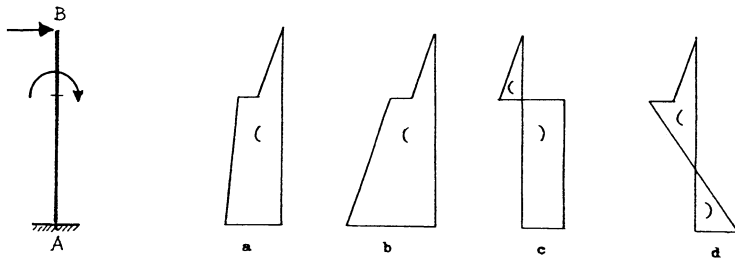
Gevraagd: Welke momentenlijn kan juist zijn bij de aangegeven belasting?

12.39 *Gegeven:* De momentenlijn voor de uitkragende ligger AB.

Gevraagd: De grootte en richting van de kracht in C.

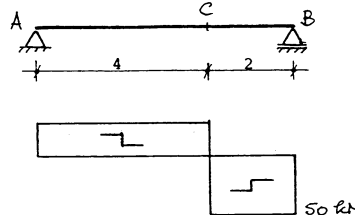


12.40 *Gegeven:* Vier momentenlijnen voor kolom AB.



Gevraagd: Welke momentenlijn kan bij de gegeven belasting de juiste zijn?

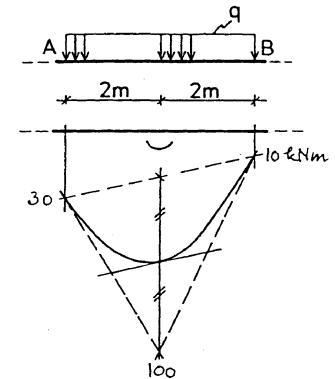
12.41 *Gegeven:* Van de vrij opgelegde ligger ACB, in C belast door een kracht F , is een schets van de dwarskrachtenlijn gegeven alsook de grootte en richting van de dwarskracht in veld CB.



Gevraagd: De grootte en richting van F .

Eigenschappen van de parabolisch verlopende M-lijn (paragraaf 12.1.6)

12.42 *Gegeven:* De momentenlijn voor een vrijgemaakt balkdeel AB met een gelijkmatig verdeelde belasting q . In A en B zijn de raaklijnen aan de M-lijn getekend.



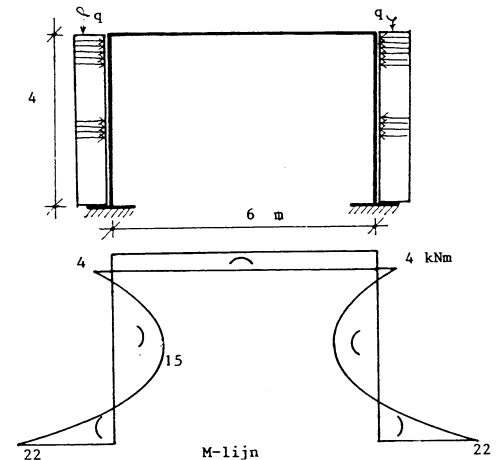
Gevraagd:

- De grootte van de gelijkmatig verdeelde belasting q .
- De dwarskracht in het midden van AB.
- De dwarskrachten in A en B.
- Maak balkdeel AB vrij, teken alle krachten die er op werken en controleer het evenwicht.

12.43 *Gegeven:* Een statisch onbepaald portaal met zijn momentenlijn bij de aangegeven belasting. Het buigend moment op halve kolomhoogte bedraagt 15 kNm.

Gevraagd:

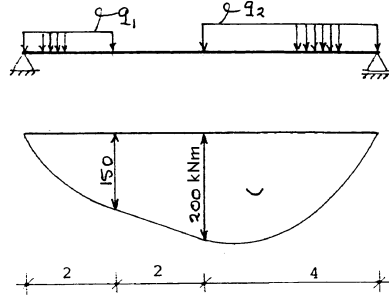
- De grootte van de gelijkmatig verdeelde belasting q op kolom AB.
- De dwarskrachtenlijn voor kolom AB.
- De plaats en grootte van het maximum buigend moment in kolom AB.



12.44 Gegeven: Een schets van de momentenlijn van een vrij opgelegde balk met gelijkmatig verdeelde belastingen q_1 en q_2 .

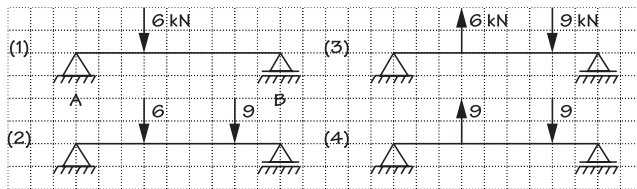
Gevraagd:

- Bepaal uit de vorm van de M-lijn de grootte van de verdeelde belastingen.
- Teken voor de gehele balk de dwarskrachtenlijn.
- Bereken de plaats en grootte van het maximum buigend moment in de balk.



Gemengde opgaven (paragraaf 12.1)

12.45-1 t/m 4 Gegeven: Dezelfde vrij opgelegde ligger op verschillende manieren belast. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m; krachten in kN.



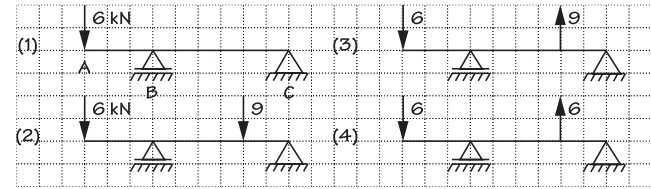
Gevraagd:

- De momentenlijn.
- De dwarskrachtenlijn.

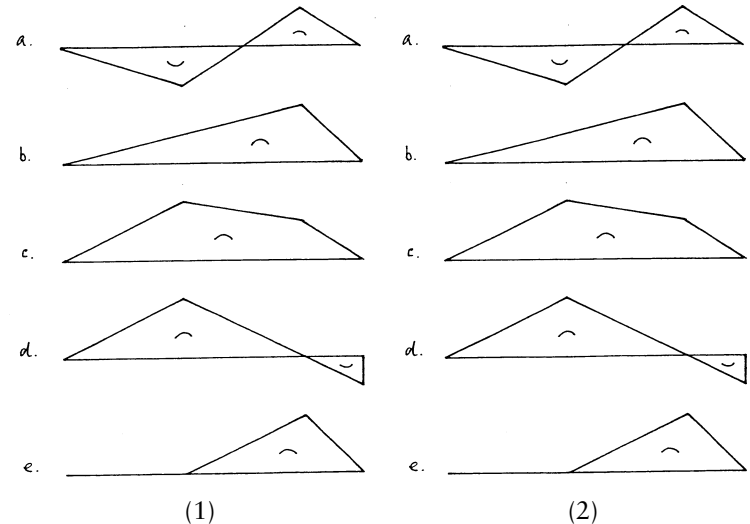
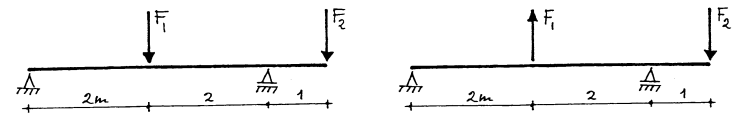
12.46-1 t/m 4 Gegeven: Dezelfde ligger met overstek op verschillende manieren belast. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m; krachten in kN.

Gevraagd:

- De momentenlijn.
- De dwarskrachtenlijn.

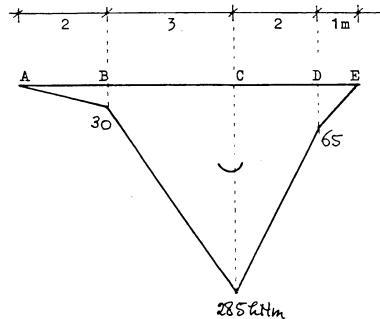


12.47-1/2 Gegeven: Een belastingschema en vijf momentenlijnen.



Gevraagd: Welke momentenlijn(en) past (passen) beslist niet bij het belastingschema?

12.48 *Gegeven:* De momentenlijn voor ligger AE. Op de vrijgemaakte ligger werken vijf krachten.

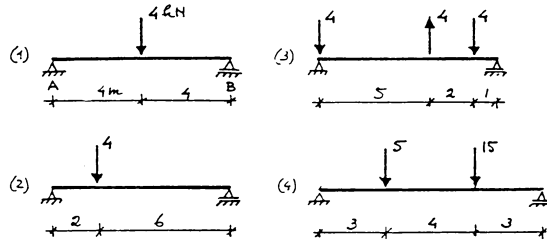


Gevraagd: Bereken deze krachten in grootte en richting.

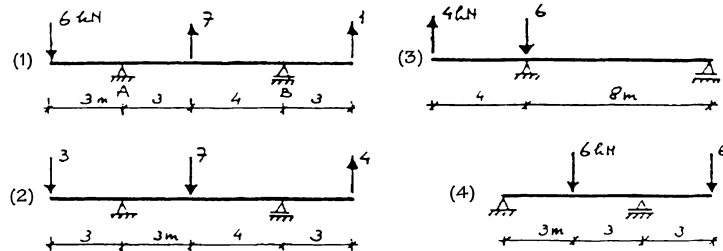
12.49-1 t/m 4 *Gegeven:* Een aantal liggers op verschillende manieren belast.

Gevraagd:

- De momentenlijn.
- De dwarskrachtenlijn.



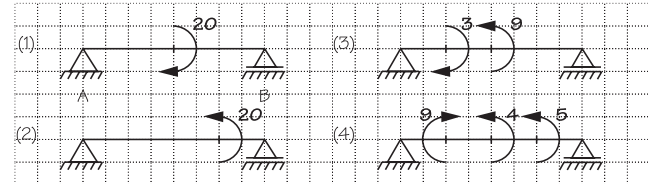
12.50-1 t/m 4 *Gegeven:* Een aantal liggers met overstek op verschillende manieren belast.



Gevraagd:

- De momentenlijn.
- De dwarskrachtenlijn.

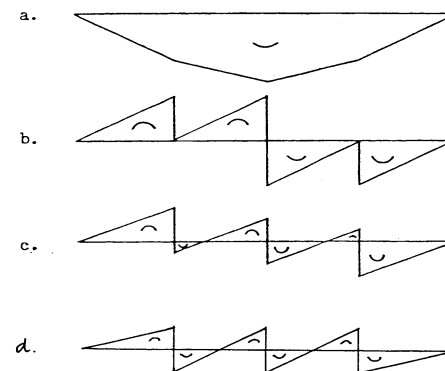
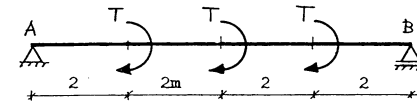
12.51-1 t/m 4 *Gegeven:* Dezelfde vrij opgelegde ligger op verschillende manieren belast door uitsluitend koppels. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv 1$ m; koppels in kNm.



Gevraagd:

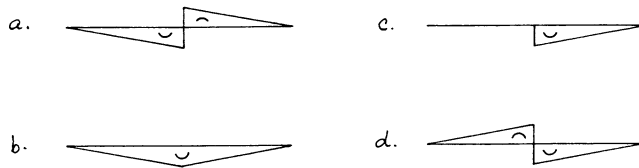
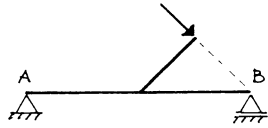
- De dwarskrachtenlijn.
- De momentenlijn.

12.52 *Gegeven:* Vier momentenlijnen voor ligger AB.



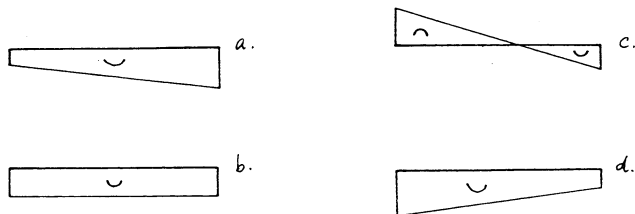
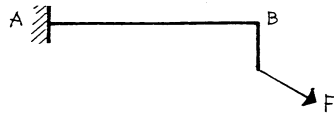
Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

12.53 Gegeven: Vier momentenlijnen voor ligter AB.



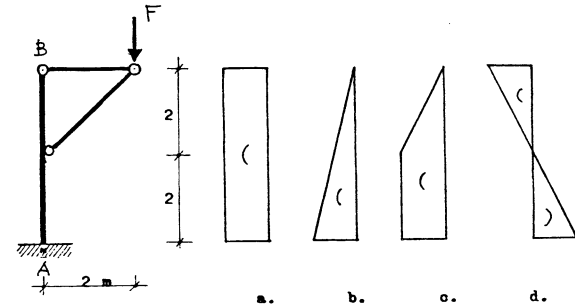
Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

12.54 Gegeven: Vier momentenlijnen voor ligter AB.



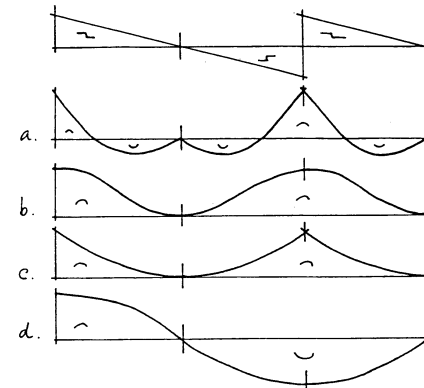
Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

12.55 Gegeven: Vier momentenlijnen voor kolom AB.



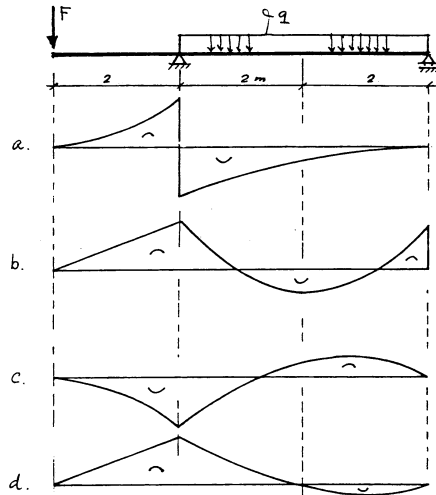
Gevraagd: Welke momentenlijn is juist?

12.56 Gegeven: Een dwarskrachtenlijn en vier momentenlijnen.



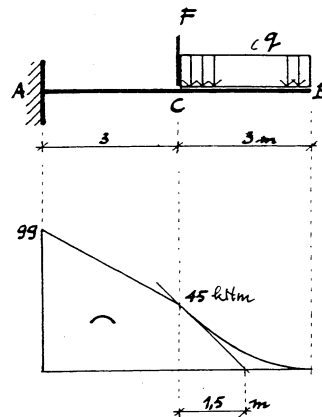
Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de dwarskrachtenlijn?

12.57 Gegeven: Een belastingschema en vier momentenlijnen.



Gevraagd: Welke momentenlijn past bij het belastingschema?

12.58 Gegeven: De momentenlijn voor balk AB ten gevolge van een kracht F in C en een gelijkmatig verdeelde belasting q in veld CB. De richting van F is niet gegeven.



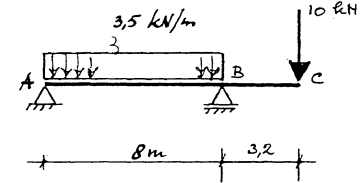
Gevraagd:

- De grootte van q .
- De grootte en richting van F .

12.59 Gegeven: Een ligger met overstek en de aangegeven belasting.

Gevraagd:

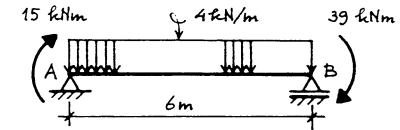
- De momentenlijn met de raaklijnen in A en B.
- De dwarskrachtenlijn.
- Het maximum veldmoment in AB.



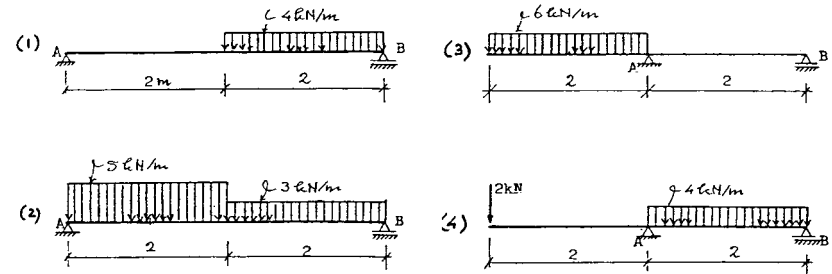
12.60 Gegeven: De vrij opgelegde ligger AB op de aangegeven wijze belast.

Gevraagd:

- De momentenlijn met de raaklijnen in A en B.
- De dwarskrachtenlijn.
- Het maximum veldmoment.



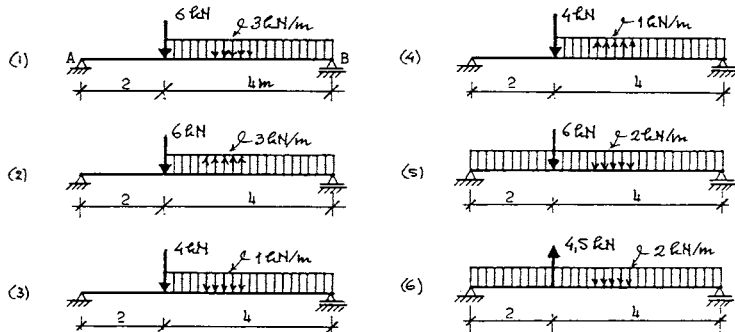
12.61-1 t/m 4 Gegeven: Vier verschillende liggers met een gelijkmatig verdeelde belasting.



Gevraagd:

- De M-lijn met zijn raaklijnen in de randen en veldovergangen.
- De V-lijn.
- De plaats en grootte van de extreme momenten.

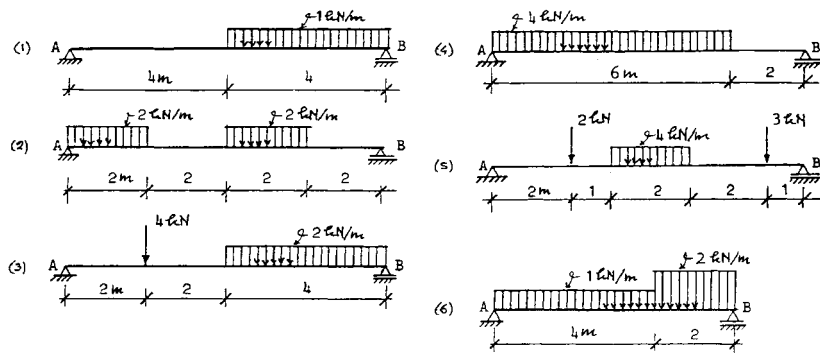
12.62-1 t/m 6 Gegeven: Dezelfde ligger AB op zes verschillende manieren belast.



Gevraagd:

- De M -lijn met op belangrijke plaatsen de raaklijnen.
- De V -lijn.
- De plaats en grootte van het maximum/minimum buigend moment.

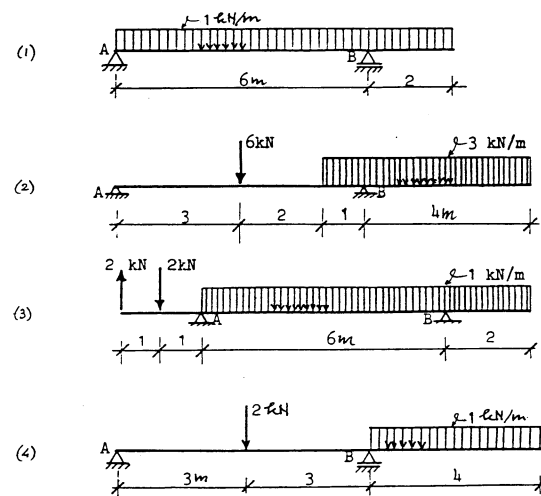
12.63-1 t/m 6 Gegeven: Zes verschillend belaste liggers.



Gevraagd:

- De M -lijn met op belangrijke plaatsen de raaklijnen.
- De V -lijn.
- De plaats en grootte van het maximum/minimum buigend moment.

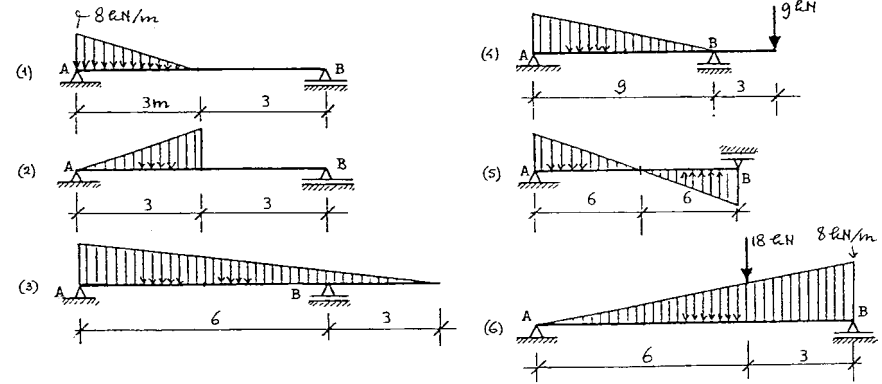
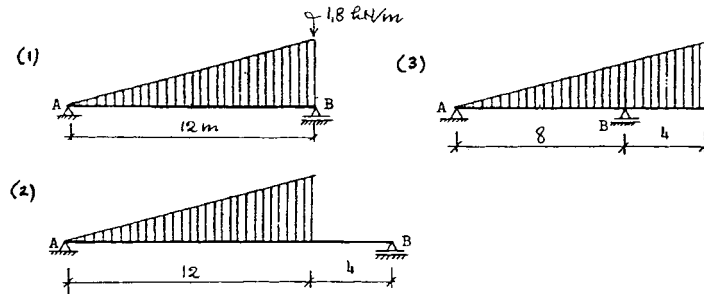
12.64-1 t/m 4 Gegeven: Vier liggers met overstek.



Gevraagd:

- De M -lijn met op belangrijke plaatsen de raaklijnen.
- De V -lijn.
- De plaats en grootte van het maximum/minimum buigend moment.

12.65-1 t/m 3 Gegeven: Drie liggers met een lineair verlopende verdeelde belasting. De topwaarde van de verdeelde belasting bedraagt in alle gevallen $1,8 \text{ kN/m}$.



Gevraagd:

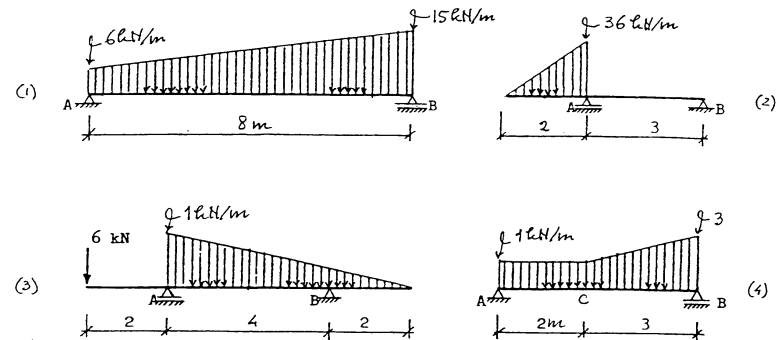
- Een schets van de M -lijn met zijn raaklijnen in de randen en veldovergangen.
- Een schets van de V -lijn.

12.66-1 t/m 6 Gegeven: Een aantal liggers met een lineair verlopende verdeelde belasting en in twee gevallen ook nog een puntlast. De figuren zijn niet allemaal op dezelfde schaal getekend. De topwaarde van de lineair verlopende verdeelde belasting is in alle gevallen 8 kN/m . De grootte van de twee puntlasten kan men uit de figuur aflezen.

Gevraagd:

- Een schets van de M -lijn met zijn raaklijnen in de randen en veldovergangen.
- Een schets van de V -lijn.

12.67-1 t/m 4 Gegeven: Vier verschillende liggers.

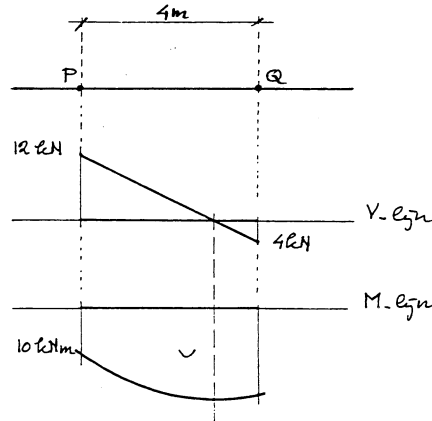


Gevraagd: Een schets van de momentenlijn met de raaklijnen in A, B en C.

12.68 Gegeven: Van een staaf is voor het gedeelte PQ de dwarskrachtenlijn (zonder de vervormingstekens) gegeven, alsook het buigend moment in P en een schets van de momentenlijn.

Gevraagd:

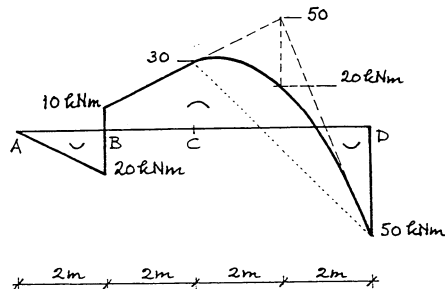
- Zet de vervormingstekens in de V-lijn.
- Welke belasting werkt er op PQ? Teken deze.
- Bereken het buigend moment in Q.
- Bereken het maximum buigend moment in PQ.
- Teken PQ met alle krachten (belastingen en snedekrachten) die erop werken, en schrijf hun waarden erbij.



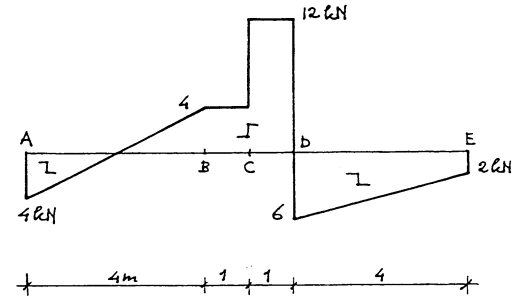
12.69 Gegeven: Van de loodrecht op zijn as belaste staaf ABCD is hieronder de momentenlijn getekend, met de raaklijnen in C en D. Tussen C en D verloopt het buigend moment volgens een (2^e-graads) parabool.

Gevraagd:

- Teken de bijbehorende dwarskrachtenlijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.
- Teken alle krachten (koppels) die op de vrijgemaakte staaf werken. Schrijf hun waarden erbij.
- Controleer het evenwicht van de staaf.



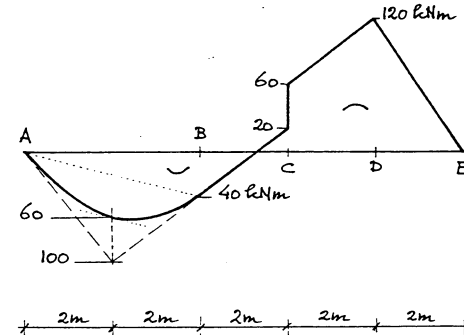
12.70 Gegeven: Van ligger ABCDE is de V-lijn bekend. Op de ligger werken geen koppels.



Gevraagd:

- Teken al de bij deze V-lijn behorende (verdeelde) krachten die op ligger ABCDE werken.
- Teken voor de gehele ligger de M-lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij. Teken in alle markante punten ook de raaklijnen aan de M-lijn.

12.71 Gegeven: Van de loodrecht op zijn as belaste staaf ABCDE is hieronder de momentenlijn getekend, met de raaklijnen in A en B. Tussen A en B verloopt het buigend moment volgens een parabool.



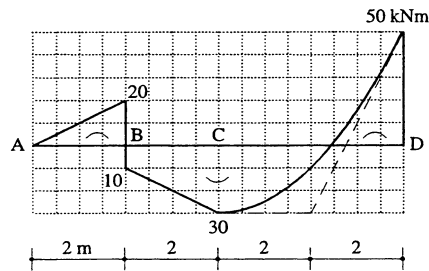
Gevraagd:

- Teken de bijbehorende dwarskrachtenlijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.
- Teken alle krachten (koppels) die op de vrijgemaakte staaf werken. Schrijf hun waarden erbij.
- Controleer het evenwicht van de staaf.

12.72 Gegeven: Van de loodrecht op zijn as belaste staaf ABCD is hieronder de momentenlijn getekend, met de raaklijnen in C en D. Tussen C en D verloopt het buigend moment volgens een parabool.

Gevraagd:

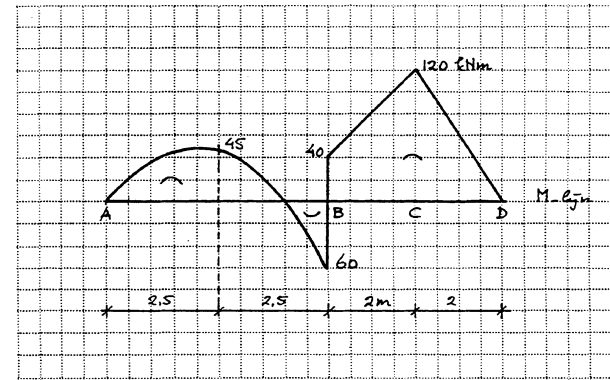
- Teken de bijbehorende dwarskrachtenlijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.
- Teken alle krachten (koppels) die op de staaf werken. Schrijf hun waarden erbij.
- Controleer het evenwicht van de staaf. Geef duidelijk aan hoe deze evenwichtscontrole uitgevoerd kan worden.



12.73 Gegeven: Van staaf ABCD is de momentenlijn getekend. Tussen A en B verloopt het buigend moment volgens een parabool.

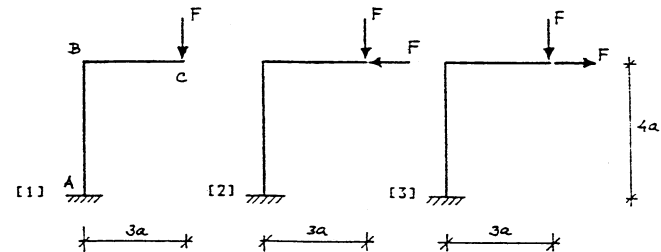
Gevraagd:

- Teken de bijbehorende dwarskrachtenlijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.
- Teken alle krachten (koppels) die op de vrijgemaakte staaf werken. Schrijf hun waarden erbij.
- Controleer het evenwicht van de staaf.



Geknikte en samengestelde staafconstructies (paragraaf 12.3)

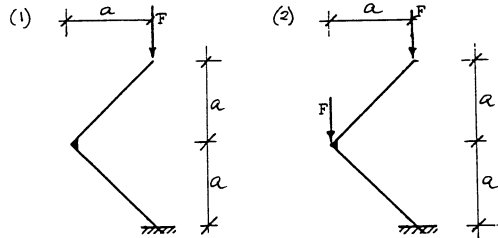
12.74-1 t/m 3 Gegeven: Dezelfde geknikte constructie met drie verschillende belastingen.



Gevraagd: Voor de gehele constructie

- De M-lijn.
- De V-lijn.
- De N-lijn.

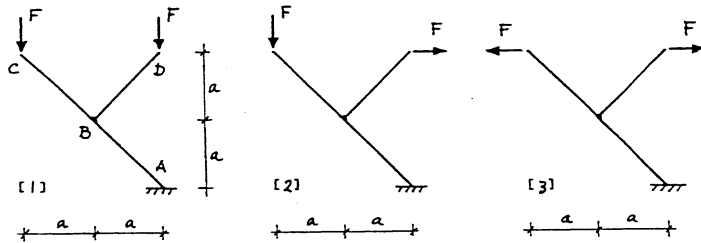
12.75-1/2 Gegeven: Dezelfde geknikte constructie met twee verschillende belastingen.



Gevraagd: Voor de gehele constructie

- De M-lijn.
- De V-lijn.
- De N-lijn.

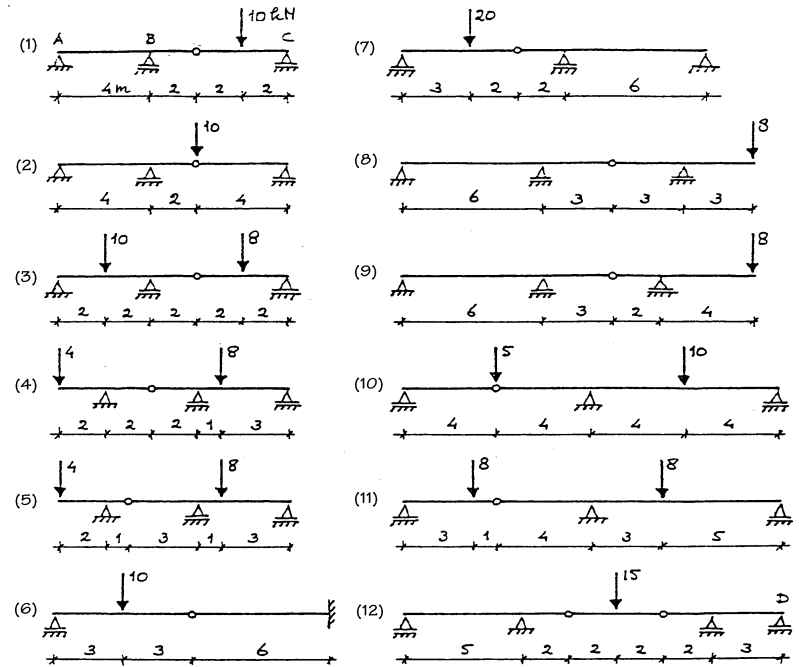
12.76-1 t/m 3 Gegeven: Dezelfde constructie op drie manieren belast.



Gevraagd: Voor de gehele constructie

- De M-lijn.
- De V-lijn.
- De N-lijn.

12.77-1 t/m 12 Gegeven: Een aantal scharnierliggers met belasting. Afmetingen in m; krachten in kN.



Gevraagd: De momenten- en dwarskrachtenlijn.

12.78-1/2 Gegeven: Hetzelfde driescharnierenspanst op twee manieren belast.

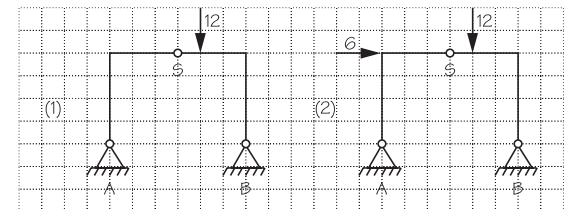
Lengteschaal: 1 hok $\equiv$ 1 m; krachten in kN.

Gevraagd:

Voor de gehele

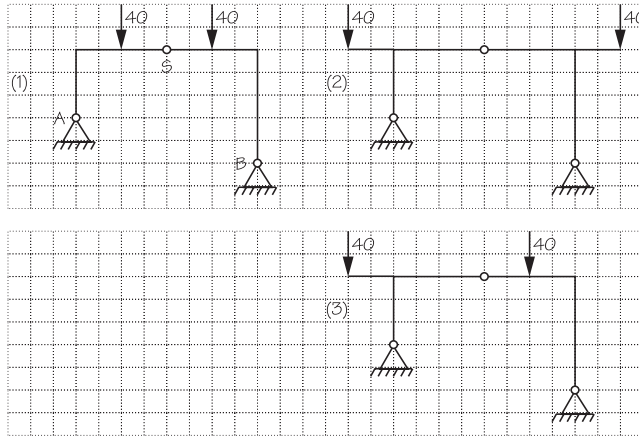
constructie:

- De M-lijn.
- De V-lijn.
- De N-lijn.



12.79-1 t/m 3 *Gegeven:* Hetzelfde driescharnierenspanst met drie verschillende belastingen.

Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



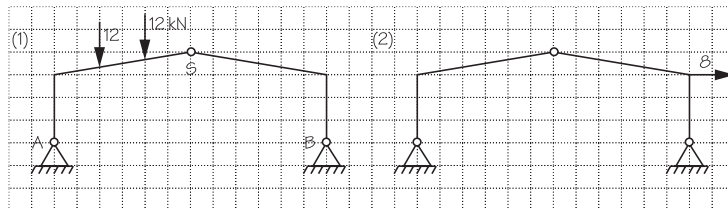
Gevraagd:

Voor de gehele constructie:

- De M-lijn.
- De V-lijn.
- De N-lijn.

12.80-1/2 *Gegeven:* Hetzelfde driescharnierenspanst op twee manieren belast.

Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



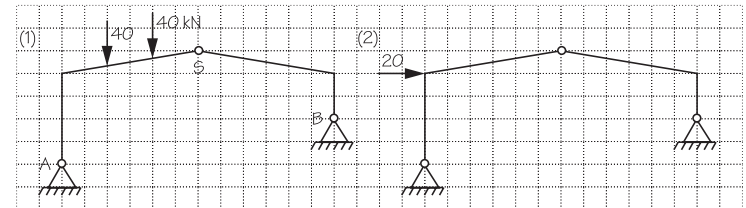
Gevraagd:

Voor de gehele constructie:

- De M-lijn.
- De V-lijn.

12.81-1/2 *Gegeven:* Hetzelfde driescharnierenspanst op twee manieren belast.

Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



Gevraagd:

Voor de gehele constructie:

- De M-lijn.
- De V-lijn.

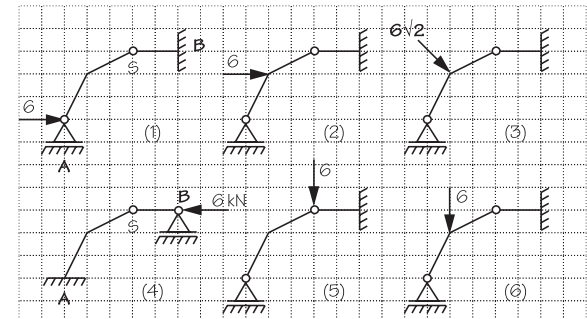
12.82-1 t/m 6 *Gegeven:* Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.

Gevraagd:

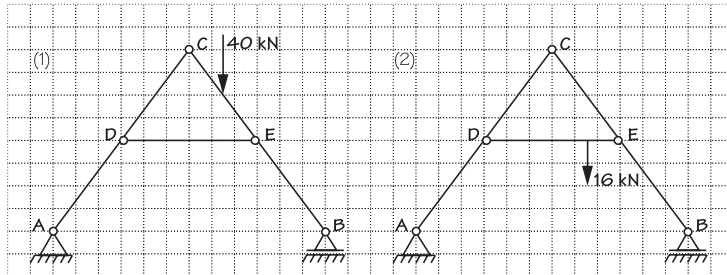
Voor de gehele

constructie:

- De M-lijn.
- De V-lijn.
- De N-lijn.



12.83-1/2 *Gegeven:* Dezelfde constructie op twee manieren belast.



Gevraagd:

Voor de gehele constructie:

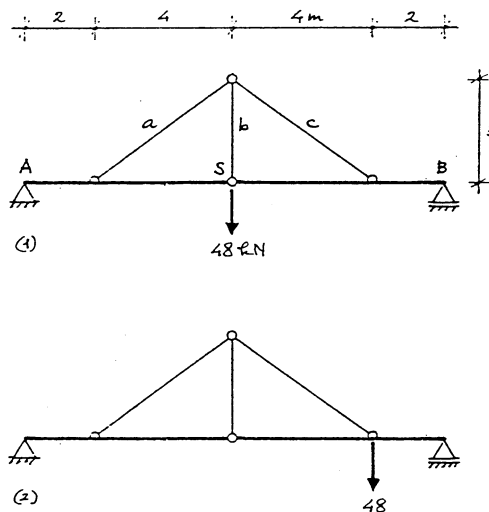
- De M -lijn.
- De V -lijn.
- De N -lijn.

12.84-1/2

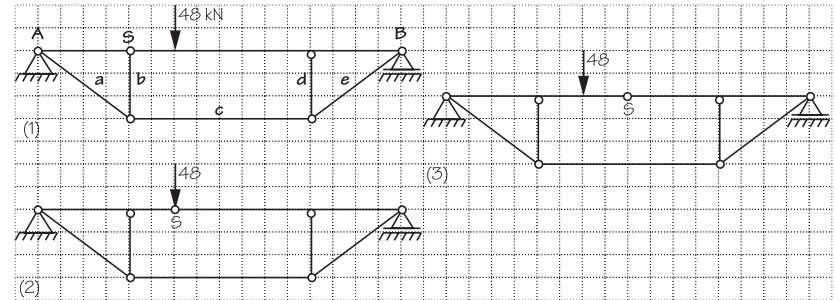
Gegeven: Een versterkte ligger ASB op twee manieren belast.

Gevraagd:

- De M - en V -lijn voor ASB.
- De N -lijn voor ASB.



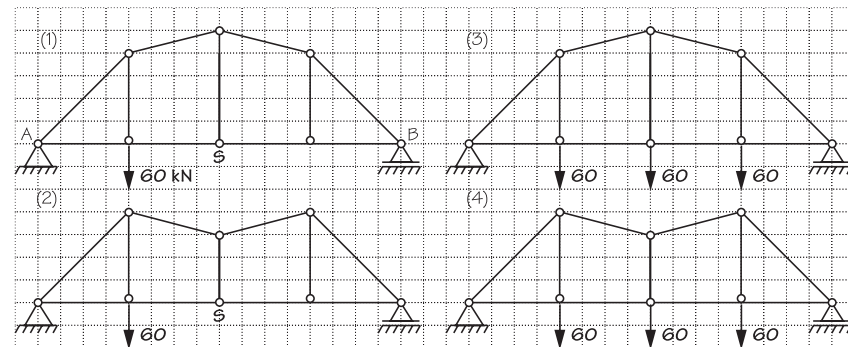
12.85-1 t/m 3 *Gegeven:* Scharnier S in versterkte ligger ASB bevindt zich op steeds een andere plaats. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



Gevraagd:

- De M - en V -lijn voor ASB.
- De N -lijn voor ASB.

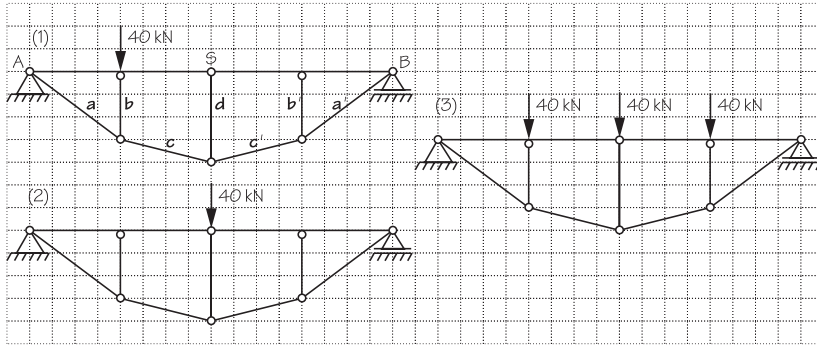
12.86-1 t/m 4 *Gegeven:* Twee versterkte liggers ASB, op twee verschillende manieren belast. Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



Gevraagd:

- De M - en V -lijn voor ASB.
- De N -lijn voor ASB.

12.87-1 t/m 3 *Gegeven:* Dezelfde versterkte ligger ASB op drie verschillende manieren belast.
Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



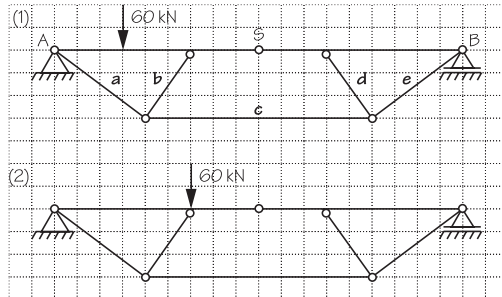
Gevraagd:

- De M- en V-lijn voor ASB.
- De N-lijn voor ASB.

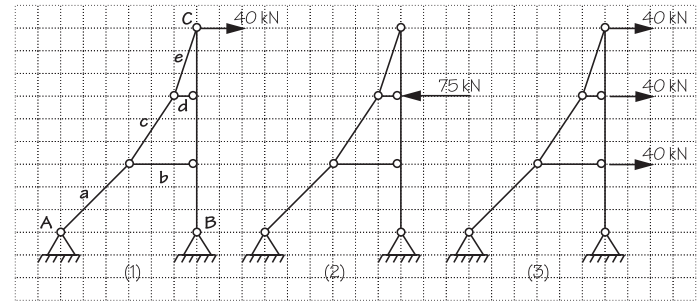
12.88-1 t/m 2 *Gegeven:* Dezelfde versterkte ligger ASB op vier verschillende manieren belast.
Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.

Gevraagd:

- De M-lijn voor ASB.
- De V-lijn voor ASB.
- De N-lijn voor ASB.



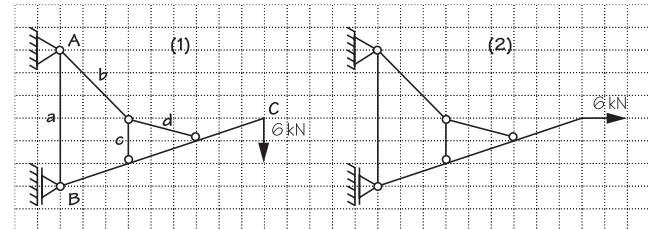
12.89-1 t/m 3 *Gegeven:* Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



Gevraagd:

- De M- en V-lijn voor BC.
- De N-lijn voor BC.

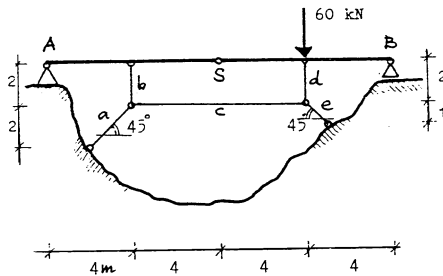
12.90-1 t/m 2 *Gegeven:* Lengteschaal: 1 hokje $\equiv$ 1 m; krachten in kN.



Gevraagd:

- De M- en V-lijn voor BC.
- De N-lijn voor BC.

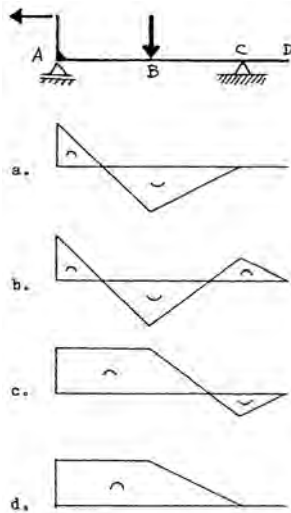
12.91 Gegeven: Een springwerk.



Gevraagd: De M- en V-lijn voor ASB.

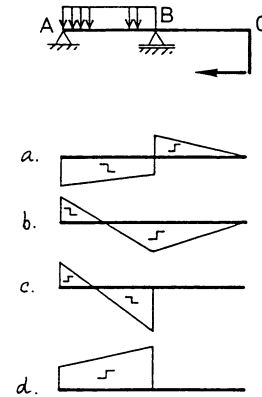
Beginsel van superpositie (paragraaf 12.4)

12.92 Gegeven: Vier momentenlijnen voor ligter ABCD.



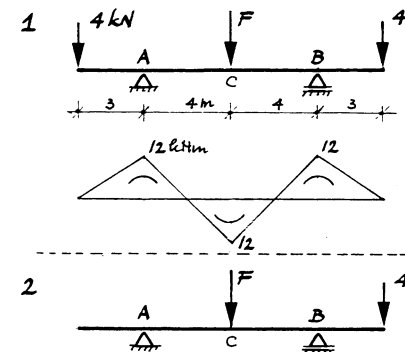
Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

12.93 Gegeven: Vier dwarskrachtenlijnen voor ligter ABC.



Gevraagd: Welke dwarskrachtenlijn past bij de aangegeven belasting?

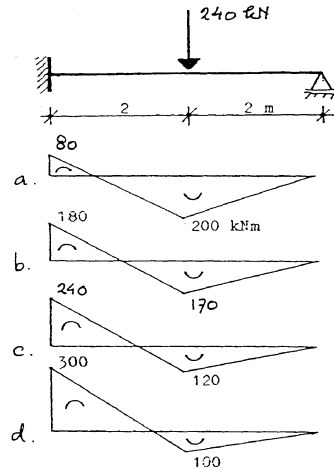
12.94 Gegeven: Belastinggeval 1 met bijbehorende momentenlijn en belastinggeval 2 zonder momentenlijn. In belastinggeval 2 ontbreekt de kracht op het linker overstek.



Gevraagd: Het buigend moment in C voor belastinggeval 2.

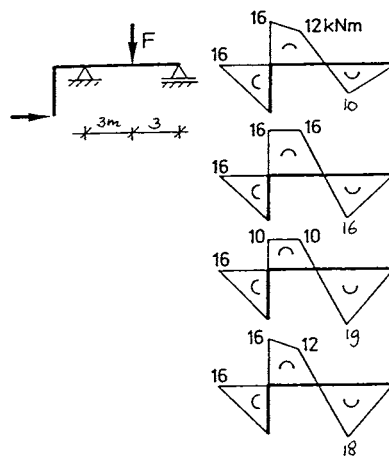
12.95 *Gegeven:* Een statisch onbepaalde ligger en vier momentenlijnen.

Gevraagd: Welke momentenlijn(en) kan (kunnen) niet goed zijn?



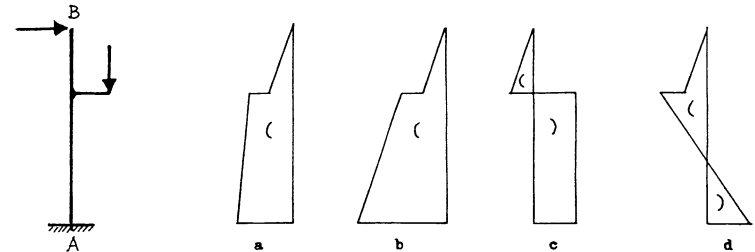
12.96 *Gegeven:* Voor de belaste constructie zijn vier momentenlijnen getekend, waarvan er maar één deugt.

Gevraagd: Bepaal uit de juiste momentenlijn de grootte van de kracht F .



Excentrisch aangrijpende normaalkrachten (paragraaf 12.5.5)

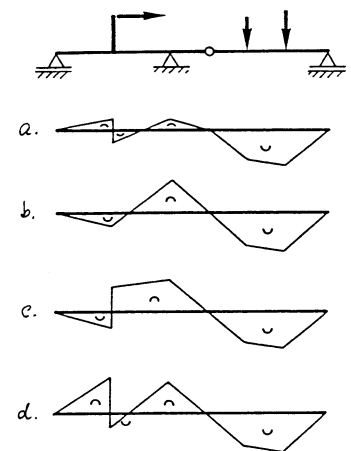
12.97 *Gegeven:* Vier momentenlijnen voor kolom AB.



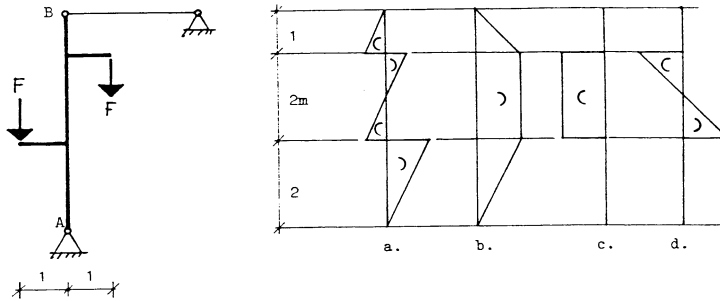
Gevraagd: Welke momentenlijn kan bij de gegeven belasting de juiste zijn?

12.98 *Gegeven:* Een belastingschema en vier momentenlijnen.

Gevraagd: Welke momentenlijn heeft de juiste vorm?

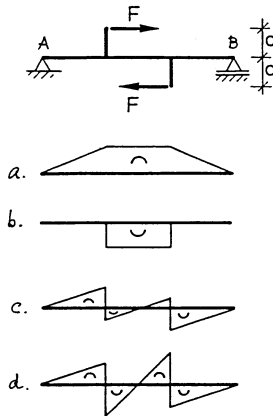


12.99 Gegeven: Vier momentenlijnen voor stijl AB.



Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

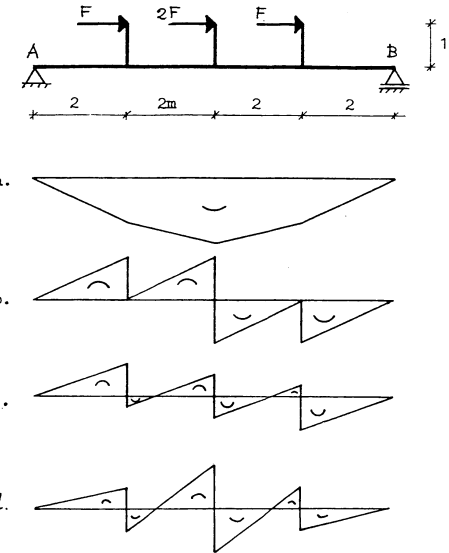
12.100 Gegeven: Vier momentenlijnen voor ligger AB.



Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

12.101 Gegeven: Vier momentenlijnen voor ligger AB.

Gevraagd: Welke momentenlijn past bij de aangegeven belasting?

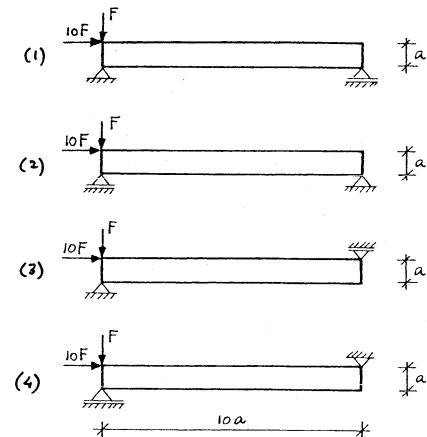


12.102-1 t/m 4 Gegeven:

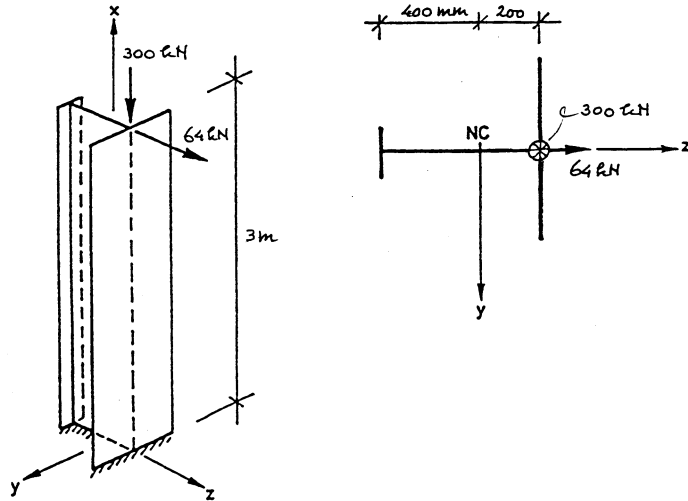
Een balk met rechthoekige doorsnede is op vier verschillende manieren opgelegd. De balkas ligt op halve hoogte.

Gevraagd:

- Geef aan hoe de belasting op de tot lijnelement geschematiseerde balk werkt.
- Teken de N-, V- en M-lijn.

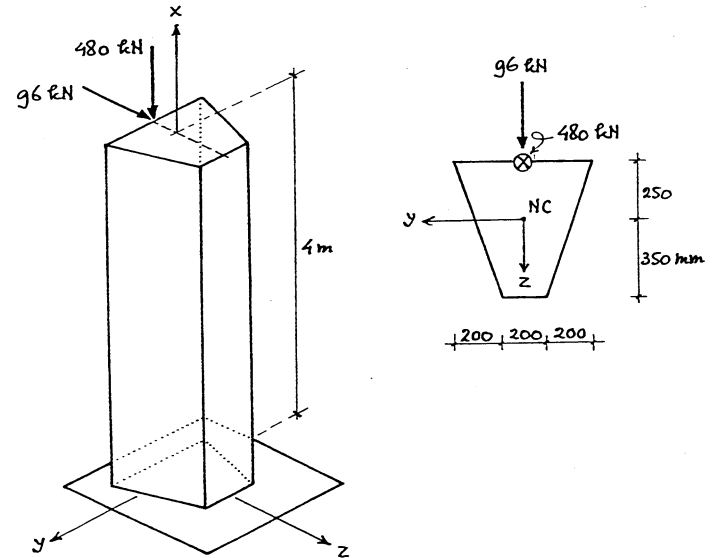


12.103 *Gegeven:* Een eenzijdig ingeklemde kolom wordt in het vrije einde op de aangegeven manier belast. De as van de kolom gaat door NC en valt samen met de getekende x -as.



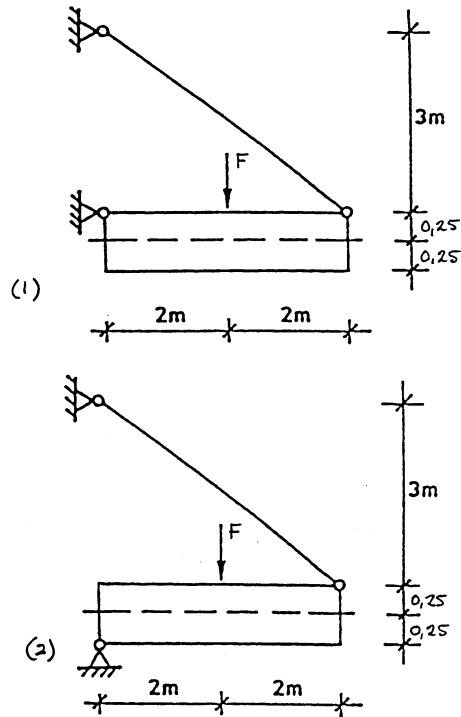
Gevraagd: Teken voor de tot lijnelement geschematiseerde kolom de N -, V - en M -lijn.

12.104 *Gegeven:* Een eenzijdig ingeklemde kolom wordt in het vrije einde op de aangegeven manier belast. De as van de kolom gaat door NC en valt samen met de getekende x -as.



Gevraagd: Teken voor de tot lijnelement geschematiseerde kolom de N -, V - en M -lijn.

12.105-1/2 *Gegeven:* In bovenstaande figuur is de as van de balk met een streepjeslijn aangegeven.



Gevraagd: Schematiseer de balk tot een lijnelement en teken de N -, V - en M -lijn ten gevolge van de kracht $F = 84 \text{ kN}$.

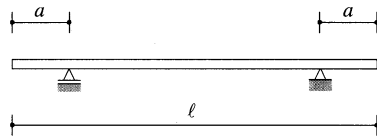
13 Rekenvoorbeelden M -, V - en N -lijnen

Algemene opmerking vooraf:

Wanneer wordt gevraagd een M -, V - of N -lijn te tekenen dan wordt er een tekening van deze diagrammen verlangd, met daarin de (vervormings)tekens en op markante plaatsen de waarden bijgeschreven.

Vormvaste constructies (paragraaf 13.1)

13.1 Gegeven: Een ligger met lengte $\ell = 16,90$ m wordt op de aan-gegeven wijze opgelegd. Het eigen gewicht van de ligger is gelijkmatig verdeeld en bedraagt 4 kN/m .



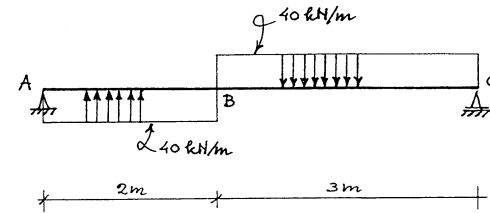
Gevraagd:

- Hoe moet men de afstand a kiezen opdat het buigend moment in de ligger ten gevolge van het eigen gewicht (in absolute zin) zo klein mogelijk is?
- Hoe groot is dit buigend moment?
- Teken de M - en V -lijn.

13.2 Gegeven: Op de in A en C vrij opgelegde ligger ABC werkt over AB een gelijkmatig verdeelde belasting omhoog van 40 kN/m en over BC een even grote gelijkmatig verdeelde belasting naar beneden.

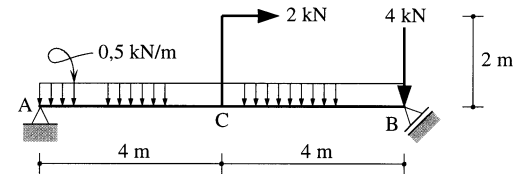
Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties en teken ze zoals ze op de constructie werken.



- Teken voor ABC de momentenlijn met de raaklijnen in A, B en C. Laat duidelijk zien waar deze raaklijnen elkaar snijden.
- Teken voor ABC de dwarskrachtenlijn.
- Bereken het maximum en minimum buigend moment in de ligger en geef aan waar deze momenten optreden.

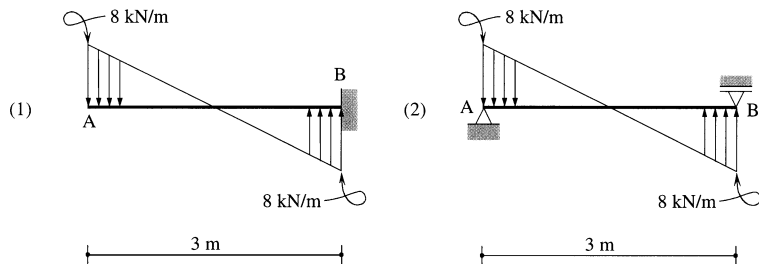
13.3 Gegeven: Ligger ACB is opgelegd op een scharnier in A en een rol in B. De rolbaan in B staat onder een helling van 45° . Over de gehele lengte ACB werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van $0,5\text{ kN/m}$. In B wordt de ligger belast door een verticale kracht van 4 kN . In C werkt een excentrisch aangrijpende normaalkracht van 2 kN .



Gevraagd:

- Bereken en teken de oplegreacties in A en B.
- Teken voor ACB de N -lijn.
- Teken voor ACB de V -lijn.
- Teken voor ACB de M -lijn. Teken in A, C en B ook de raaklijnen aan de M -lijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.

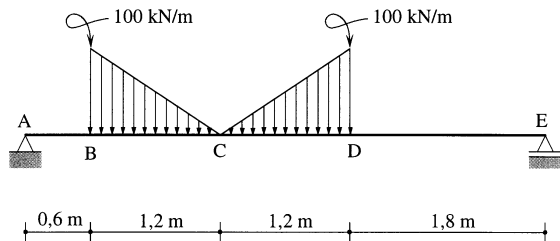
13.4-1/2 Gegeven: Ligger AB is op twee verschillende manieren opgelegd en draagt een lineair verlopende verdeelde belasting.



Gevraagd:

- Bereken en teken de oplegreacties.
- Geef een duidelijke schets van de V - en M -lijn. Teken in A, B en het midden van AB ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Waar zijn V en M extreem en hoe groot zijn deze extreme waarden?

13.5 Gegeven: De vrij opgelegde ligger AE wordt in de velden BC en CD belast door twee even grote driehoeksbelastingen. De topwaarde van de verdeelde belasting bedraagt 100 kN/m.

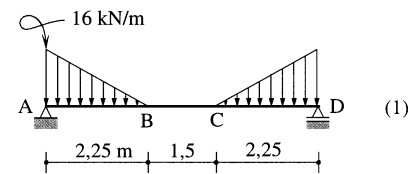


Gevraagd:

- Teken de M - en V -lijn. Teken in B, C en D ook de raaklijnen aan de M - en V -lijn, en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.
- Waar is het buigend moment maximaal? Geef aan de hand van de getekende momentenlijn een goede schatting van de waarde van dit moment.
- Geef een nauwkeurige berekening van het maximum moment.

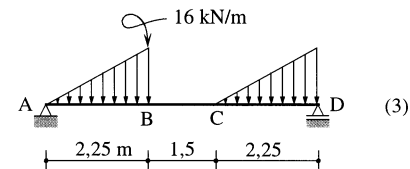
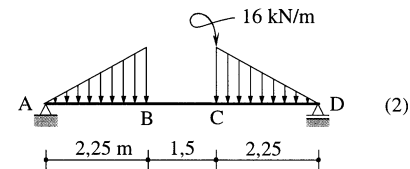
13.6-1 t/m 3 Gegeven:

De vrij opgelegde ligger AD wordt op drie verschillende manieren belast door driehoeksbelastingen met een topwaarde van 16 kN/m.

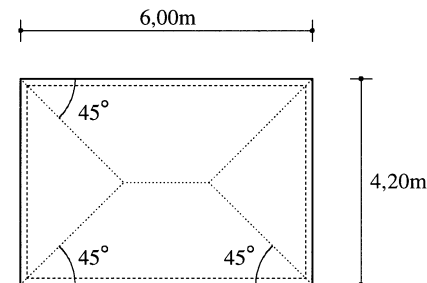


Gevraagd:

- Teken de M - en V -lijn. Teken in A t/m D ook de raaklijnen aan de M - en V -lijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.
- Waar is het buigend moment extreem? Bereken dit moment.



13.7 Gegeven: Een rechthoekige plaat rust op vier randbalken, waarvan wordt aangenomen dat zij vrij zijn opgelegd op kolommen in de hoekpunten van de plaat. Een gelijkmatige volbelasting op de plaat van 4 kN/m² wordt volgens het getekende enveloppe-patroon naar de randbalken afgedragen.



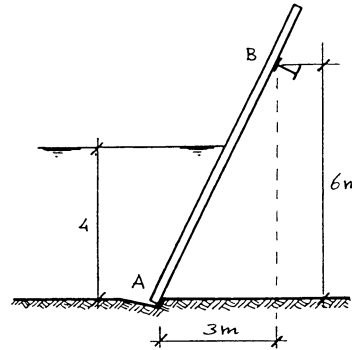
Gevraagd:

- Teken voor elk van de randbalken het belastingdiagram.
- Teken de M - en V -lijn voor de korte randbalk. Hoe groot is het maximum buigend moment?
- Teken de M - en V -lijn voor de lange randbalk. Hoe groot is het maximum buigend moment?

13.8 Gegeven: Een stuw wordt gevormd door 1,5 m brede schotten die aan onderkant A in een sponning en aan bovenkant B tegen een profielbalk rusten. De profielbalk is opgelegd in de wanden van de stuw.

Gevraagd:

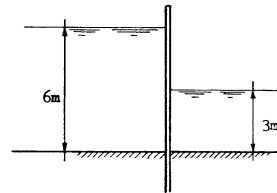
- Teken het verloop van de waterdruk op de schotten.
- Schematiseer een schot met een breedte van 1,5 m tot een lijnelement en bereken de oplegreacties in A en B.
- Teken de M - en V -lijn voor schot AB.
- Hoe groot is het maximum buigend moment en waar treedt dit op?



13.9 Gegeven: Een stalen damwand is ingeklemd in een betonnen vloer. Tegen de wand staat aan de ene zijde 6 m water en aan de andere kant 3 m. Massadichtheid water: 1000 kg/m^3 .

Gevraagd:

- Schematiseer een 1 meter brede verticale strook uit de damwand tot een lijnelement en teken hierop het belastingdiagram.
- Bereken voor deze strook de oplegreacties.
- Teken voor deze strook de M - en V -lijn. Teken op een aantal plaatsen ook de raaklijnen aan de M - en V -lijn.



13.10 Gegeven: Balk ABC is opgelegd op een scharnier in A en een rol in B en wordt in veld AB belast door een parabolisch verlopende verdeelde belasting en in uiteinde C van overstek BC door een puntlast van 15 kN.

Voor de parabolisch verlopende verdeelde belasting geldt in het aangegeven assenstelsel:

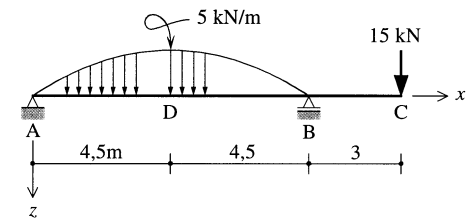
$$q(x) = -20\left(\frac{x}{\ell}\right)^2 + 20\left(\frac{x}{\ell}\right) \text{ kN/m}$$

Hierin is $\ell = 9 \text{ m}$ de lengte van AB.

Het eigen gewicht van de balk blijft buiten beschouwing.

Gevraagd:

- Vervang de verdeelde belasting over AB door zijn resultante en teken hierbij voor de gehele balk ABC de M - en V -lijn.
- Geef vervolgens een (globale) schets van de werkelijke M - en V -lijn voor AB. Vermeld in de M - en V -lijn behalve de vervormingstekens ook de plus- en mintekens in het aangegeven x - z -assenstelsel.
- Bepaal voor AB, door opeenvolgende integratie, de dwarskracht V en het buigend moment M als functie van x . Bereken de waarden van V en M in A en B en in het midden D van veld AB. Teken in D de raaklijn aan de M -lijn.
- Waar is in AB het veldmoment maximaal? Volstaan kan worden met het globaal aangeven van de plaats van dit maximum. Schat aan de hand van de getekende M -lijn de waarde van het maximum veldmoment. Deze waarde hoeft niet nauwkeurig berekend te worden.



13.11-1 t/m 3 *Gegeven:* Een vrij opgelegde ligger AB met lengte ℓ wordt op buiging belast door drie verschillende verdeelde belastingen met dezelfde topwaarde $\hat{q}$:

$$(1) \quad q(x) = \hat{q} \cdot \left(\frac{x^2}{\ell^2} - 2 \frac{x}{\ell} + 1 \right)$$

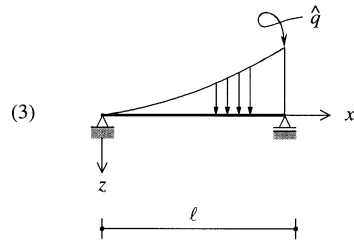
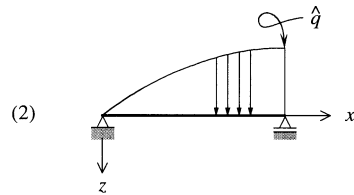
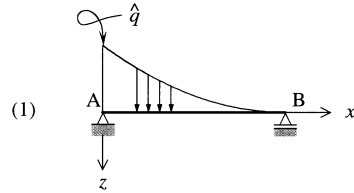
$$(2) \quad q(x) = \hat{q} \cdot \left(-\frac{x^2}{\ell^2} + 2 \frac{x}{\ell} \right)$$

$$(3) \quad q(x) = \frac{1}{2} \hat{q} \cdot \left(\frac{x^2}{\ell^2} + \frac{x}{\ell} \right)$$

Houd in de numerieke uitwerking aan $\ell = 4 \text{ m}$ en $\hat{q} = 48 \text{ kN/m}$.

Gevraagd:

- Bereken M en V als functie van x .
- Teken de M - en V -lijn met de *vervormingstekens*.
- Bereken de plaats en grootte van het maximum buigend moment.
- Bepaal de oplegreacties in A en B en teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken.

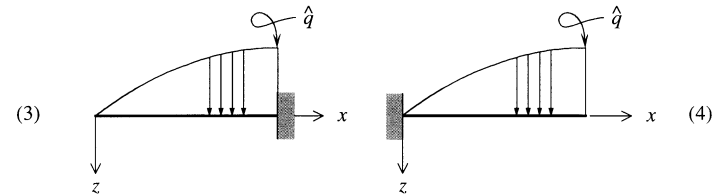
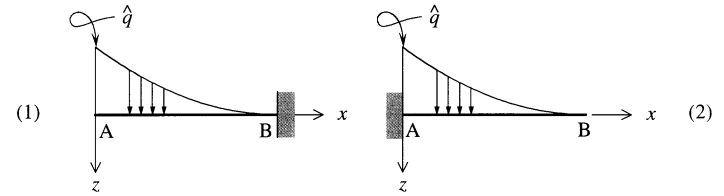


13.12-1 t/m 4 *Gegeven:* Twee ingeklemde liggers AB met lengte ℓ worden op buiging belast door twee verschillende verdeelde belastingen met dezelfde topwaarde $\hat{q}$:

$$(1) \text{ en } (2) \quad q(x) = \hat{q} \cdot \left(\frac{x^2}{\ell^2} - 2 \frac{x}{\ell} + 1 \right)$$

$$(3) \text{ en } (4) \quad q(x) = \hat{q} \cdot \left(-\frac{x^2}{\ell^2} + 2 \frac{x}{\ell} \right)$$

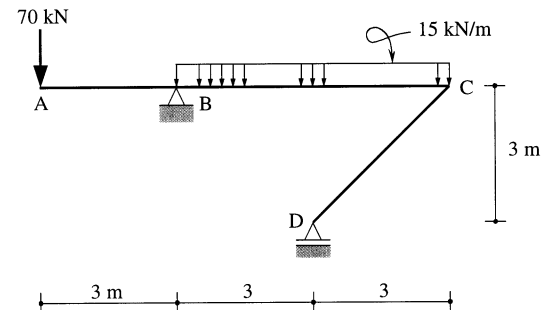
Houd in de numerieke uitwerking aan $\ell = 4 \text{ m}$ en $\hat{q} = 48 \text{ kN/m}$.



Gevraagd:

- Bereken M en V als functie van x .
- Teken de M - en V -lijn met de *vervormingstekens*.
- Bepaal de oplegreacties en teken ze zoals ze in werkelijkheid op de ligger werken.

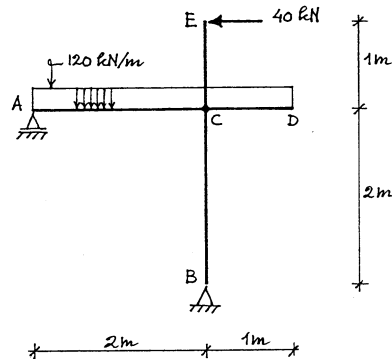
13.13 *Gegeven:* De geknikte staaf ABCD is opgelegd op een scharnier in A en een rol in D en draagt in veld BC een gelijkmatig verdeelde belasting en in A een puntlast.



Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties. Teken ze in de richtingen waarin zij werken.
- Teken voor de gehele constructie de M -, V - en N -lijn met de vervormingstekens. Teken in B en C ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Geef aan in welke doorsnede van BC het *veldmoment* extreem is. Bereken deze extreme waarde.

13.14 Gegeven: De constructie bestaat uit de staven ACD en BCE die in C stijf met elkaar zijn verbonden.



Gevraagd:

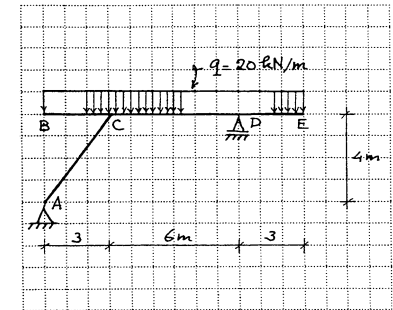
- Bereken de oplegreacties en teken ze zoals ze in werkelijkheid werken.
- Maak ACD vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ACD de M - en V -lijn. Teken in A, C en D ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken het maximum veldmoment in AC. In welke doorsnede treedt dit op?
- Teken de M - en V -lijn voor BCE.

13.15 Gegeven: De constructie bestaat uit de staven AC en BCDE die in C stijf met elkaar zijn verbonden.

Gevraagd:

- De oplegreacties in A en D.
- Teken voor de gehele constructie de M - en V -lijn. Teken in B t/m E ook de raaklijnen aan de M -lijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.

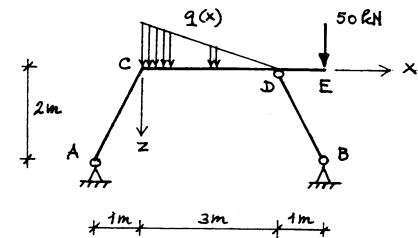
- Waar in veld CD is het buigend moment extreem. Bereken dit moment.
- Teken voor de gehele constructie de N -lijn.



13.16 Gegeven: De constructie wordt belast door een kracht van 50 kN in E en een lineair verlopende verdeelde belasting $q(x)$ in veld CD. In het aangegeven x - z -assenstelsel geldt $q(x) = (-10x + 30)$ kN/m als x in meter wordt uitgedrukt.

Gevraagd:

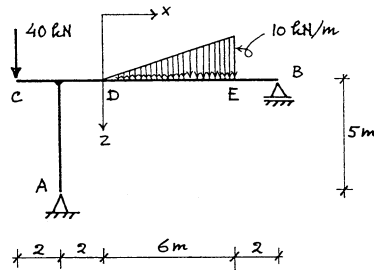
- Bereken en teken de oplegreacties in A en B.
- Maak staaf CDE vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Schrijf de dwarskracht in CD als functie van x . Controleer de functiewaarden in C en D.
- Schrijf het buigend moment in CD als functie van x . Controleer de functiewaarden in C en D.
- Teken voor CDE de V - en M -lijn met de vervormingstekens. Teken in C en D ook de raaklijnen aan de V - en M -lijn.
- Waar in veld CD is het buigend moment extreem en hoe groot is dit moment?



13.17 Gegeven: De constructie is opgelegd op een scharnier in A en een rol in B. In C werkt op het overstek een verticale kracht van 40 kN. Tussen D en E werkt een driehoeksbelasting met een topwaarde van 10 kN/m.

Gevraagd:

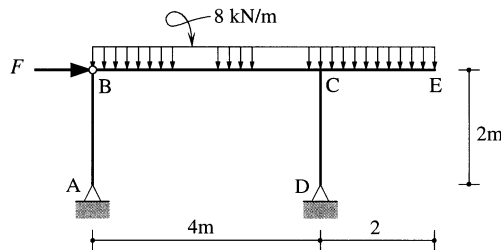
- Bereken en teken de oplegreacties.
- Teken voor de gehele constructie de M -, V - en N -lijn met de vervormingstekens. Teken in D en E ook de raaklijnen aan de M - en V -lijn.
- Bereken M en V in veld DE als functie van x . Werk daarbij in het aangegeven x - z -assenstelsel. Controleer de waarden (inbegrepen het teken) van M en V in zowel D als E.
- Bereken de plaats en grootte van het maximum buigend moment in veld DE.



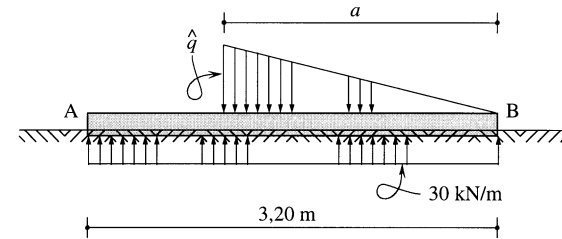
13.18 Gegeven: De constructie wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting van 8 kN/m en een horizontale kracht $F = 3$ kN in B. De verbinding in B is scharnierend, de verbinding in C is stijf.

Gevraagd:

- De oplegreacties in A en D.
- Teken voor de gehele constructie de M -, V - en N -lijn.
- Bereken de plaats en grootte van het maximum veldmoment in BC.
- Hoe groot moet F zijn opdat de normaalkracht in stijl AB nul is (bij een gelijk blijvende verdeelde belasting op BCE).



13.19 Gegeven: Op de grond ligt een tot balk AB geschematiseerde constructie waarvan het eigen gewicht mag worden verwaarloosd. Op de balk werkt aan de rechterzijde over een lengte a een lineair verloopende verdeelde belasting met topwaarde $\hat{q}$. Ten gevolge van deze belasting is de gronddruk aan de onderkant van de balk constant en bedraagt 30 kN/m.



Gevraagd:

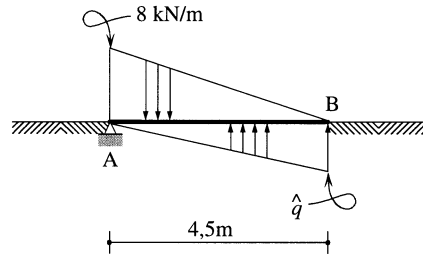
- Bereken uit het evenwicht van de balk de lengte a en de topwaarde $\hat{q}$.
- Teken de resulterende belasting (het belastingdiagram) op de balk.
- Geef voor de balk een goede schets van de V -lijn en de M -lijn (met hun raaklijnen).
- In welke doorsnede(n) is de dwarskracht extreem? Teken in deze doorsneden ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- In welke doorsnede is het buigend moment extreem? Bereken deze waarde.

13.20 Gegeven: Een gewichtloze stijve balk AB ligt in A op een scharnier en rust verder op de grond, die een lineair verloopende tegen-druk levert met topwaarde $\hat{q}$. De belasting op de balk bestaat uit een driehoeksbelasting met een topwaarde van 8 kN/m.

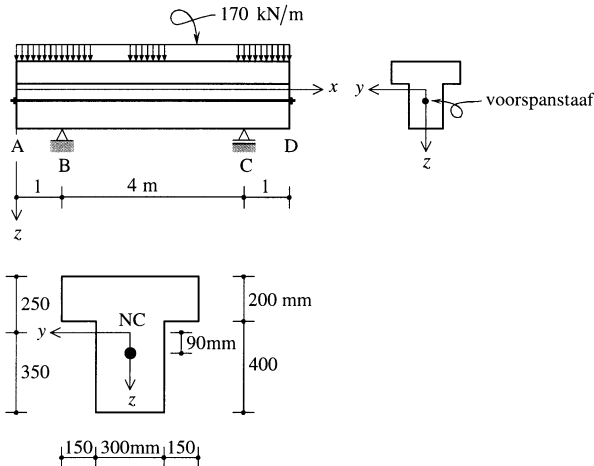
Gevraagd:

- Bereken uit het evenwicht van de balk de topwaarde $\hat{q}$ van de gronddruk.
- Teken de resulterende belasting (het belastingdiagram) op de balk.
- Geef voor de balk een goede schets van de V -lijn en de M -lijn (met hun raaklijnen).

- d. In welke doorsnede(n) is de dwarskracht extreem? Teken in deze doorsnede(n) de raakklijnen aan de M -lijn.
- e. In welke doorsnede is het buigend moment extreem? Bereken deze waarde.



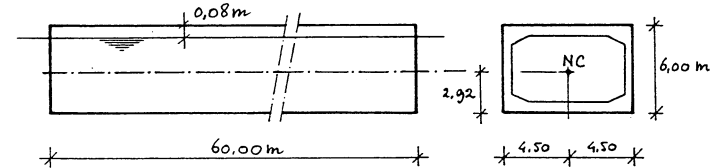
13.21 Gegeven: Een excentrisch voorgespannen T-balk met overstekken en een gelijkmatig verdeelde volbelasting. De rechte voorspanstaaf ligt 90 mm onder de balkas. De voorspankracht bedraagt 1200 kN.



Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De N -, V - en M -lijn, met de vervormingstekens. Teken in A t/m D ook de raakklijnen aan de M -lijn.
- In welke doorsnede(n) is het buigend moment extreem? Bereken deze extreme waarde(n).

13.22 Gegeven: Een tunnelmoot bevindt zich in drijvende toestand, klaar om te worden verslept naar de plaats van afzinken. De tunnelmoot, die mag worden opgevat als een star lichaam, steekt 0,08 m boven het water uit. Het eigen gewicht van de tunnel bedraagt 525 kN/m. Het gewicht van elk van de twee tijdelijke kopschotten bedraagt 234 kN. Het volumegewicht van water is 10 kN/m^3 . De afmetingen van de tunnelmoot zijn af te lezen uit de figuur. In de figuur is ook de plaats van het normaalkrachtencentrum NC in de tunneldoorsnede aangegeven.



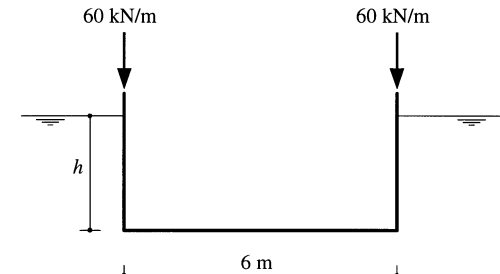
Gevraagd:

- Hoe groot is de waterdruk op de onderkant van de tunnel.
- Teken het verloop van de waterdruk op een kopschot en bereken de grootte en plaats van de resultante.
- Schematiseer de tunnel tot een lijnelement en teken alle (al dan niet verdeelde) krachten (en/of koppels) die er op werken.
- Teken voor de tunnelmoot als lijnelement de M -, V - en N -lijn, met de vervormingstekens. Hoe groot is het maximum buigend moment?

13.23 Gegeven: Een gewichtloze bak van grote lengte is op de boorden belast met een verdeelde belasting van 60 kN/m .

Gevraagd:

- De diepgang h van de bak.
- Het verloop van de waterdruk op wanden en bodem van de bak.

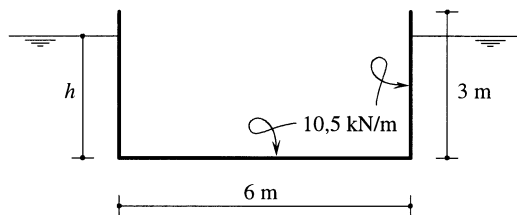


- Schets de M -, V - en N -lijn voor een 1 m brede strook uit de wand.
- Maak de bodem van de bak vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Schets de M -, V - en N -lijn voor een 1 m brede strook uit de bodem.

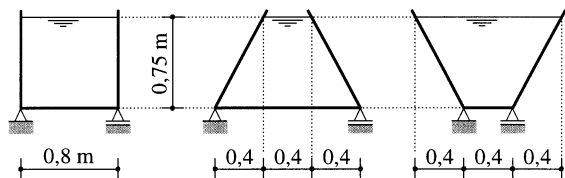
13.24 Uit de lengterichting van een lange bak is een strook van 1 m vrijgemaakt en geschematiseerd tot een geknikt lijnelement. Het eigen gewicht van het lijnelement (wanden en bodem) bedraagt $10,5 \text{ kN/m}$.

Gevraagd:

- De diepgang h van de bak.
- Het verloop van de waterdruk op de wanden en bodem.
- Schets de M -, V - en N -lijn voor de 1 m brede strook uit de wand.
- Maak de bodem van de bak vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Schets de M -, V - en N -lijn voor de 1 m brede strook uit de bodem.



13.25-1 t/m 3 *Gegeven:* Uit een lange met water gevulde goot is een strook met een lengte van 1 m vrijgemaakt en geschematiseerd tot lijnelement. Er zijn drie verschillende gootvormen.



(1)

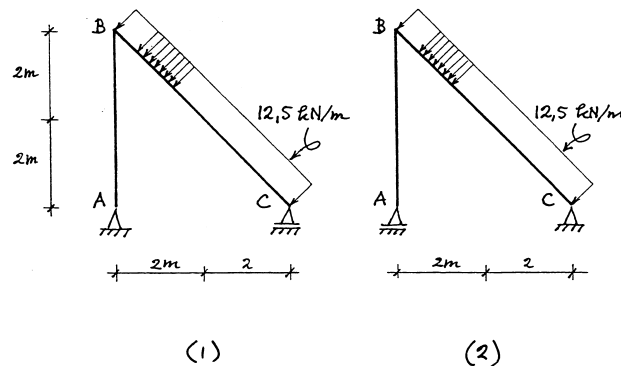
(2)

(3)

Gevraagd:

- De oplegreacties.
- Teken het verloop van de waterdruk op wanden en bodem.
- Maak de bodem vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor de bodem de M -, V - en N -lijn.
- Bereken het extreme veldmoment in de bodem.

13.26-1/2 *Gegeven:* De twee constructies verschillen slechts in de wijze van opleggen.



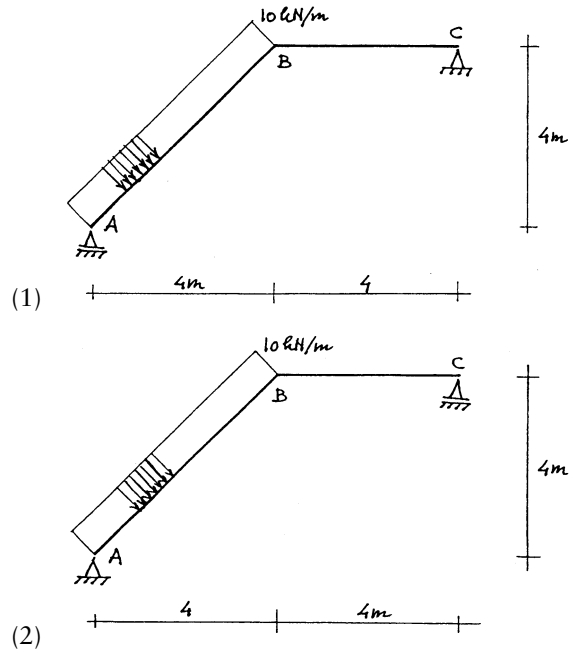
(1)

(2)

Gevraagd: Teken voor de gehele constructie de M -, V - en N -lijn. Teken in B en C ook de raaklijnen aan de M -lijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.

13.27-1/2 *Gegeven:* De twee constructies verschillen slechts in de wijze van opleggen.

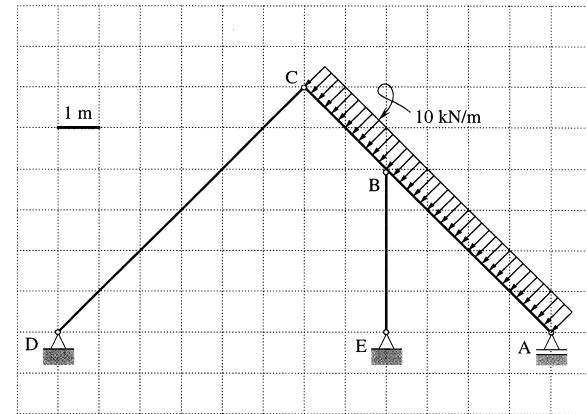
Gevraagd: Teken voor de gehele constructie de M -, V - en N -lijn. Teken in A en B ook de raaklijnen aan de M -lijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.



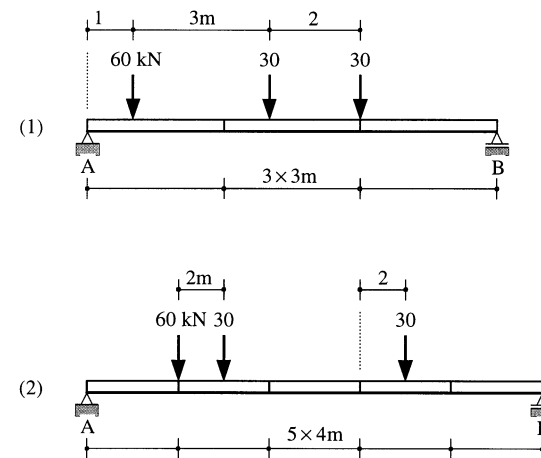
13.28 *Gegeven:* De constructie is opgebouwd uit de staven ABC, BE en CD die scharnierend met elkaar zijn verbonden. Loodrecht op ABC werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van 10 kN/m .

Gevraagd:

- Bereken en de oplegreacties in A, D en E. Teken ze zoals ze op de constructie werken.
- Maak ABC vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Bereken en teken voor ABC de M - en V -lijn, met de vervormingstekens. Teken in A, B en C ook de raaklijnen aan de M -lijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.



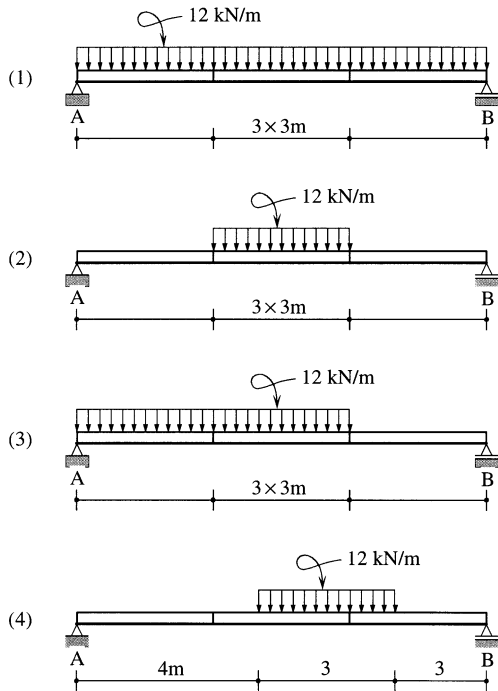
13.29-1/2 *Gegeven:* Twee verschillende liggers AB worden indirect belast door een stel puntlasten.



Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De M - en V -lijn voor de indirecte belaste (hoofd)ligger.
- De M - en V -lijn voor de directe belaste (langs)liggers.
- Verklaar een eventueel verschil in grootte tussen de oplegreacties in A en B en de dwarskracht in de hoofdligger.

13.30-1 t/m 4 *Gegeven:* Op dezelfde indirect belaste ligger AB werken vier verschillende verdeelde belastingen.

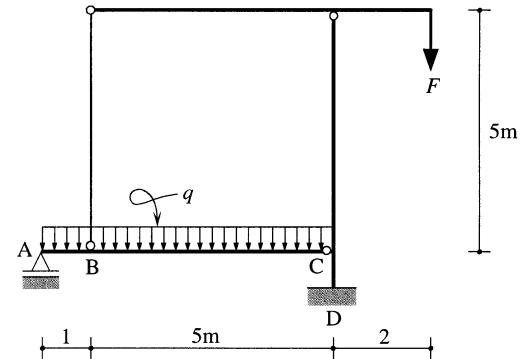


Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De M - en V -lijn voor de indirecte belaste (hoofd)ligger.
- De M - en V -lijn voor de directe belaste (langs)liggers.
- Verklaar een eventueel verschil in grootte tussen de oplegreacties in A en B en de dwarskracht in de hoofdligger.

Samengestelde en daarmee verwante constructies (paragraaf 13.2)

13.31 *Gegeven:* Het mechanicaschema van een (gewichtloze) ophaalbrug. Op het brugdek ABC werkt een gelijkmatig verdeelde volbelasting q . Het gewicht van de balans is F . Houdt in de berekening aan: $q = 12 \text{ kN/m}$ en $F = 90 \text{ kN}$.

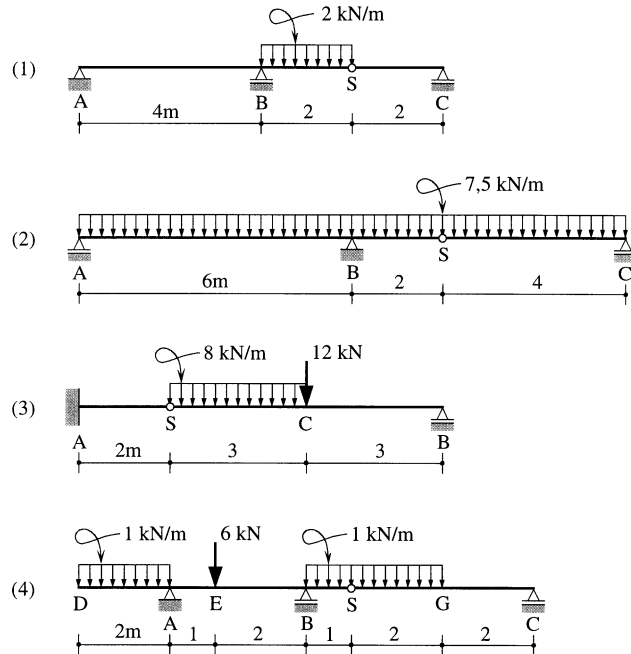


Gevraagd:

- Maak ABC vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ABC de M - en V -lijn. Teken in A, B en C ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Hoe groot zijn de oplegreacties in D?
- Hoe groot moet F zijn opdat bij gelijkblijvende belasting op ABC de oplegreactie in A nul is?

13.32 Als opgave 13.31, maar houdt nu in de berekening aan:
 $q = 12 \text{ kN/m}$ en $F = 60 \text{ kN}$.

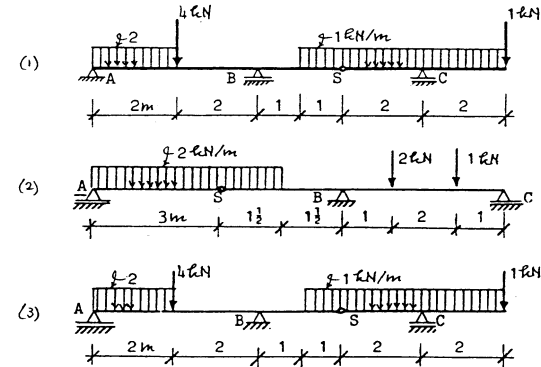
13.33-1 t/m 4 Gegeven: Enkele scharnierliggers.



Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De V -lijn.
- De M -lijn, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De plaats en grootte van de extreme momenten.

13.34-1 t/m 5 Gegeven: Enkele scharnierliggers.



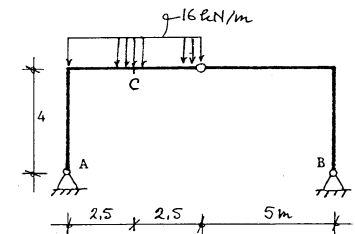
Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De V -lijn.
- De M -lijn, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De plaats en grootte van de extreme momenten.

13.35 Gegeven: Een driescharnierenspanst met op de linkerhelft van de regel een gelijkmatig verdeelde belasting van 16 kN/m .

Gevraagd:

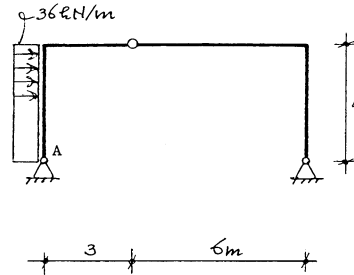
- De oplegreacties.
- De M -lijn voor de gehele constructie, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De V -lijn voor de gehele constructie.
- De plaats en grootte van het grootste veldmoment in de regel.
- De N -lijn voor de gehele constructie.



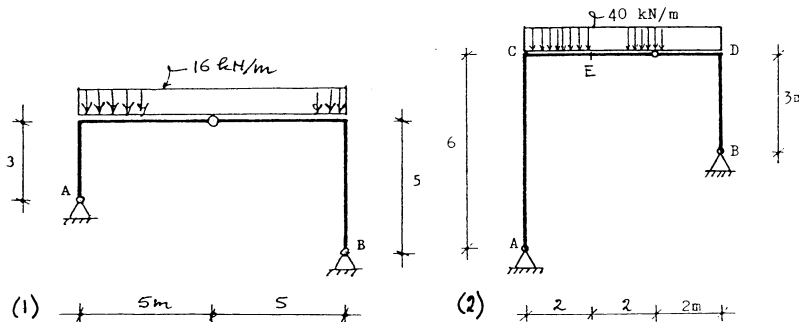
13.36 Gegeven: Op de linker stijl van een driescharnierenspant werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van 36 kN/m .

Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De M -lijn voor de gehele constructie, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De V -lijn voor de gehele constructie.
- De plaats en grootte van het grootste veldmoment in de linker stijl.
- De N -lijn voor de gehele constructie.



13.37-1/2 Gegeven: Twee driescharnierenspanten met ongelijke stijl lengten en een gelijkmatig verdeelde volbelasting op de regel.



Gevraagd:

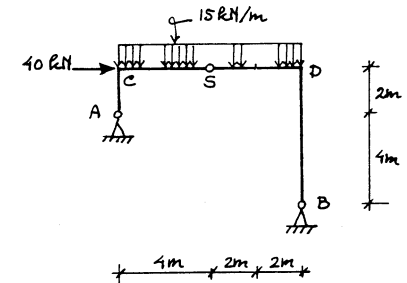
- De oplegreacties.
- De M -lijn voor de gehele constructie, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De V -lijn voor de gehele constructie.

- De plaats en grootte van het grootste veldmoment in de regel.
- De N -lijn voor de gehele constructie.

13.38 Gegeven: Van een driescharnierenspant met ongelijke stijlen wordt de regel belast door een gelijkmatig verdeelde verticale belasting en een horizontale kracht.

Gevraagd:

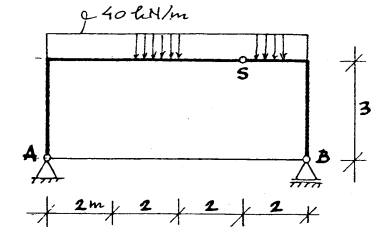
- De oplegreacties.
- De M -lijn voor de gehele constructie, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De V -lijn voor de gehele constructie.
- De plaats en grootte van het grootste veldmoment in de regel.
- De N -lijn voor de gehele constructie.



13.39 Gegeven: Een driescharnierenspant met trekstang draagt een gelijkmatig verdeelde belasting van 40 kN/m .

Gevraagd:

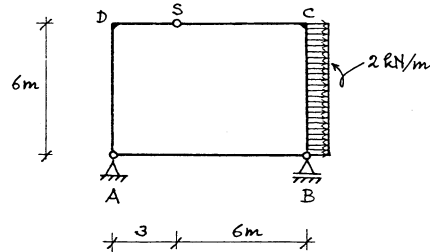
- De oplegreacties.
- De kracht in de trekstang.
- De M -lijn voor de gehele constructie, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De V -lijn voor de gehele constructie.
- De plaats en grootte van het grootste veldmoment in de regel.
- De N -lijn voor de gehele constructie.



13.40 Gegeven: Op de rechter stijl van een driescharnierenspannt met trekstang werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van 2 kN/m .

Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in de trekstang.
- De M -lijn voor de gehele constructie, met in een aantal punten de raaklijnen.
- De V -lijn voor de gehele constructie.
- De plaats en grootte van het grootste veldmoment in de belaste stijl.
- De N -lijn voor de gehele constructie.

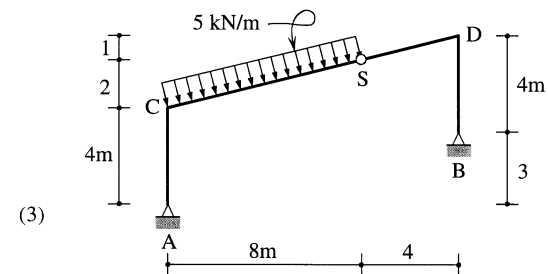
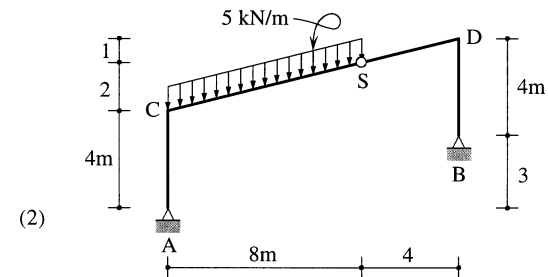
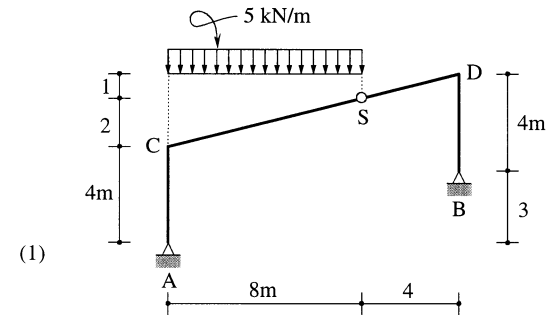


13.41 Als opgave 13.40, maar nu werkt de verdeelde belasting op de linker stijl.

13.42-1 t/m 3 Gegeven: Hetzelfde driescharnierenspannt wordt op drie verschillende manieren belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op CS.

Gevraagd:

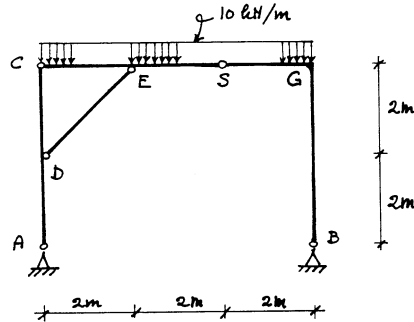
- Bereken de oplegreacties.
- Teken voor het gehele spant de M -lijn, met de raaklijnen in C en S.
- Teken voor het gehele spant de V -lijn.
- Teken voor het gehele spant de N -lijn.
- Bereken de plaats en grootte van het maximum veldmoment in CS.



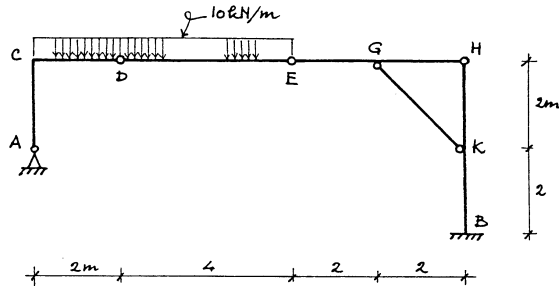
13.43 Gegeven: Een geschoord driescharnierspant met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 10 kN/m op de regel.

Gevraagd:

- De oplegreacties.
- De kracht in schoorstaaf DE, met het goede teken.
- Maak de constructiedelen ADC, CES en SGB vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor de gehele constructie de N -lijn.
- Teken voor de gehele constructie de V -lijn.
- Teken voor de gehele constructie de M -lijn, met de raaklijnen in C, E en G.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in CESG.



13.44 Gegeven: De constructie is scharnierend opgelegd in A en ingeklemd in B. GK is een schoorstaaf met scharnierende verbindingen in G en K. De constructie heeft verder in D, E en H scharnierende verbindingen. Op CDE werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van 10 kN/m .

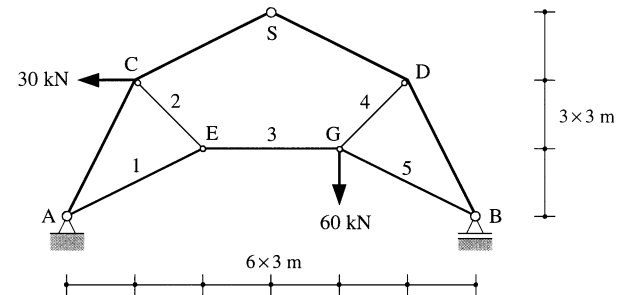


Gevraagd:

- Teken voor ACDEGH de M -lijn, met de raaklijnen in C, D en E.
- Teken voor ACDEGH de V -lijn.

- Bereken oplegreacties.
- Bereken de kracht in schoorstaaf GK, met het goede teken.
- Teken voor HKB de M - en V -lijn.
- Teken voor de gehele constructie de N -lijn.

13.45 Gegeven: De constructie bestaat uit de geknikte staven ACS en BDS en de rechte staven 1 t/m 5, alle scharnierend met elkaar verbonden. De constructie is opgelegd op een scharnier in A en een rol in B. De belasting bestaat uit een horizontale kracht van 30 kN in C en een verticale kracht van 60 kN in G.



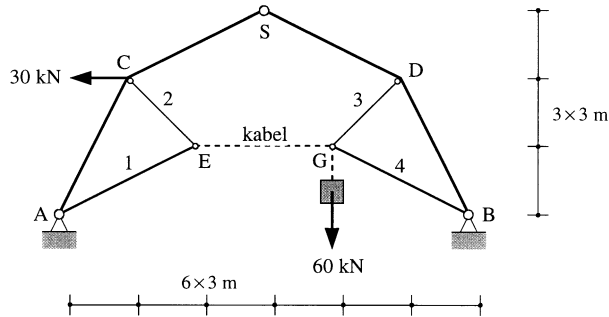
Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties in A en B.
- Bepaal de krachten in de staven 1 t/m 5 (met het goede teken). Teken de krachtenveelhoeken voor de knooppunten E en G.
- Maak deel ACS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ACS de M - en V -lijn.
- Teken voor ACS de N -lijn.
- Maak deel BDS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor BDS de M - en V -lijn.
- Teken voor BDS de N -lijn.

13.46 Als opgave 13.45, maar nu zonder de horizontale kracht in C.

13.47 Als opgave 13.45, maar nu zonder de verticale kracht in G.

13.48 *Gegeven:* De constructie bestaat uit de geknikte staven ACS en BDS en de rechte staven 1 t/m 4, alle scharnierend met elkaar verbonden. De constructie is scharnierend opgelegd in A en B. In E is een kabel bevestigd die in G over een wrijvingsloze katrol loopt. Aan de kabel hangt een gewicht van 60 kN. Verder werkt er in C een horizontale kracht van 30 kN.



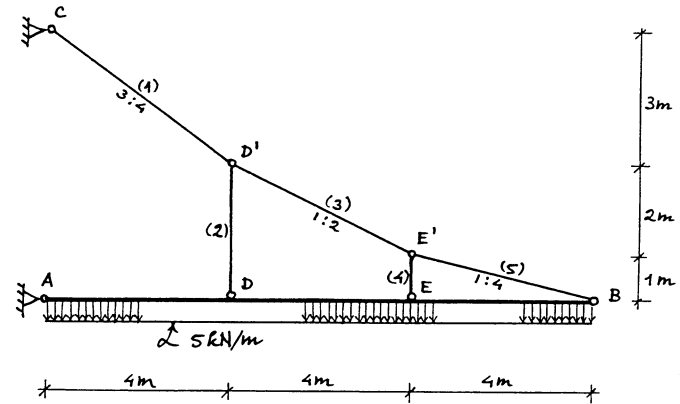
Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties in A en B.
- Bepaal de krachten in de staven 1 t/m 4 (met het goede teken). Teken de krachtenveelhoeken voor de knooppunten E en G.
- Maak deel ACS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ACS de M - en V -lijn.
- Teken voor ACS de N -lijn.
- Maak deel BDS vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor BDS de M - en V -lijn.
- Teken voor BDS de N -lijn.

13.49 Als opgave 13.48, maar nu zonder de horizontale kracht in C.

13.50 Als opgave 13.48, maar nu zonder de verticale kracht in G.

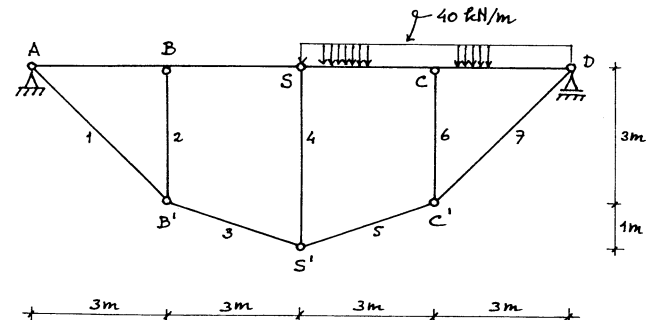
13.51 *Gegeven:* De uitkragende ligger AB, met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 5 kN/m, is opgehangen aan een kabelconstructie.



Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.
- Bereken de krachten in de kabels 1 t/m 5.
- Maak ligger AB vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken de M -, V - en N -lijn voor AB. Teken in A, D, E en B ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de grootte en plaats van de extreme momenten in AB.

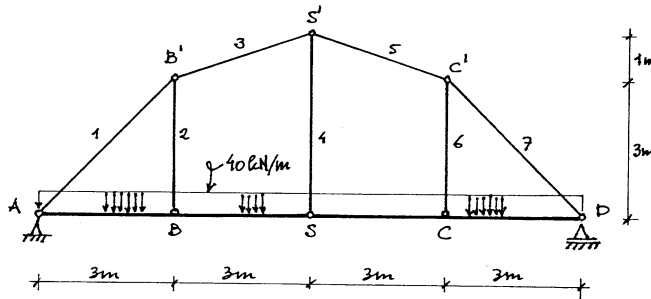
13.52 *Gegeven:* De versterkte ligger ASD draagt over SD een gelijkmatig verdeelde belasting van 40 kN/m.



Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.
- Bereken de krachten in de staven 1 t/m 7.
- Maak ligger ASD vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken de M -, V - en N -lijn voor ASD. Teken in A, B, S, C en D ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ASD.

13.53 *Gegeven:* De versterkte ligger ASD draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 40 kN/m .



Gevraagd:

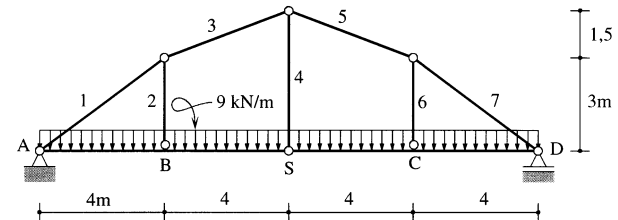
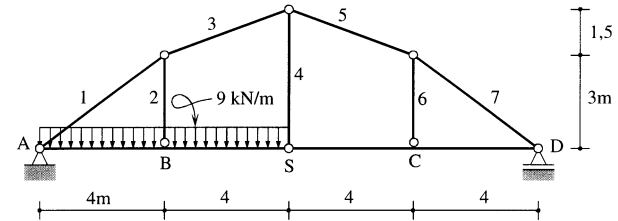
- Bereken de oplegreacties.
- Bereken de krachten in de staven 1 t/m 7.
- Maak ligger ASD vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken de M -, V - en N -lijn voor ASD. Teken in A, B, S, C en D ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ASD.

13.54-1/2 *Gegeven:* Dezelfde versterkte ligger ASD wordt op twee verschillende manieren belast.

Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.

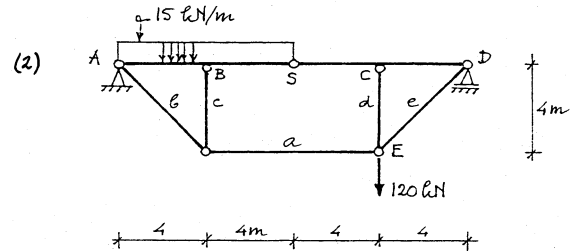
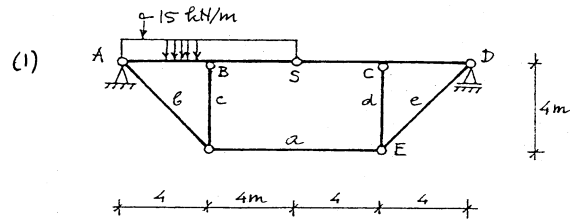
- Bereken de krachten in de staven 1 t/m 7.
- Maak ligger ASD vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken de M -, V - en N -lijn voor ASD. Teken ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ASD.



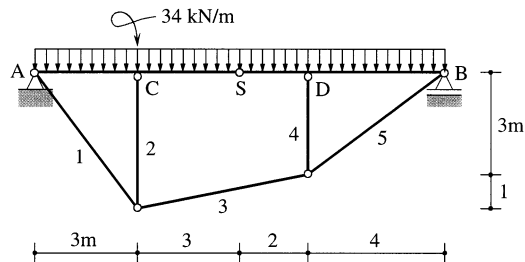
13.55-1/2 *Gegeven:* Dezelfde versterkte ligger ASD wordt op twee verschillende manieren belast.

Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.
- Bereken de krachten in de staven a t/m e.
- Maak ligger ASD vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken de M -, V - en N -lijn voor ASD. Teken in A, B en S ook de raaklijnen aan de M -lijn.



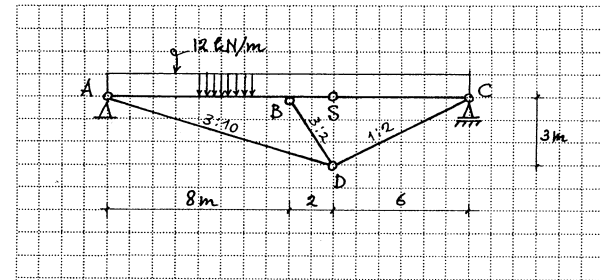
13.56 Gegeven: De versterkte ligger draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 34 kN/m.



Gevraagd:

- Bereken de krachten in de staven 1 t/m 5, met het goede teken.
- Maak ligger ASB vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ASB de N -lijn.
- Teken voor ASB de V -lijn.
- Teken voor ASB de M -lijn met de raaklijnen in A, C, D en B.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ligger ASB.

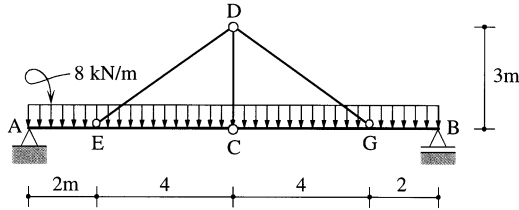
13.57 Gegeven: De versterkte ligger ASC draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 12 kN/m.



Gevraagd:

- Bereken de krachten in de staven AD, BD en CD. Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt D. Kies als krachtschaal: 1 cm $\equiv$ 40 kN.
- Maak ligger ASC vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ASC de N -lijn.
- Teken voor ASC de V -lijn.
- Teken voor ASC de M -lijn, met de raaklijnen in A, B en C.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ligger ASC.

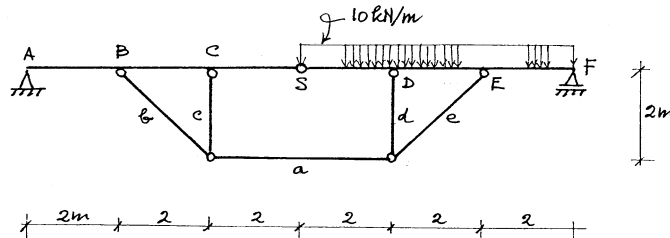
13.58 *Gegeven:* De versterkte ligger ACB draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 8 kN/m .



Gevraagd:

- Bereken de krachten in de staven DC, DE en DG.
- Maak ligger ACB vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ACB de N -lijn.
- Teken voor ACB de V -lijn.
- Teken voor ACB de M -lijn, met de raaklijnen in A, E en C.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ligger ACB.

13.59 *Gegeven:* De versterkte ligger ASF draagt over SF een gelijkmatig verdeelde belasting van 10 kN/m .



Gevraagd:

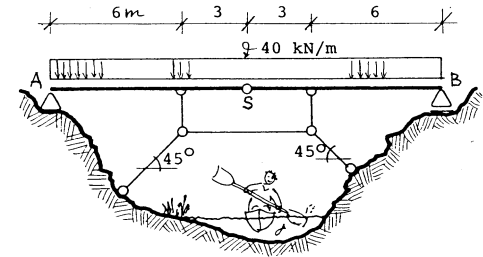
- Maak ligger ASF vrij en teken alle krachten die er op werken.
- Teken voor ASF de N -lijn.
- Teken voor ASF de V -lijn.
- Teken voor ASF de M -lijn met de raaklijnen in S, D, E en F.

- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ligger ASF.

13.60 *Gegeven:* Een springwerk met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 40 kN/m .

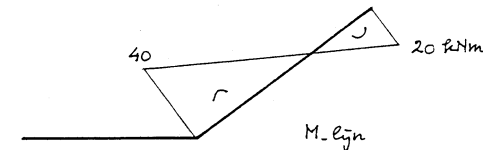
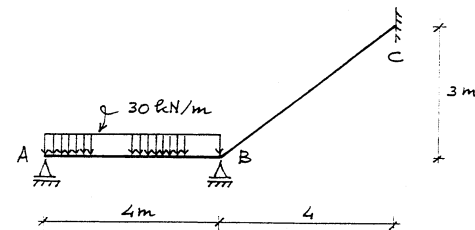
Gevraagd:

- De M - en V -lijn voor ligger ASB. Teken ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de plaats en grootte van de extreme momenten in ligger ASB.



Statisch onbepaalde constructies (paragraaf 13.3)

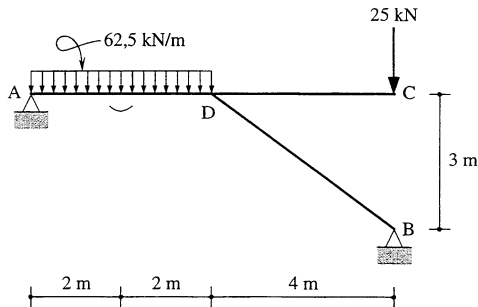
13.61 *Gegeven:* Van de constructie is de M -lijn voor BC bekend.



Gevraagd:

- Hoeveelvoudig statisch onbepaald is deze constructie? Motiveer uw antwoord.
- Teken de M -lijn voor AB, met de raaklijnen in A en B.
- Teken voor de gehele constructie de V -lijn.
- Hoe groot is het maximum veldmoment in AB en waar treedt dat op?
- Teken voor de gehele constructie de N -lijn.
- Bereken de oplegreacties in A, B en C. Teken ze zoals ze op de constructie werken.

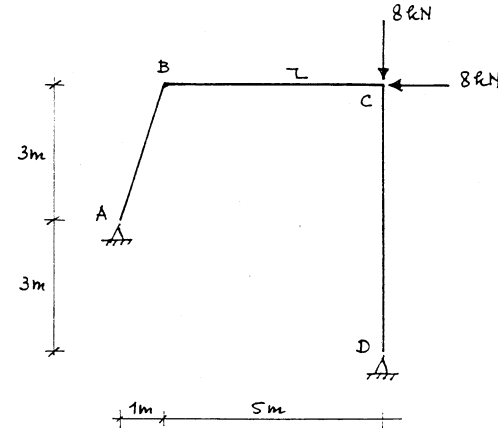
13.62 Gegeven: De constructie is scharnierend opgelegd in A en B. In knooppunt D zijn alle staven stijf met elkaar verbonden. Bij de aangegeven belasting bedraagt het buigend moment in het midden van veld AD 25 kNm. Het bijbehorende vervormingsteken is in de figuur getekend.



Gevraagd:

- Hoeveelvoudig statisch onbepaald is deze constructie? Motiveer uw antwoord.
- Bereken de oplegreacties en teken ze zoals ze op de constructie werken.
- Bereken en teken voor de gehele constructie de M - en V -lijn. Teken in A en D en ook in het midden van veld AD de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken en teken voor de gehele constructie de N -lijn.

13.63 Gegeven: Een tweescharnierenspanst wordt in C belast door de getekende krachten van 8 kN. Bij deze belasting bedraagt de dwarskracht in regel BC 6 kN. Het bijbehorende vervormingsteken is in de figuur aangegeven.



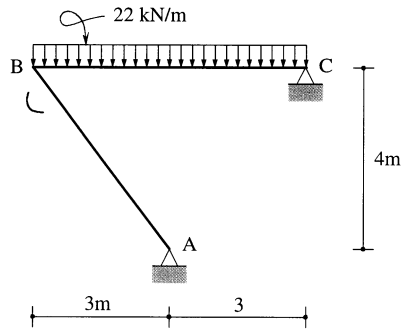
Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties. Teken ze zoals ze in werkelijkheid werken.
- Teken voor de gehele constructie de momentenlijn.
- Teken voor de gehele constructie de dwarskrachtenlijn.
- Teken voor de gehele constructie de normaalkrachtenlijn.

13.64 Gegeven: De constructie is scharnierend opgelegd in A en C. De verbinding in B is volkomen stijf. Bij de aangegeven belasting bedraagt het buigend moment in staaf BA, direct onder knooppunt B, 60 kNm. Het vervormingsteken is in de figuur aangegeven.

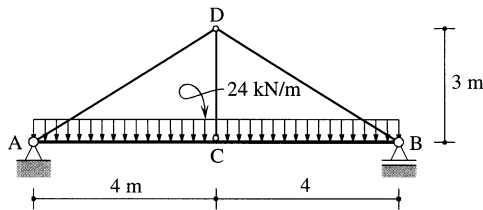
Gevraagd:

- Hoeveelvoudig statisch onbepaald is deze constructie? Motiveer het antwoord.



- Bereken de oplegreacties en teken ze zoals ze op de constructie werken.
- Bereken en teken voor de gehele constructie de M - en V -lijn. Teken in B en C de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken en teken voor de gehele constructie de N -lijn.

13.65 Gegeven: In de versterkte ligger ACB is bij de aangegeven belasting het buigend moment in C nul.



Gevraagd:

- Bepaal van deze constructie de graad van statisch onbepaaldheid.
- Teken voor ACB de M - en V -lijn. Teken in A, B en C de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de normaalkrachten in de staven AD, BD en CD.
- Teken voor ACB de N -lijn.

13.66 Gegeven: In de versterkte ligger ACB uit opgave 13.65 bedraagt het buigend moment in C 36 kNm.

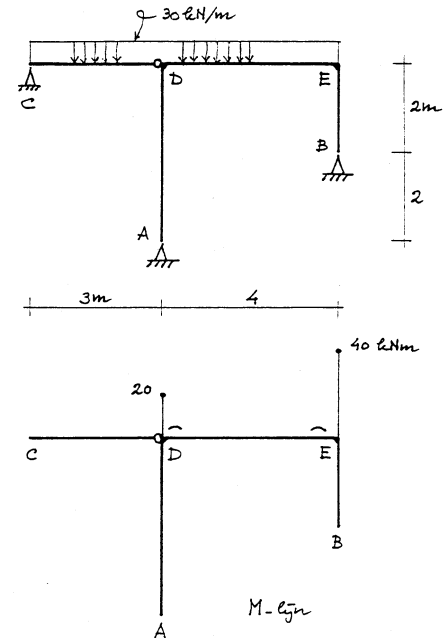
Gevraagd:

- Teken voor ACB de M - en V -lijn (er zijn twee mogelijkheden). Teken in A, B en C de raaklijnen aan de M -lijn.
- Bereken de normaalkrachten in de staven AD, BD en CD.
- Teken voor ACB de N -lijn.

13.67 Gegeven: De constructie bestaat uit een tweescharnierenspannt ADEB dat horizontaal wordt gesteund door staaf CD. De verbinding tussen staaf CD en spannt ADEB is scharnierend. Bij de aangegeven gelijkmatig verdeelde belasting van 30 kN/m op CDE zijn voor DE de buigende momenten met vervormingsteken in D en E gegeven.

Gevraagd:

- Teken voor de gehele constructie de M -lijn. Teken in D en E ook de raaklijnen aan de M -lijn.
- Teken voor de gehele constructie de V -lijn.
- Teken voor de gehele constructie de N -lijn.
- Teken alle oplegreacties in de richtingen waarin zij werken.

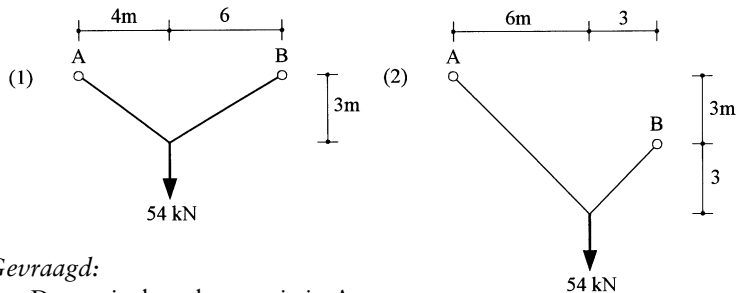


14 Kabel, krachtlijn en constructievorm

Tenzij anders is aangegeven wordt in de vraagstukken het eigen gewicht van de kabel verwaarloosd.

Kabels – gemengde opgaven (paragraaf 14.1)

14.1-1/2 Gegeven: Twee verschillende kabels, opgehangen in de vaste punten A en B, worden belast door een enkele kracht.



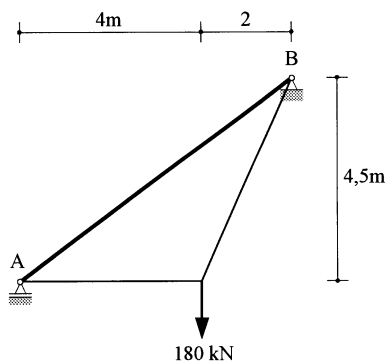
Gevraagd:

- De verticale oplegreactie in A.
- De horizontale oplegreactie in B.
- De maximum kabelkracht.

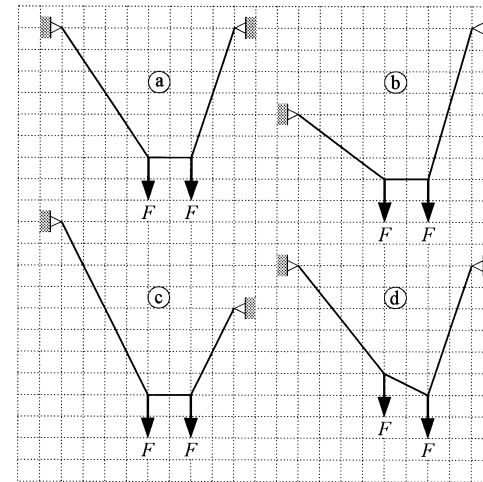
14.2 Gegeven: Een kabel met drukstang, belast door een kracht van 180 kN.

Gevraagd:

- De verticale component van de kracht in de drukstang.
- De horizontale component van de kracht in de drukstang.

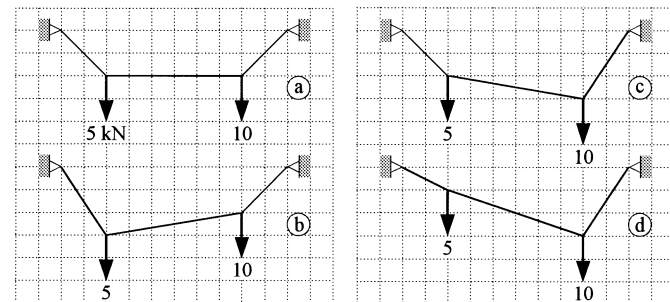


14.3 Gegeven: Een kabel wordt belast door twee even grote krachten F .



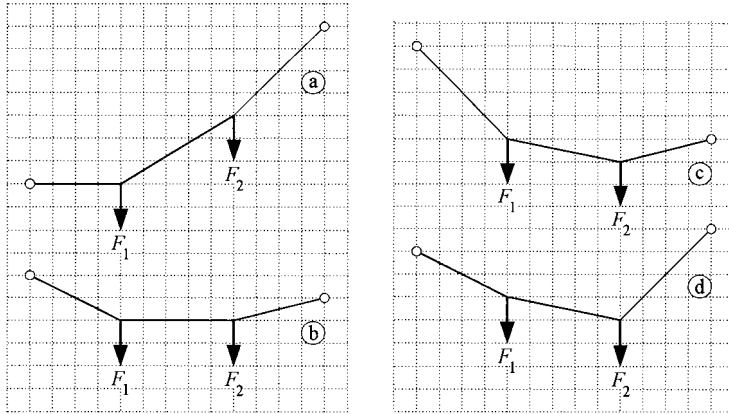
Gevraagd: Welke kabelvorm past bij deze belasting?

14.4 Gegeven: Aan een kabel hangen twee gewichten van resp. 5 en 10 kN.



Gevraagd: Welke kabelvorm past bij deze belasting?

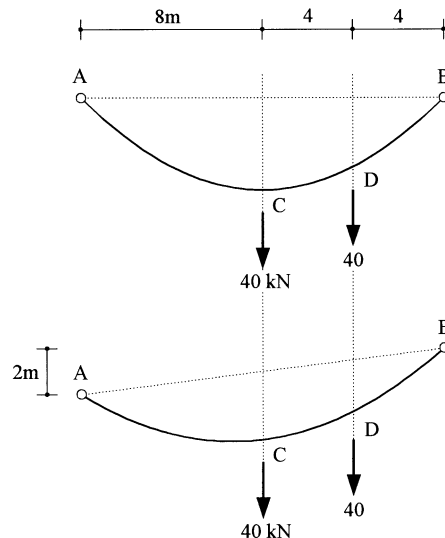
14.5 Gegeven: Op een kabel, opgehangen tussen twee vaste punten, werken de krachten F_1 en F_2 , met $F_1 > F_2$.



Gevraagd: Welke kabelvorm past niet bij deze belasting?

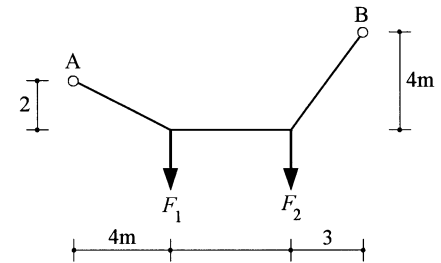
14.6 Gegeven: Een kabel tussen de vaste punten A en B wordt in C en D belast door twee krachten van 40 kN. De horizontale maten zijn die in de eindtoestand.

Gevraagd: Hoe verhouden zich de verticale afstanden van de punten C en D op de kabel tot koorde AB?



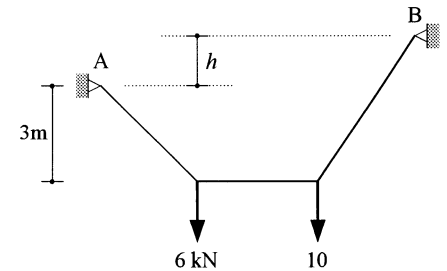
14.7 Gegeven: De getekende kabel wordt door de krachten F_1 en F_2 zodanig belast dat het middelste deel horizontaal staat.

Gevraagd: De verhouding F_1/F_2 .



14.9 Gegeven: Een kabel wordt belast door twee krachten van resp. 6 en 10 kN. Tussen deze krachten hangt de kabel horizontaal.

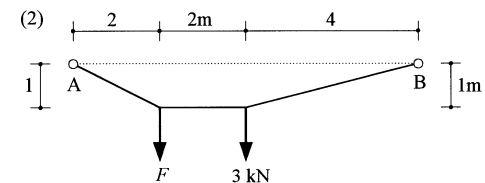
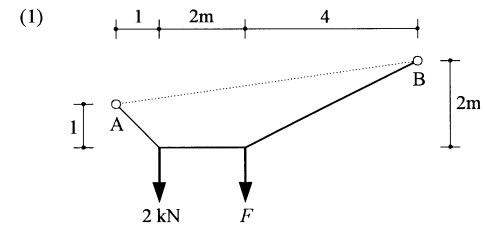
Gevraagd: Het hoogteverschil h tussen de ophangpunten A en B.



14.10-1/2 Gegeven: Twee kabels, opgehangen in de vaste punten A en B, worden belast door twee krachten. Van de kracht F is de grootte onbekend.

Gevraagd:

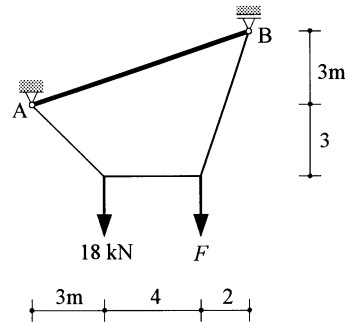
- De verticale oplegreactie in A.
- De horizontale component van de kabelkracht.
- De grootte van F .
- De maximum kabelkracht.



14.11 Gegeven: Een kabel met drukstang. De kabel wordt belast door een kracht van 18 kN en een nog onbekende kracht F , en neemt daarbij de getekende vorm aan.

Gevraagd:

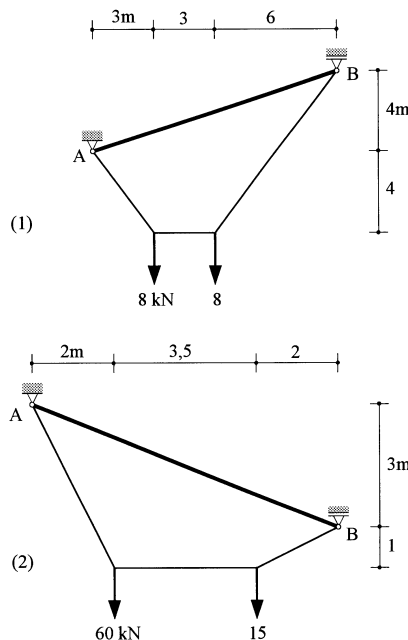
- De horizontale component van de kabelkracht.
- De normaalkracht in drukstang AB.
- De grootte van F .



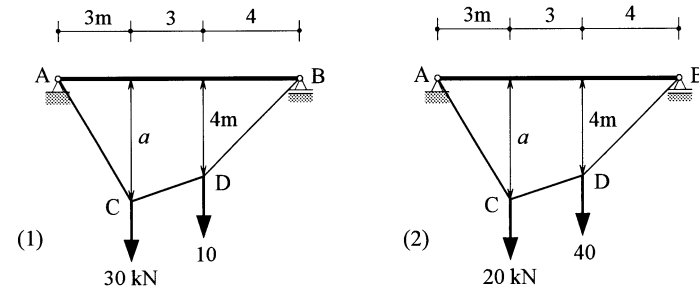
14.12-1/2 Gegeven: Twee kabels met drukstang worden zodanig belast dat het middelste deel van de kabel horizontaal staat.

Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De verticale component van de kracht in stang AB.
- De maximum kabelkracht.



14.13-1/2 Gegeven: Twee verschillende kabels met drukstang AB worden in C en D belast door krachten.



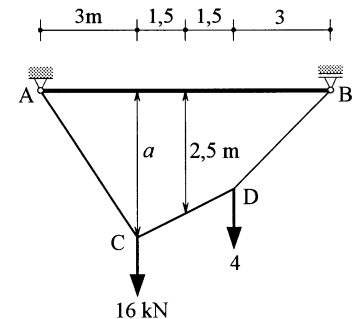
Gevraagd:

- De kracht in drukstang AB.
- De afstand a van aangrijppingspunt C tot stang AB.
- De maximum kabelkracht.

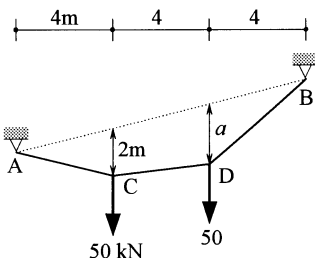
14.14 Gegeven: Een kabel met drukstang wordt in C en D belast door twee krachten van resp. 16 en 4 kN. In het midden van de kabel bedraagt de afstand tussen kabel en drukstang AB 2,5 meter.

Gevraagd:

- De kracht in de drukstang.
- De afstand a van aangrijppingspunt C tot stang AB.
- De maximum kabelkracht.



14.15 Gegeven: Een kabel opgehangen tussen A en B wordt in C en D belast door twee even grote krachten van 50 kN. De afstand van aangrijpingspunt C tot koorde AB bedraagt 2 meter.



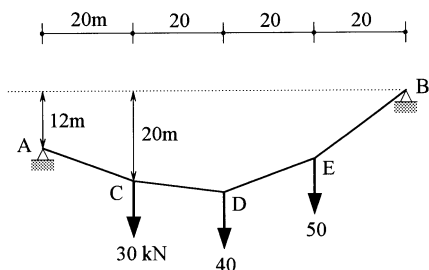
Gevraagd:

- De horizontale component van de kabelkracht.
- De afstand a van aangrijpingspunt D tot koorde AB.

14.16 Gegeven: De getekende kabel wordt in C, D en E belast door krachten van resp. 30, 40 en 50 kN. Het hoogteverschil tussen de ophangpunten A en B bedraagt 12 meter. De afstand van aangrijpingspunt C tot de horizontaal door B bedraagt 20 meter.

Gevraagd:

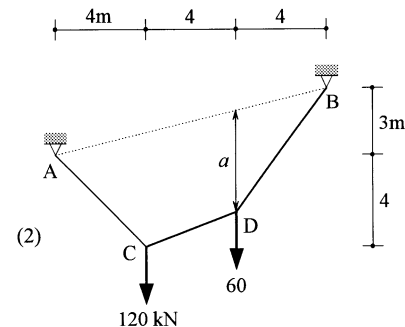
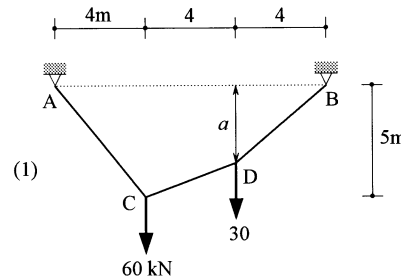
- De afstand van aangrijpingspunt D tot de horizontaal door B.
- De afstand van aangrijpingspunt E tot de horizontaal door B.
- De oplegreacties in A.
- De oplegreacties in B.



14.17-1/2 Gegeven: Twee kabels zijn opgehangen tussen de punten A en B en worden in C en D belast door krachten. De horizontale maten zijn in beide gevallen gelijk.

Gevraagd:

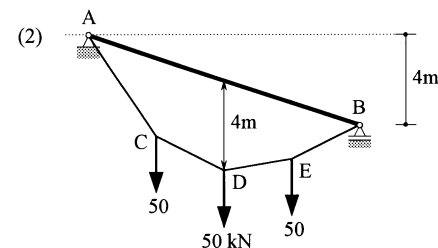
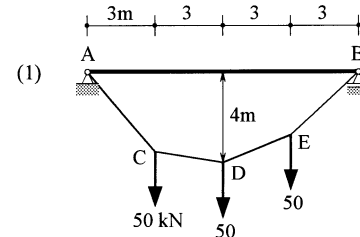
- De horizontale component van de kabelkracht.
- De afstand a van aangrijpingspunt D tot koorde AB.
- De maximum kabelkracht.



14.18-1/2 Gegeven: Twee kabels met drukstang, op de aangegeven manier belast door drie krachten van 50 kN.

Gevraagd:

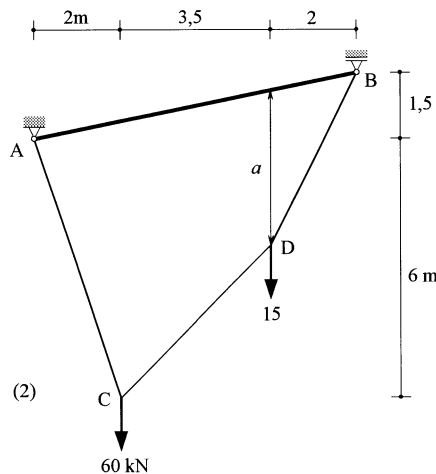
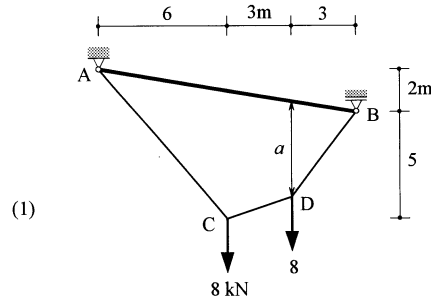
- De kracht in de drukstang.
- Teken de kabelvorm op schaal.
- De minimum kabelkracht.
- De maximum kabelkracht.



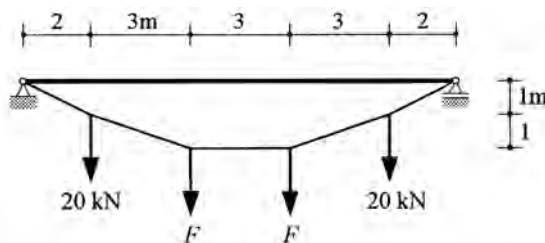
14.19-1/2 Gegeven: Twee kabels met drukstang AB worden in C en D door belast door krachten.

Gevraagd:

- De horizontale component van de kabelkracht.
- De normaalkracht in stang AB.
- De afstand a van aangrijpingspunt D tot stang AB.
- De maximum kabelkracht.



14.20 Gegeven: Een kabel met drukstang, op de aangegeven manier belast door twee krachten van 20 kN en twee onbekende krachten F .



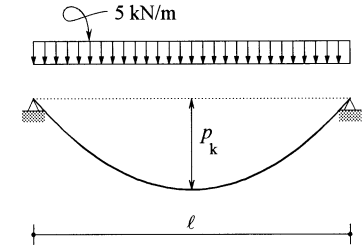
Gevraagd:

- De kracht in de drukstang.
- De grootte van de krachten F .

14.21-1 t/m 3 Gegeven: Een kabel draagt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 5 kN/m en neemt daarbij de getekende vorm aan.

Gevraagd: Bereken de maximum kabelkracht als:

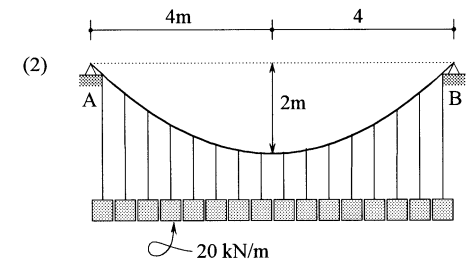
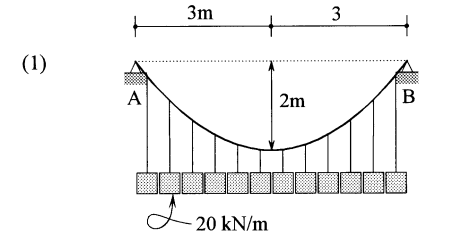
- $\ell = 16$ m en $p_k = 3,20$ m.
- $\ell = 18$ m en $p_k = 4,50$ m.
- $\ell = 20$ m en $p_k = 4$ m.



14.22-1/2 Gegeven: Twee kabels met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 20 kN/m.

Gevraagd:

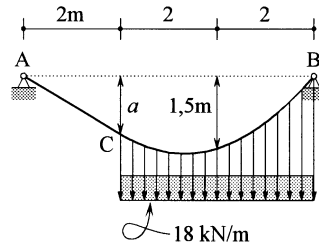
- De horizontale component van de kabelkracht.
- De maximum kabelkracht.
- De oplegreacties in A en B.



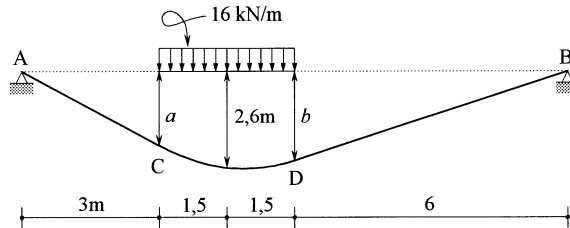
14.23 Gegeven: Ten gevolge van de gelijkmatig verdeelde belasting van 18 kN/m op CB neemt kabel AB de getekende vorm aan.

Gevraagd:

- De horizontale component van de kabelkracht.
- De maximum kabelkracht.
- De oplegreacties in A en B.
- De doorhang a in C.
- De maximum doorhang van de kabel.



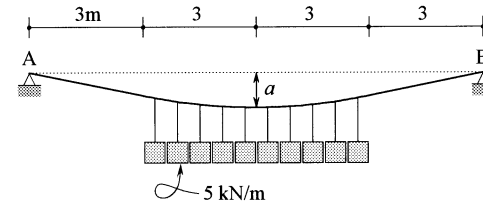
14.24 Gegeven: Op kabel AB werkt tussen C en D een gelijkmatig verdeelde belasting van 16 kN/m . In het midden van de verdeelde belasting hangt de kabel $2,6 \text{ m}$ door.



Gevraagd:

- De horizontale component van de kabelkracht.
- De doorhang a in C.
- De doorhang b in D.
- De maximum doorhang van de kabel.

14.25 Gegeven: Op het middendeel van kabel AB werkt over een lengte van 6 meter een gelijkmatig verdeelde belasting $q = 5 \text{ kN/m}$. De horizontale component van de kabelkracht bedraagt 75 kN .



Gevraagd:

- De oplegreacties in A en B.
- De maximum kabelkracht.
- De doorhang a in het midden van de kabel.

14.26 Gegeven: De figuur van opgave 14.25. Op het middendeel van kabel AB werkt over een lengte van 6 meter een gelijkmatig verdeelde belasting $q = 5 \text{ kN/m}$. De kabel neemt daarbij de getekende vorm aan, met $a = 1,25 \text{ m}$.

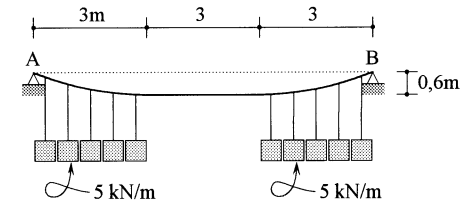
Gevraagd:

- De horizontale component van de kabelkracht.
- De oplegreacties in A en B.
- De maximum kabelkracht.

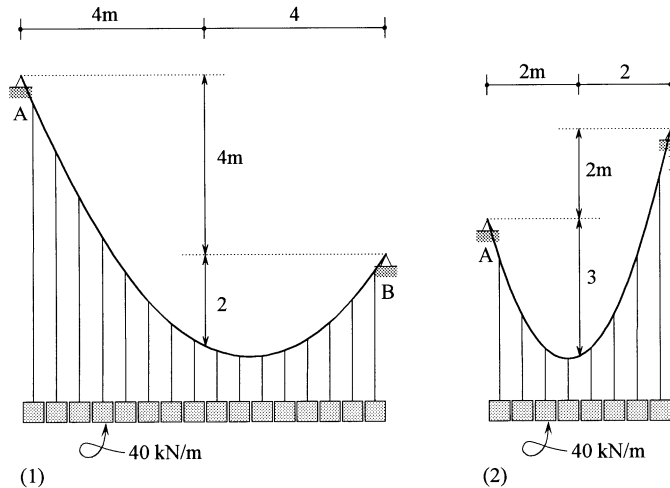
14.27 Gegeven: Op kabel AB werkt in beide einden over een lengte van 3 meter een gelijkmatig verdeelde belasting $q = 5 \text{ kN/m}$. Het middendeel is onbelast. De kabel neemt daarbij de getekende vorm aan.

Gevraagd:

- De horizontale component van de kabelkracht.
- De oplegreacties in A en B.
- De maximum kabelkracht.



14.28-1/2 *Gegeven:* Twee kabels met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 40 kN/m .

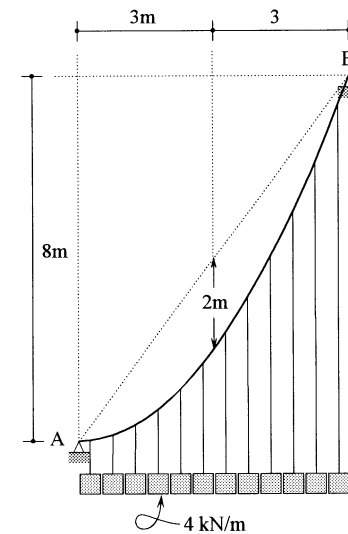


Gevraagd:

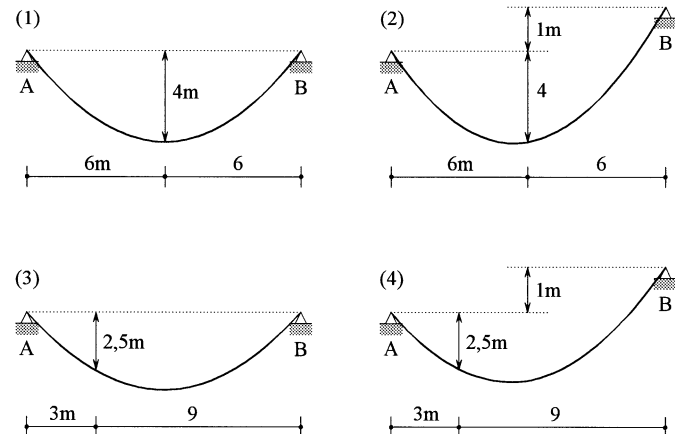
- De horizontale component van de kabelkracht.
- De maximum kabelkracht.
- De oplegreacties in A en B.
- Waar bevindt zich het laagste punt van de kabel?
- Het hoogteverschil tussen oplegging A en het laagste punt van de kabel.

14.29 *Gegeven:* Een kabel met een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 4 kN/m .

Gevraagd: De oplegreacties in A en B.



14.30-1 t/m 4 *Gegeven:* Vier kabels die onder invloed van een gelijkmatig verdeelde volbelasting $q = 36 \text{ kN/m}$ de getekende vorm aannemen.



Gevraagd:

- De horizontale component van de kracht in de kabel.
- De oplegreacties in A en B.
- De maximum kabelkracht.

14.31-1 t/m 4 Als opgave 14.30, maar de gelijkmatig verdeelde belasting q bedraagt nu 7,2 kN/m.

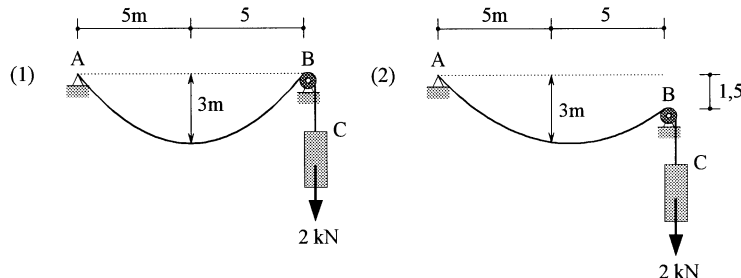
14.32-1 t/m 4 *Gegeven:* Vier kabels die onder invloed van een gelijkmatig verdeelde volbelasting q de in opgave 14.30 getekende vorm aan nemen. De horizontale component van de kracht in de kabel bedraagt 54 kN.

Gevraagd:

- De grootte van de verdeelde belasting q .
- De oplegreacties in A en B.
- De maximum kabelkracht.

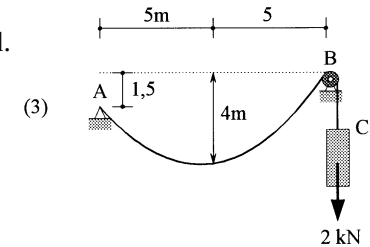
14.33-1 t/m 4 Als opgave 14.32, maar de horizontale component van de kracht in de kabel bedraagt nu 135 kN.

14.34-1 t/m 3 *Gegeven:* Kabel ABC loopt in B over een katrol en wordt in evenwicht gehouden door een contragewicht van 2 kN in C. De katrol is wrijvingsloos en heeft verwaarloosbaar kleine afmetingen. Neem aan dat de kabel onder invloed van zijn eigen gewicht een paraboolvorm heeft. Verwaarloos verder het eigen gewicht van kabel BC.



Gevraagd:

- Het eigen gewicht van de kabel.
- De oplegreacties in A.
- De oplegreacties in B.



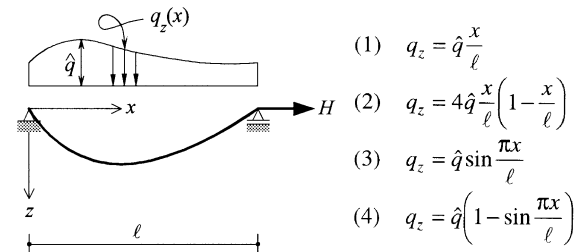
14.35 *Gegeven:* Een kabel.

Gevraagd: Welke belasting moet op de kabel werken om deze de volgende vorm te geven:

- Parabool.
- Kettinglijn.
- Cirkel.



14.36-1 t/m 4 *Gegeven:* Een kabel met overspanning ℓ wordt belast door vier verschillende verdeelde belastingen $q_z(x)$. De topwaarde van de verdeelde belasting is $\hat{q}$. De horizontale component van de kabelkracht is H . Houdt in de numerieke uitwerking aan: $\ell = 15$ m, $\hat{q} = 8$ kN/m en $H = 75$ kN.



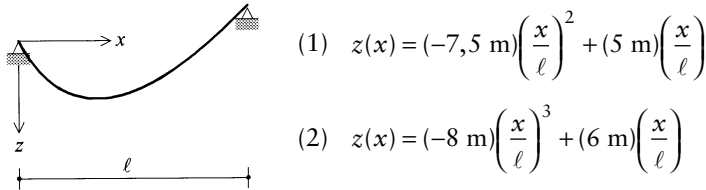
$$\begin{aligned} (1) \quad q_z &= \hat{q} \frac{x}{\ell} \\ (2) \quad q_z &= 4\hat{q} \frac{x}{\ell} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \\ (3) \quad q_z &= \hat{q} \sin \frac{\pi x}{\ell} \\ (4) \quad q_z &= \hat{q} \left(1 - \sin \frac{\pi x}{\ell}\right) \end{aligned}$$

Gevraagd:

- Teken het belastingdiagram.
- De kabelvorm als functie van x .
- De grootste doorhang van de kabel.
- De maximum kabelkracht.

14.37-1 t/m 4 Als opgave 14.36, maar houdt in de numerieke uitwerking nu aan: $\ell = 20$ m, $\hat{q} = 6$ kN/m en $H = 120$ kN.

14.38-1/2 *Gegeven:* Een kabel met overspanning ℓ neemt onder invloed van een verdeelde belasting $q_z(x)$ de gegeven kabelvorm $z(x)$ aan. De horizontale component van de kabelkracht is H . Neem in de numerieke uitwerking aan: $\ell = 12$ m en $H = 60$ kN.

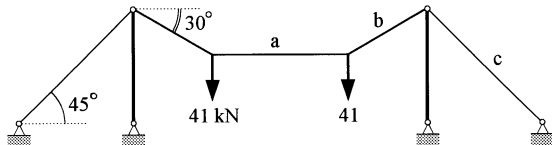


Gevraagd:

- Teken de kabelvorm.
- De maximum doorhang van de kabel.
- De verdeelde belasting als functie van x .
- De maximum kabelkracht.

14.39-1/2 Als opgave 14.38, maar nu met $\ell = 15$ m en $H = 90$ kN.

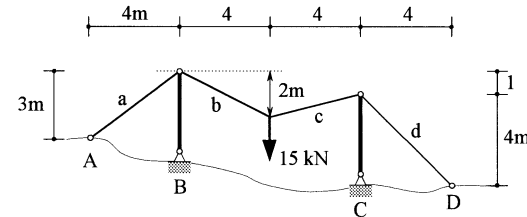
14.40 *Gegeven:* Een symmetrische kabelconstructie bestaat uit twee pendelkolommen en een aantal kabels. De constructie wordt op de aangegeven manier belast door twee krachten van 41 kN.



Gevraagd:

- Welke van de kabels a t/m c wordt het zwaarst belast?
- De kracht in de zwaarst belaste kabel.
- De normaalkracht in een pendelkolom.

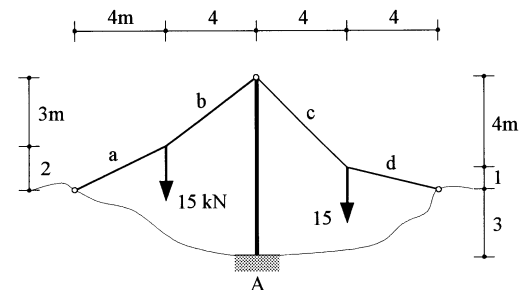
14.41 *Gegeven:* De getekende kabelconstructie bestaat uit twee pendelkolommen en de vier kabels a, b, c en d. In het midden van de overspanning werkt een kracht van 15 kN.



Gevraagd:

- Welke kabel wordt het zwaarst belast?
- Bereken de kracht in de zwaarst belaste kabel.
- Bereken de oplegreacties in A t/m D en controleer het krachten- en momentenevenwicht van de constructie in zijn geheel.

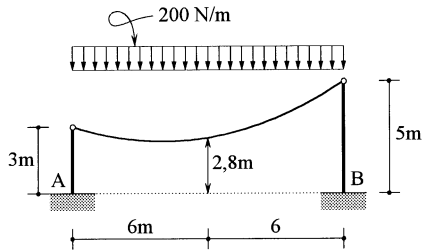
14.42 *Gegeven:* De getekende kabelconstructie bestaat uit een in A ingeklemde kolom en de vier kabels a, b, c en d. De constructie wordt op de aangegeven wijze belast door twee krachten van 15 kN.



Gevraagd:

- Welke kabel wordt het zwaarst belast?
- Bereken de oplegreacties in A en teken ze zoals ze in werkelijkheid werken.

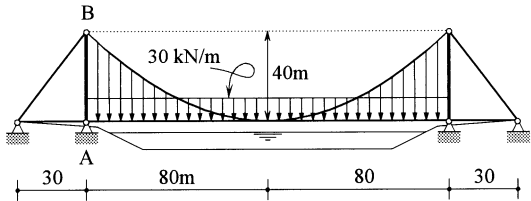
14.43 *Gegeven:* Een feestversiering van gekleurde lampjes en vlaggetjes wordt opgehangen aan een kabel tussen twee ingeklemde palen van verschillende hoogte. Bij een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 200 N/m neemt de kabel de getekende vorm aan.



Gevraagd:

- a. De grootste kabelkracht.
- b. De oplegreacties in A. Teken ze zoals ze in werkelijkheid werken.
- c. De oplegreacties in B. Teken ze zoals ze in werkelijkheid werken.
- d. De vrije hoogte onder het laagste punt van de kabel.

14.44 *Gegeven:* Met behulp van de getekende kabelconstructie wordt een aantal pijpleidingen over een rivier geleid. De belasting op de kabel is gelijkmatig verdeeld en bedraagt 30 kN/m.

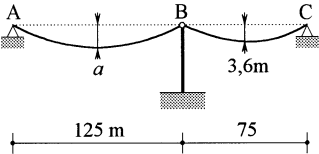


Gevraagd: De normaalkracht in kolom AB.

14.45 *Gegeven:* Twee hoogspanningskabels, beide met hetzelfde eigen gewicht (kracht per lengte), zijn in B aan een mast bevestigd. De maximum doorhang in het veld BC bedraagt 3,60 meter. Men mag aannemen dat de kabels onder invloed van hun eigen gewicht een parabolische vorm aannemen.

Gevraagd:

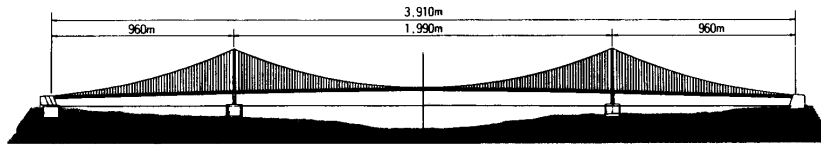
- a. De maximum doorhang a in veld AB opdat de totale horizontale kracht die de kabels in B op de mast uitoefenen nul is.
- b. De oplegreacties in A en C als het eigen gewicht van de kabels 12 N/m bedraagt.



14.46 *Gegeven:* De Akashi Kaikyo Bridge in Japan is bij de ingebruikneming in 1998/1999 de langste hangbrug ter wereld. De hoofdoverspanning bedraagt 1990 m en de zijoverspanningen 960 m. Voor de ligging van de kabel ten opzichte van het gemiddeld zeeniveau in de Tokyo Bay gelden de volgende peilwaarden:

plaats	peil in meter
eindverankeringen	+ 53
pylonen	+297
midden hoofdoverspanning	+ 96

De belasting op de kabel, bestaande uit het eigen gewicht (van kabel, hangers en rijvloerconstructie) en verkeersbelasting, wordt gesteld op 450 kN/m.



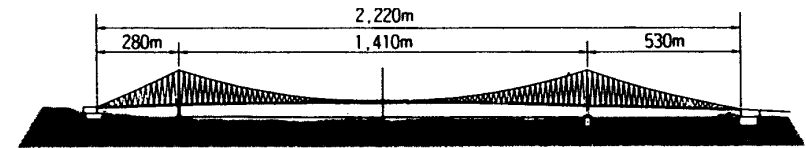
Gevraagd:

- De krachten die de kabel in het middenveld op de pylonen uitoefent.
- De krachten die de kabels in de eindvelden op de pylonen uitoefenen.
- De totale belasting op een pyloon.
- De krachten die de kabels in de eindvelden op de verankeringsblokken uitoefenen.
- De maximum kabelkracht in het middenveld.
- De maximum kabelkracht in de eindvelden.

14.47 Gegeven: 17 juli 1981 werd in Engeland nabij Hull de hangbrug over de Humber in gebruik genomen, toen de langste hangbrug ter wereld. De brug heeft een hoofdo overspanning van 1410 m en eindoverspanningen van respectievelijk 290 en 530 m. Opmerkelijk bij deze brug is het grote verschil in lengte van beide eindoverspanningen. Voor de ligging van de kabel gelden de volgende (geschatte) peilwaarden:

plaats	peil in meter
eindverankeringen	+ 32,5
pylonen	+162,5
midden hoofdo overspanning	+ 60,5

Stel de belasting op de kabel, bestaande uit het eigen gewicht (van kabel, hangers en rijvloerconstructie) en verkeersbelasting, op 200 kN/m.

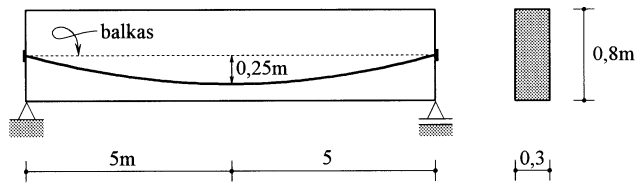


Gevraagd:

- De krachten die de kabel in het middenveld op de pylonen uitoefent.
- De krachten die de kabel in het linker eindveld op de pyloon uitoefent.
- De totale belasting op de linker pyloon.
- De krachten die de kabel in het linker eindveld op het verankeringsblok uitoefent
- De krachten die de kabel in het rechter eindveld op de pyloon uitoefent.
- De totale belasting op de rechter pyloon.
- De krachten die de kabel in het rechter eindveld op het verankeringsblok uitoefent
- De maximum kabelkracht in het middenveld.
- De maximum kabelkracht in het linker eindveld.
- De maximum kabelkracht in het rechter eindveld.
- De kabel in het korte eindveld werd zwaarder uitgevoerd dan de kabel in de andere velden. Stemt dat overeen met uw berekening.

14.48 Gegeven: Een vrij opgelegde voorgespannen balk heeft een lengte van 10 m en een rechthoekige doorsnede van $0,3 \times 0,8 \text{ m}^2$. De voorspankabel verloopt parabolisch met een maximum excentriciteit van 0,25 m. De voorspankracht bedraagt 1000 kN. Voor het eigen

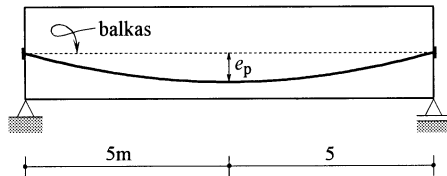
gewicht van de balk wordt 2500 kN/m^3 aangehouden. De veranderlijke belasting bedraagt 30 kN/m .



Gevraagd:

- De krachten die de voorspankabel op de balk uitoefent.
- De M - en V -lijn voor de balk ten gevolge van alleen de voorspanning.
- De M - en V -lijn ten gevolge van voorspanning en eigen gewicht.
- De M - en V -lijn ten gevolge van voorspanning, eigen gewicht en veranderlijke belasting.

14.49 *Gegeven:* Een vrij opgelegde voorgespannen balk met een lengte van 10 m heeft een eigen gewicht van 6 kN/m . De veranderlijke belasting bedraagt 24 kN/m . De parabolische voorspankabel heeft een maximum excentriciteit e_p . De voorspankracht is F_p .



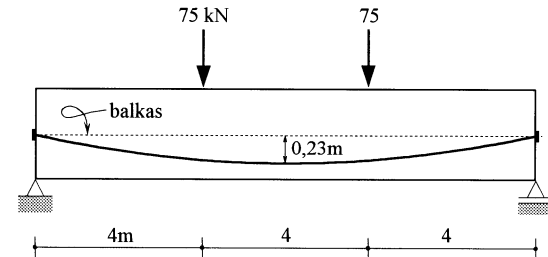
Gevraagd:

- Hoe groot moet het product $F_p e_p$ zijn opdat het maximum buigend moment ten gevolge van voorspanning en eigen gewicht (in absolute

zin) gelijk is aan het maximum buigend moment ten gevolge van voorspanning, eigen gewicht en veranderlijke belasting?

- Hoe groot moet het product $F_p e_p$ zijn opdat het maximum buigend moment ten gevolge van voorspanning en eigen gewicht (in absolute zin) $5/7$ maal het maximum buigend moment ten gevolge van voorspanning, eigen gewicht en veranderlijke belasting bedraagt?

14.50 *Gegeven:* Een vrij opgelegde voorgespannen balk met een lengte van 12 m heeft een eigen gewicht van 7 kN/m . De veranderlijke belasting bestaat uit twee krachten van 75 kN . De parabolische voorspankabel heeft een excentriciteit van $0,23 \text{ m}$. De voorspankracht bedraagt 1200 kN .

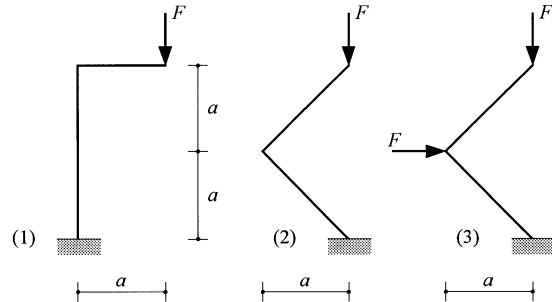


Gevraagd:

- De krachten die de voorspankabel op de balk uitoefent.
- De M - en V -lijn voor de balk ten gevolge van alleen de voorspanning.
- De M - en V -lijn ten gevolge van voorspanning en eigen gewicht.
- De M - en V -lijn ten gevolge van voorspanning, eigen gewicht en veranderlijke belasting.

Krachtspunt en krachtlijn (paragraaf 14.2)

14.51-1 t/m 3 *Gegeven:* Drie ingeklemde en geknikte staven belast door de krachten F .



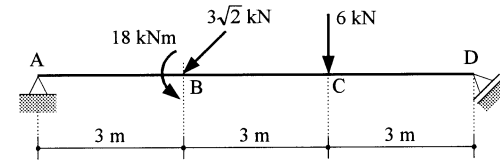
Gevraagd:

- Teken voor elk van de delen de krachtlijn en vermeld of dit een trek- of druklijn is.
- Leidt uit de krachtlijn het verloop af van de normaalkracht, dwarskracht en buigend moment. Teken voor de gehele constructie de N -, V - en M -lijn.

14.52 *Gegeven:* Ligger ABCD is in A opgelegd op een scharnier en in D op een rol waarvan de rolbaan onder een helling van 45° staat. In B grijpt een koppel aan en een kracht onder 45° . In C grijpt een verticale kracht aan. Afmetingen en belasting kunnen uit de figuur worden afgelezen.

Gevraagd:

- Bereken en teken de oplegreacties in A en D.
- Bereken en teken de M -lijn, V -lijn en N -lijn, met de vervormingstekens. Schrijf de waarden er bij.

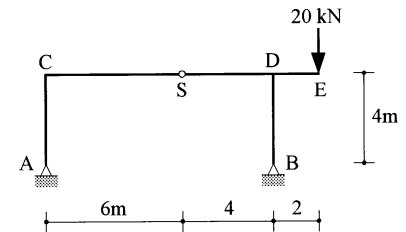


- Teken voor ABCD de krachtlijn(en) en geef aan of het een trek- of druklijn is.
- Waar ligt in doorsnede C het krachtpunt?

14.53 *Gegeven:* Een driescharierenspanst met overstek, belast door een kracht van 20 kN op het overstek.

Gevraagd:

- De krachtlijn voor alle delen van het spanst en geef aan of het een treklijn of een druklijn is.
- Het krachtpunt in doorsnede C op stijl AC.
- Het krachtpunt in doorsnede C op regel CS.

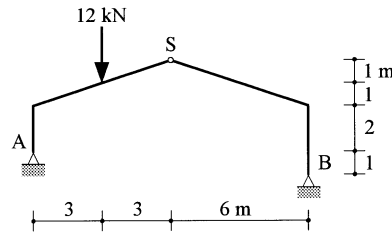


14.54 *Gegeven:* Driescharnierenspanst ASB wordt belast door een verticale kracht van 12 kN.

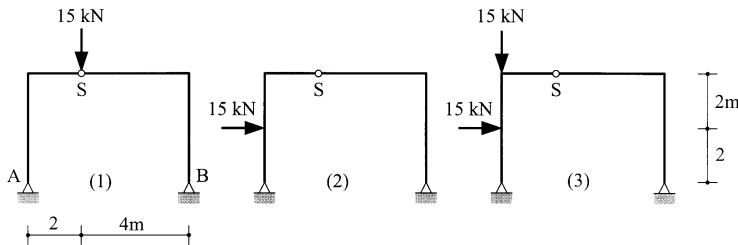
Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties in A en B. Teken ze zoals ze in werkelijkheid werken en schrijf hun waarden er bij.
- Teken de M -lijn, met de vervormingstekens. Schrijf de waarden er bij.

- c. Teken voor alle delen van het spant de krachtlijn. Geef duidelijk aan of de krachtlijn een treklijn of druklijn is.



14.55-1 t/m 3 *Gegeven:* Hetzelfde driescharnierenspant ASB wordt op drie verschillende manieren belast door krachten van 15 kN.



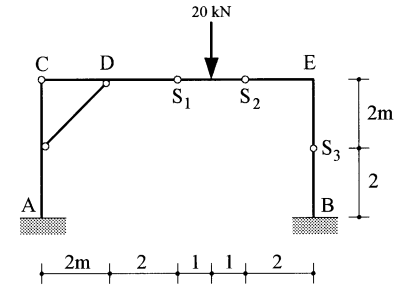
Gevraagd:

- Teken voor alle delen van het spant de krachtlijn. Geef duidelijk aan of de krachtlijn een treklijn of druklijn is.
- Teken voor alle delen van het spant de M - en N -lijn.

14.56 *Gegeven:* Een samengesteld spant.

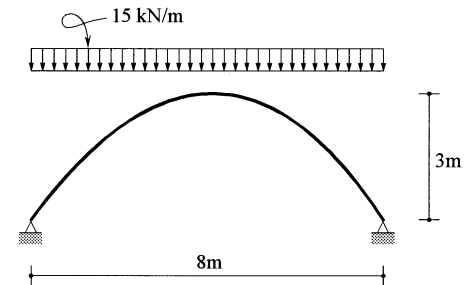
Gevraagd:

- Teken de M -lijn voor CDE.
- Teken de krachtlijn voor DE.
- Hoe groot is de normaalkracht in DE?
- Teken de krachtlijn voor CD.



Relatie tussen kabel, krachtlijn en constructievorm (paragraaf 14.3)

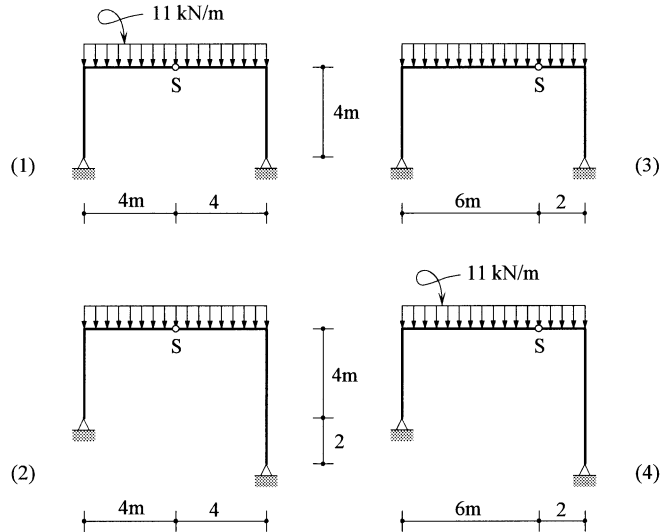
14.57 *Gegeven:* Een parabolische boog met een gelijkmatig verdeelde volbelasting. Er is geen vervorming door normaalkracht.



Gevraagd:

- Schets voor de boog de krachtlijn. Is dit een druklijn of treklijn?
- Bereken en teken de horizontale oplegreacties.
- Bereken en teken de verticale oplegreacties.
- Bereken de maximum normaalkracht in de boog.

14.58-1 t/m 4 *Gegeven:* Vier driescharnierenspanten met dezelfde gelijkmatig verdeelde volbelasting van 11 kN/m.



Gevraagd:

- Schets voor de regel de krachtlijn.
- Bereken uit deze krachtlijn de normaalkracht in de regel.
- Bereken en teken de oplegreacties.
- Teken voor de gehele constructie de M -, V - en N -lijn.

15 Virtuele arbeid

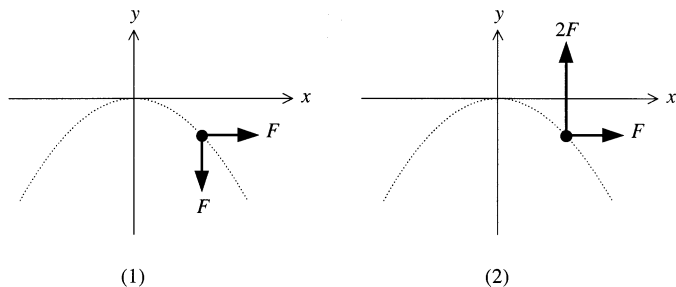
Algemene opmerking vooraf:

Alle berekeningen moeten met behulp van virtuele arbeid worden uitgevoerd.

Virtuele arbeid – gemengde opgaven (hoofdstuk 15)

15.1-1/2 Gegeven: Een puntdeeltje wordt gedwongen in het x - y -vlak een parabolische baan te volgen: $y = -x^2/2a$.

Het puntdeeltje wordt belast door een horizontale en verticale kracht, zoals in de figuur is aangegeven. Er is geen wrijving.



Gevraagd:

- In welke stand(en) is het puntdeeltje in evenwicht? Geef van deze stand(en) de coördinaten.
- Zeg (gevoelsmatig) iets over de betrouwbaarheid van het evenwicht in deze stand(en).

15.2-1 t/m 4 Gegeven: In de figuur wordt een puntdeeltje in het x - y -vlak gedwongen tussen A en B een wrijvingsloze baan te volgen waarvan de vergelijking luidt:

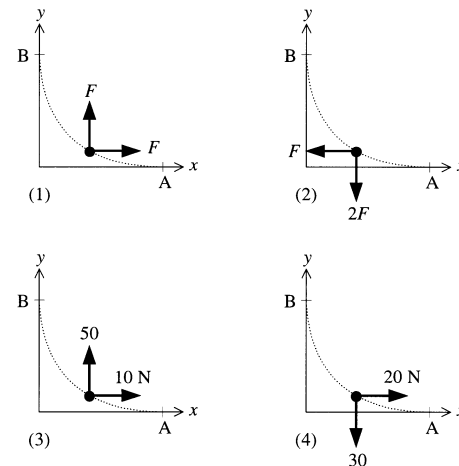
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$$

Hierin is $a = 9 \text{ m}$.

Het puntdeeltje wordt belast door de in de figuur aangegeven krachten.

Gevraagd:

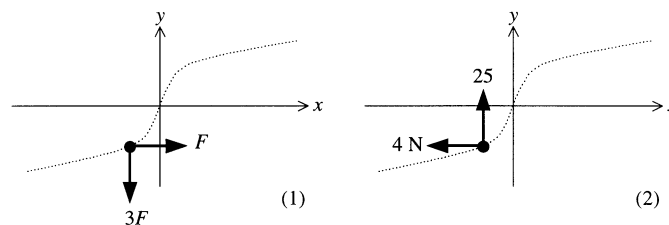
- In welke stand(en) is het puntdeeltje tussen A en B in evenwicht? Geef van deze stand(en) de coördinaten.
- Zeg (gevoelsmatig) iets over de betrouwbaarheid van het evenwicht in deze stand(en).



15.3-1/2 Gegeven: Een puntdeeltje is gedwongen de wrijvingsloze baan van een kubische parabool te volgen:

$$y = \sqrt[3]{x}$$

Het puntdeeltje wordt belast door de in de figuur aangegeven krachten.



Gevraagd:

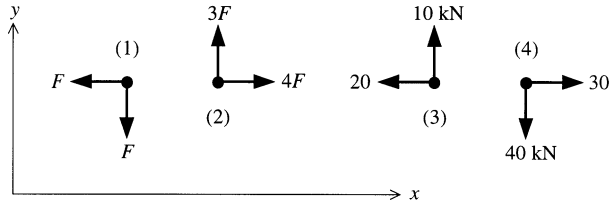
- In welke stand(en) is het puntdeeltje in evenwicht? Geef van deze stand(en) de coördinaten.
- Zeg (gevoelsmatig) iets over de betrouwbaarheid van het evenwicht in deze stand(en).

15.4-1 t/m 4 *Gegeven:* Een puntdeeltje is gedwongen een elliptische baan te volgen:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

met $a = 2$ m en $b = 4$ m. De baan is wrijvingsloos.

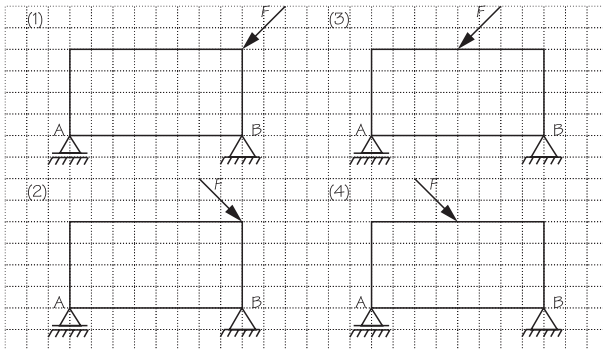
Het puntdeeltje wordt belast door de in de figuur aangegeven krachten.



Gevraagd:

- Teken de baan van het puntdeeltje.
- In welke stand(en) is het puntdeeltje in evenwicht? Geef van deze stand(en) de coördinaten.
- Zeg (gevoelsmatig) iets over de betrouwbaarheid van het evenwicht in deze stand(en).

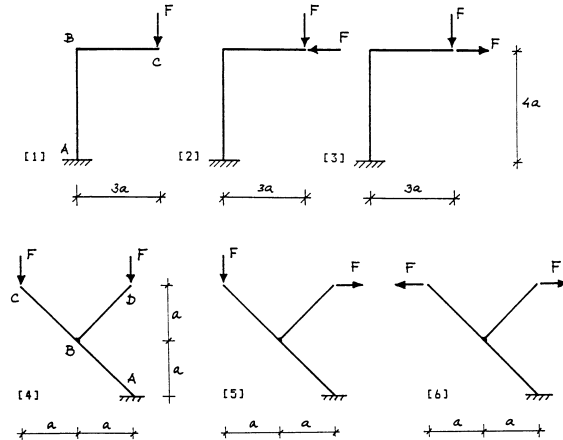
15.5-1 t/m 4 *Gegeven:* Een blok is opgelegd op een rol in A en een scharnier in B en wordt op vier verschillende manieren belast door een kracht $F = 20\sqrt{2}$ kN.



Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De verticale component van de oplegreactie in B.
- De horizontale component van de oplegreactie in B.

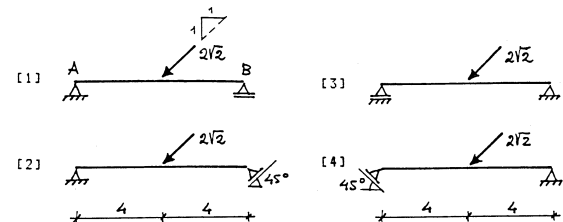
15.6-1 t/m 6 *Gegeven:* Een aantal in A ingeklemde constructies.



Gevraagd:

- De horizontale oplegreactie in A.
- De verticale oplegreactie in A.
- Het inklemmingsmoment in A.

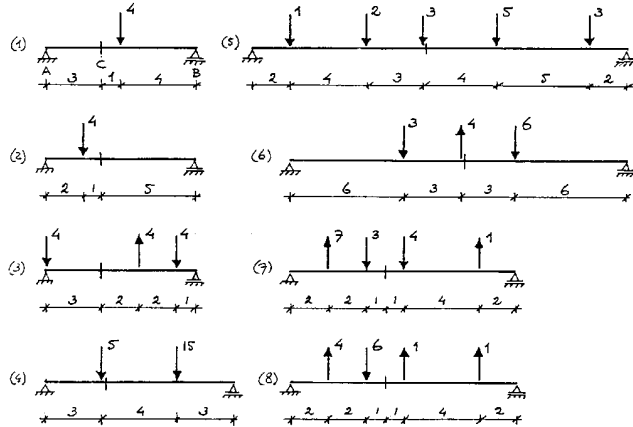
15.7-1 t/m 4 *Gegeven:* Een aantal liggers is opgelegd op een scharnier en een rol. De afmetingen zijn gegeven in m, de krachten in kN.



Gevraagd:

- De (componenten van de) oplegreactie in A.
- De (componenten van de) oplegreactie in B.

15.8-1 t/m 8 Gegeven: Een aantal in A en B vrij opgelegde liggers is samengesteld uit de delen AC en BC die in C volkomen stijf met elkaar zijn verbonden. De plaats van verbinding C is in de figuur met een verticaal streepje aangegeven. De krachten zijn gegeven in kN, de lengten in m.



Gevraagd:

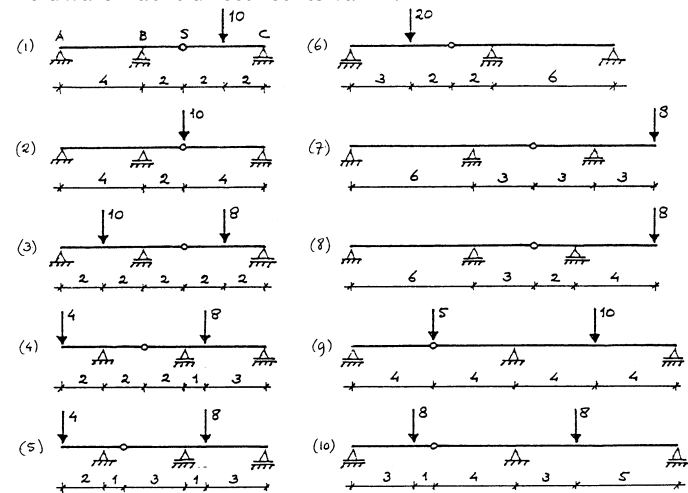
- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.
- De dwarskracht in C.
- Het buigend moment in C.

15.9-1 t/m 10 Gegeven: Van de scharnierliggers ABC zijn de lengten gegeven in m en de krachten in kN.

Gevraagd:

- De oplegreactie in A.
- De oplegreactie in B.
- De oplegreactie in C.
- Het steunpuntsmoment in B.

- De dwarskracht direct links van B.
- De dwarskracht direct rechts van B.

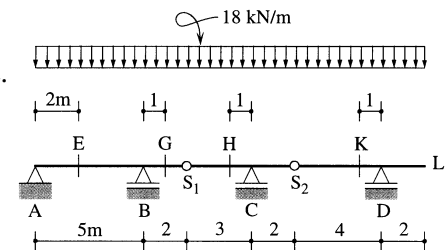


15.10-1 t/m 10 Als opgave 15.9, maar vervang de puntlasten nu door een gelijkmatig verdeelde belasting van 10 kN/m over de gehele lengte van de ligger.

15.11 Gegeven: Op de scharnierligger in figuur 15.11 werkt een gelijkmatig verdeelde volbelasting van 18 kN/m.

Gevraagd:

- De dwarskracht in E.
- Het buigend moment in E.
- De dwarskracht in G.
- Het buigend moment in G.
- De dwarskracht in H.
- Het buigend moment in H.
- De dwarskracht in K.
- Het buigend moment in K.



16 Invloedslijnen

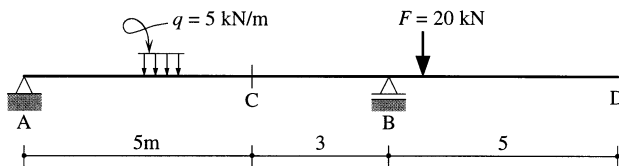
Algemene opmerking vooraf:

Wanneer de invloedslijn van een grootheid X wordt gevraagd dient men vooraf duidelijk de positieve richting van deze grootheid aan te geven. In de invloedslijn dient men de richting van X hiermee overeenkomstig aan te geven met plus- en mintekens (of met vervormingstekens).

Invloedslijnen met behulp van virtuele arbeid (paragraaf 16.2 en 16.3)

16.1 t/m 5 *Gegeven:* Over de ligger met overstek kan zich een puntlast $F = 20$ kN en een gelijkmatig verdeelde belasting $q = 5$ kN/m bewegen. Voor de volgende vijf grootheden X worden hierna dezelfde vragen gesteld:

1. X = buigend moment in B.
2. X = buigend moment in C.
3. X = dwarskracht direct links van B.
4. X = dwarskracht direct rechts van B.
5. X = dwarskracht in C.



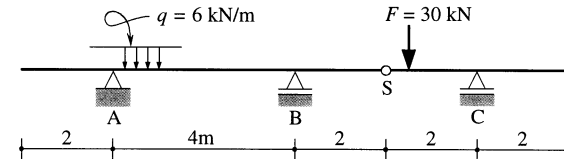
Gevraagd:

- a. Teken de invloedslijn voor X .
- b. Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- c. Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.
- d. Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X als de gelijkmatig verdeelde belasting q alleen op CD werkt.

- e. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- f. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.

16.2-1 t/m 6 *Gegeven:* Over de scharnierligger kan zich een puntlast $F = 30$ kN en een gelijkmatig verdeelde belasting $q = 6$ kN/m bewegen. Voor zes verschillende grootheden X worden hierna dezelfde vragen gesteld:

1. X = verticale oplegreactie in A.
2. X = verticale oplegreactie in B.
3. X = dwarskracht direct links van B.
4. X = dwarskracht direct rechts van B.
5. X = buigend moment in het midden van AB.
6. X = buigend moment in B.



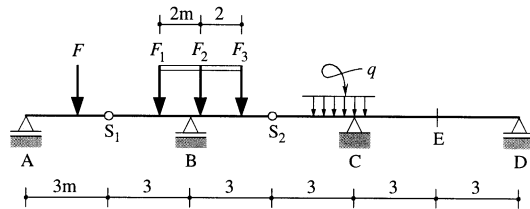
Gevraagd:

- a. Teken de invloedslijn voor X .
- b. Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- c. Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.
- d. Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X als de gelijkmatig verdeelde belasting q over de gehele lengte van de ligger werkt.
- e. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- f. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.

16.3-1 t/m 9 *Gegeven:* Over de scharnierligger kan zich een puntlast F , een laststelsel $F_1; F_2; F_3$ en een gelijkmatig verdeelde belasting q bewegen. Houdt in de berekening aan $F = 40$ kN, $F_1 = 20$ kN, $F_2 = 50$ kN, $F_3 = 30$ kN en $q = 8$ kN/m.

Voor negen verschillende grootheden X worden hierna dezelfde vragen gesteld:

1. X = verticale oplegreactie in B.
2. X = verticale oplegreactie in C.
3. X = verticale oplegreactie in D.
4. X = buigend moment in B.
5. X = buigend moment in C.
6. X = buigend moment in E.
7. X = dwarskracht direct links van C.
8. X = dwarskracht direct rechts van C.
9. X = dwarskracht in S_2 .



Gevraagd:

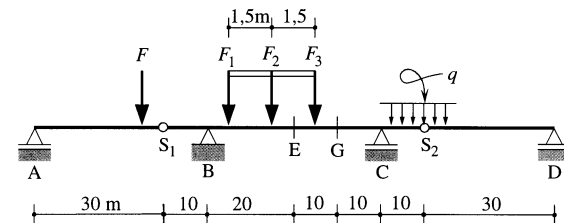
- a. Teken de invloedslijn voor X .
- b. Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- c. Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.
- d. Bepaal met de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van het laststelsel als F_1 in S_1 staat.
- e. Bepaal met de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van het laststelsel als F_2 in S_2 staat.

- f. Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X als de gelijkmatig verdeelde belasting q over de gehele lengte van de ligger werkt.
- g. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- h. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.

16.4-1 t/m 10 *Gegeven:* Over de scharnierligger in figuur 16.4 kan zich een puntlast F , een laststelsel $F_1; F_2; F_3$ en een gelijkmatig verdeelde belasting q bewegen. Houdt in de berekening aan $F = F_1 = F_2 = F_3 = 200$ kN en $q = 24$ kN/m.

Voor tien verschillende grootheden X worden hierna dezelfde vragen gesteld:

1. X = verticale oplegreactie in A.
2. X = verticale oplegreactie in B.
3. X = buigend moment in B.
4. X = buigend moment in E.
5. X = buigend moment in G.
6. X = dwarskracht in S_1 .
7. X = dwarskracht in E.
8. X = dwarskracht in G.
9. X = dwarskracht direct links van C.
10. X = dwarskracht direct rechts van C.



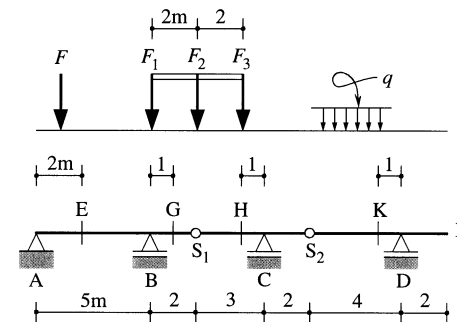
Gevraagd:

- Teken de invloedslijn voor X .
- Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.
- Bepaal met de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van het laststelsel als F_1 in S_1 staat.
- Bepaal met de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van het laststelsel als F_2 in E staat.
- Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X als de gelijkmatig verdeelde belasting q alleen op BD aanwezig is.
- Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X als de gelijkmatig verdeelde belasting q over de gehele lengte van de ligger werkt.
- Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.

16.5-1 t/m 18 *Gegeven:* Over de scharnierligger kan zich een puntlast F , een laststelsel $F_1; F_2; F_3$ en een gelijkmatig verdeelde belasting q bewegen. Houdt in de berekening aan $F = 80$ kN, $F_1 = 30$ kN, $F_2 = 50$ kN, $F_3 = 20$ kN en $q = 18$ kN/m. Voor 18 verschillende grootheden X worden hierna dezelfde vragen gesteld:

- X = verticale oplegreactie in A.
- X = verticale oplegreactie in B.
- X = verticale oplegreactie in C.
- X = verticale oplegreactie in D.
- X = dwarskracht in E.
- X = dwarskracht in G.
- X = dwarskracht in S_1 .
- X = dwarskracht in H.
- X = dwarskracht direct links van C.

- X = dwarskracht direct rechts van C.
- X = dwarskracht in S_2 .
- X = dwarskracht in K.
- X = buigend moment in B.
- X = buigend moment in C.
- X = buigend moment in E.
- X = buigend moment in G.
- X = buigend moment in H.
- X = buigend moment in K.

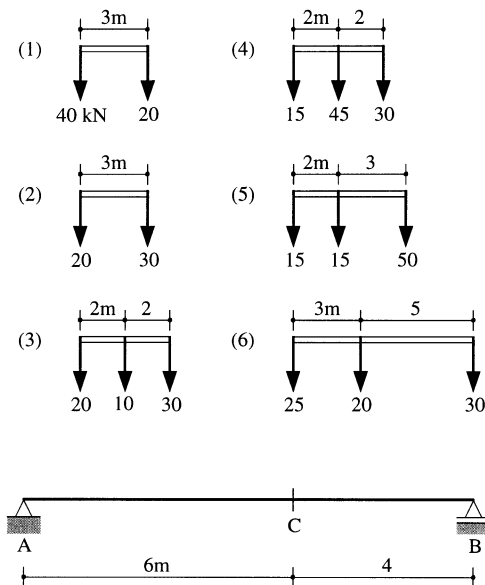


Gevraagd:

- Teken de invloedslijn voor X .
- Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- Waar moet de puntlast F zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.
- Bepaal met de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van het laststelsel als F_1 in E staat.
- Bepaal met de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van het laststelsel als F_1 in G staat.
- Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X als de gelijkmatig verdeelde belasting q over de gehele lengte van de ligger werkt.

- g. Bepaal met behulp van de invloedslijn de waarde van X ten gevolge van een gelijkmatig verdeelde belasting q tussen S_1 en S_2 en tussen K en L .
- h. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X maximaal is. Bereken deze maximum waarde.
- i. Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q zich bevinden opdat X minimaal is. Bereken deze minimum waarde.

16.6-1 t/m 6 *Gegeven:* Dezelfde vrij opgelegde ligger en zes verschillende laststelsels.

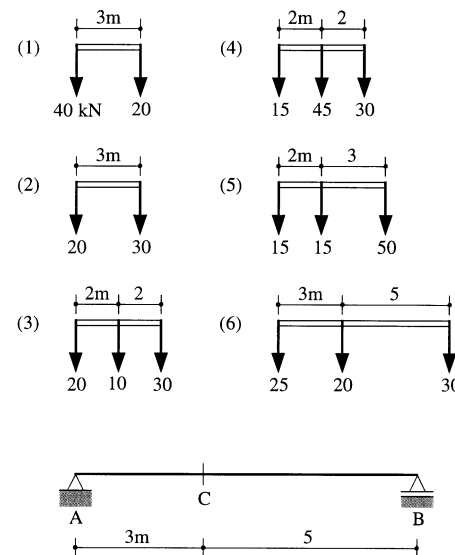


Gevraagd:

- De invloedslijn voor de oplegreactie in A.
- De grootste waarde van de oplegreactie in A door het laststelsel.
- De invloedslijn voor het buigend moment in C.

- De grootste waarde van het buigend moment in C door het laststelsel.
- De invloedslijn voor de dwarskracht in C.
- De grootste waarde voor de dwarskracht in C.

16.7-1 t/m 6 *Gegeven:* Dezelfde vrij opgelegde ligger en zes verschillende laststelsels.



Gevraagd:

- De invloedslijn voor de oplegreactie in A.
- De grootste waarde van de oplegreactie in A door het laststelsel.
- De invloedslijn voor het buigend moment in C.
- De grootste waarde van het buigend moment in C door het laststelsel.
- De invloedslijn voor de dwarskracht in C.
- De grootste waarde voor de dwarskracht in C.