

UITWERKINGSFORMULIER

Tentamen CT1031

CONSTRUCTIEMECHANICA 1

2 november 2009,

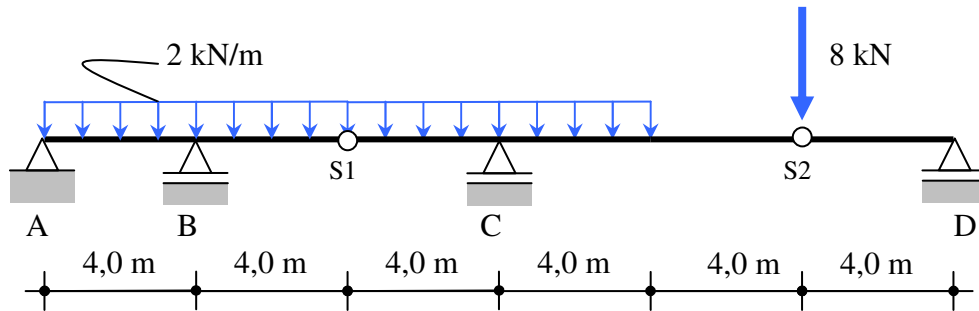
09:00 – 12:00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 5 **opgaven**.
- Als de kandidaat niet voldoet aan de eisen tot deelname wordt het werk niet beoordeeld.
- Werk de opgaven uit op het **antwoordformulier en lever alleen deze bladen in**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van een grafische rekenmachine is toegestaan
- Het gebruik van mobiele telefoons en/of Pda's met UMTS tijdens het tentamen is niet toegestaan, dus uitzetten en van tafel verwijderen !
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk
- Tenzij anders vermeld speelt het eigen gewicht geen rol en zijn katrollen en scharnierende verbindingen wrijvingsloos.

--	--	--	--	--	--	--

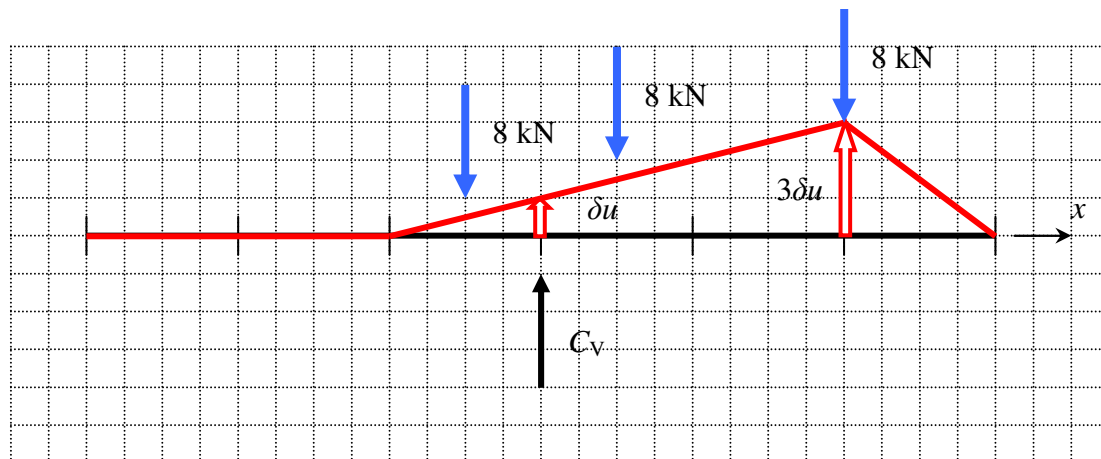
Opgave 1 (ongeveer 30 minuten)

Van de onderstaande constructie wordt gevraagd om met behulp van het principe van *virtuele arbeid* de vragen te beantwoorden. Let er daarbij goed op dat de richting van de krachtgrootheid duidelijk wordt aangegeven en teken een correct mechanisme.



Vragen

- a) Bepaal de oplegreactie in C met behulp van virtuele arbeid.



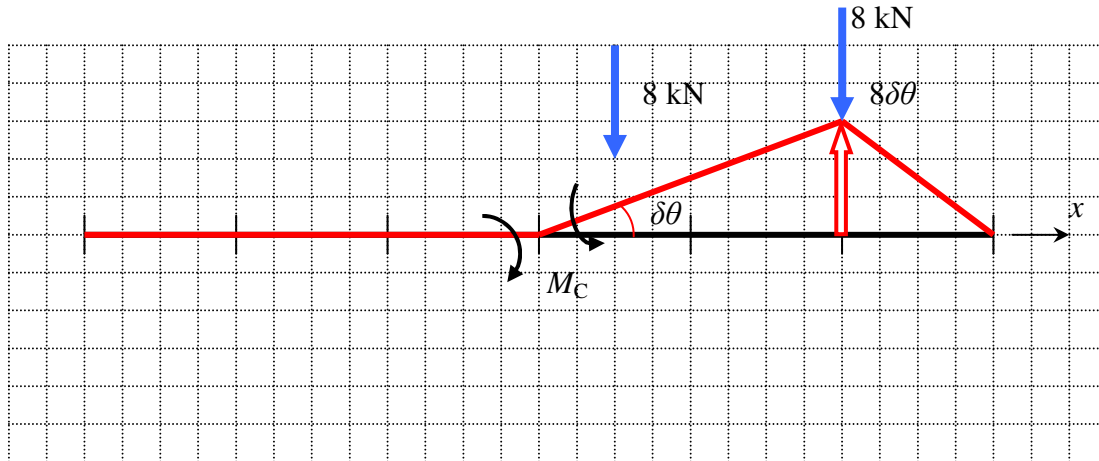
Oplegreactie in C

$$\delta A = 0; \quad C_v \times \delta u - 8 \times \frac{1}{2} \delta u - 8 \times \frac{3}{2} \delta u - 8 \times 3 \delta u = 0 \Rightarrow C_v = 40 \text{ kN} \uparrow$$

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

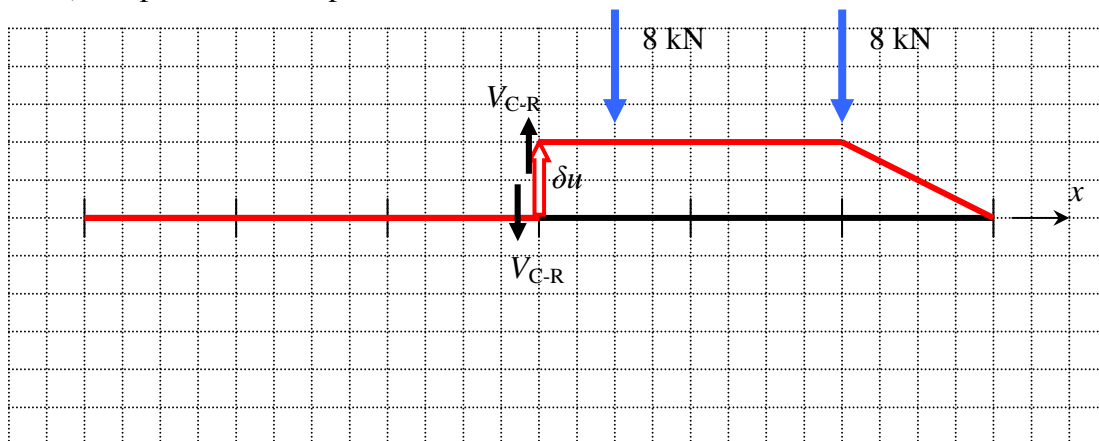
b) Bepaal met behulp van virtuele arbeid het steunpuntsmoment t.p.v. C



Steunpuntsmoment in C

$$\delta A = 0; \quad M_C \times \delta\theta - 8 \times 2\delta\theta - 8 \times 8\delta\theta = 0 \Rightarrow M_C = 80 \text{ kNm}$$

c) Bepaal met behulp van virtuele arbeid de dwarskracht direct rechts van C



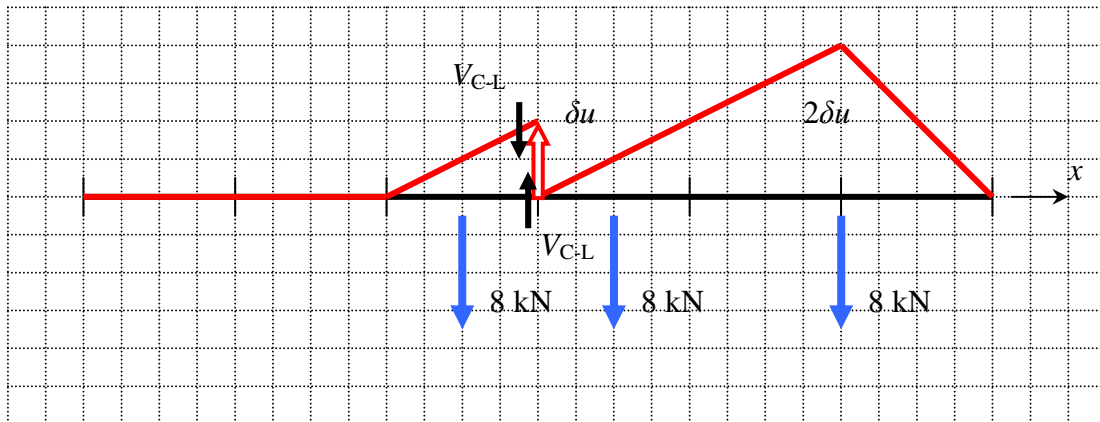
Dwarskracht direct rechts van C

$$\delta A = 0; \quad V_{C-R} \times \delta u - 8 \times \delta u - 8 \times \delta u = 0 \Rightarrow V_{C-R} = 16 \text{ kN}$$

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

d) Bepaal met behulp van virtuele arbeid de dwarskracht direct links van C

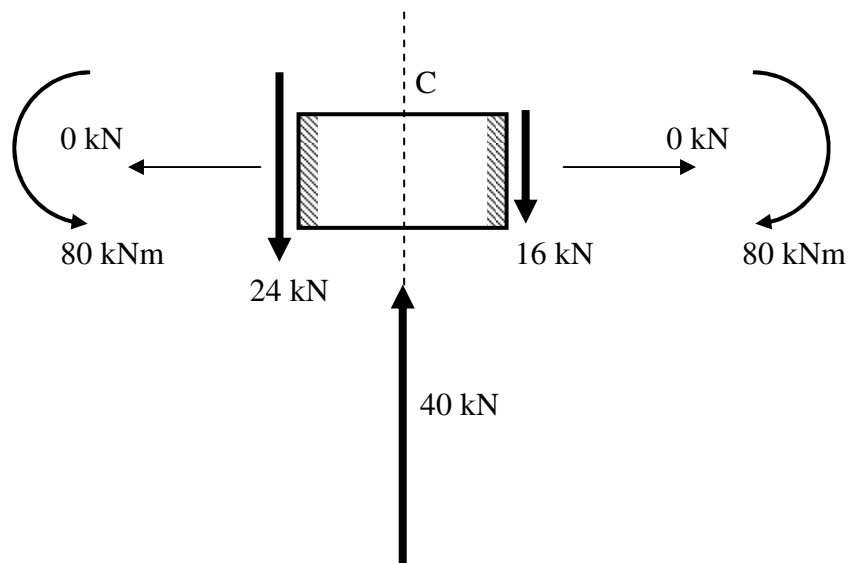


Dwarskracht direct links van C

$$\delta A = 0; -V_{C-L} \times \delta u - 8 \times \frac{1}{2} \delta u - 8 \times \frac{1}{2} \delta u - 8 \times 2 \delta u = 0 \Rightarrow V_{C-L} = -24 \text{ kN}$$

De richting is onjuist aangenomen. In werkelijkheid werkt de dwarskracht dus juist tegengesteld aan de hierboven gegeven richting. In de volgende vraag kun je laten zien dat je dit antwoord ook zo interpreteert.

e) Maak knoop C vrij en teken alle krachten zoals deze op de knoop werken, vergeet de oplegreactie niet!

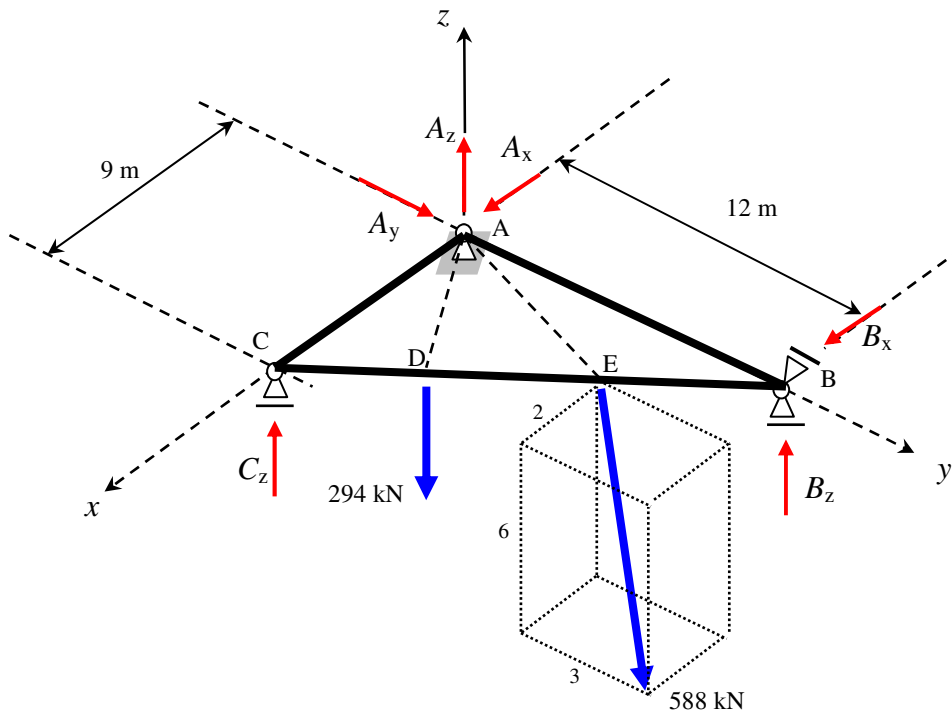


--	--	--	--	--	--	--

Opgave 2 (ongeveer 30 minuten)

De onderstaande plaat ABC is in het xy -vlak opgelegd op bolscharnieren in A, B en C. Deze punten kunnen geen verplaatsing in de z -richting ondergaan en geen momenten opnemen. Punt A is een oplegging die tevens geen translatie kan ondergaan in het xy -vlak terwijl punt C zowel in x - als in y -richting kan verplaatsen. Punt B kan daarnaast alleen in y -richting verplaatsen.

De rand BC is verdeeld in drie gelijke afstanden CD, DE en EB. In punt D grijpt een verticale puntlast (evenwijdig aan de z -as) van 294 kN aan. In E grijpt een ruimtelijke puntlast van 588 kN aan die kan worden ontbonden m.b.v. de aangegeven verhoudingen.



Vragen

- a) Geef alle oplegreacties aan en teken deze in de figuur in de richting van uw aanname.

Let op : 6 onbekende oplegreacties, 6 evenwichtsvergelijkingen. Ontbind de 588 kN in x -, y - en z -richting. $F_x=168$; $F_y=252$; $F_z=504$;

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- b) Stel alle vergelijkingen op waarmee de oplegreacties kunnen worden bepaald.

$$(1) \Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x + 168 = 0$$

$$(2) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + 252 = 0 \text{ oplossen}$$

$$(3) \Sigma F_z = 0 \Rightarrow A_z + B_z + C_z - 294 - 504 = 0$$

$$(4) \Sigma T_x = 0 \Rightarrow 12B_z - 504 \times 8 - 294 \times 4 = 0 \text{ oplossen}$$

$$(5) \Sigma T_y = 0 \Rightarrow 294 \times 6 + 504 \times 3 - 9C_z = 0 \text{ oplossen}$$

$$(6) \Sigma T_z = 0 \Rightarrow 252 \times 3 - 12B_x - 168 \times 8 = 0 \text{ oplossen}$$

- c) Bepaal alle oplegreacties en teken deze in de figuur op de volgende bladzijde, zoals ze in werkelijkheid werken

Vergelijkingen (2), (4), (5) en (6) hebben elk maar één onbekende. Los die eerst op en vervolgens de rest.

$$A_x = -119 \text{ kN}$$

$$A_y = -252 \text{ kN}$$

$$A_z = 0 \text{ kN}$$

$$B_x = -49 \text{ kN}$$

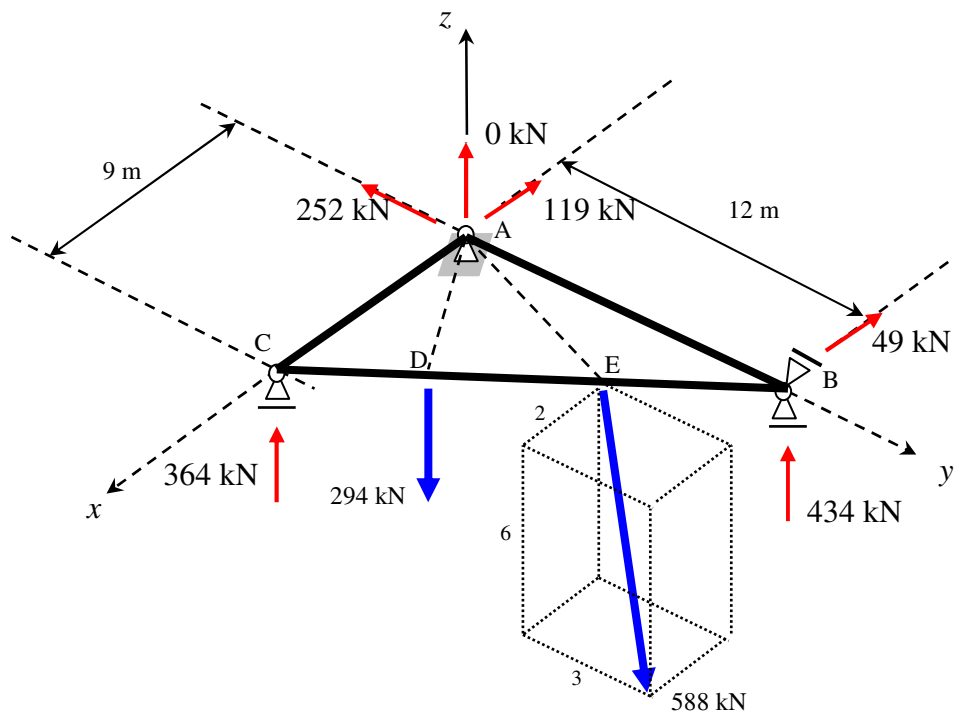
$$B_z = 434 \text{ kN}$$

$$C_z = 364 \text{ kN}$$

Aardig te vermelden is dat de verticale oplegreactie in A kennelijk nul is. Dat is ook wel logisch aangezien de verticale belasting aangrijpt op de lijn CB. Dan moeten de verticale oplegreacties ook in het verticale vlak door CB liggen.

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

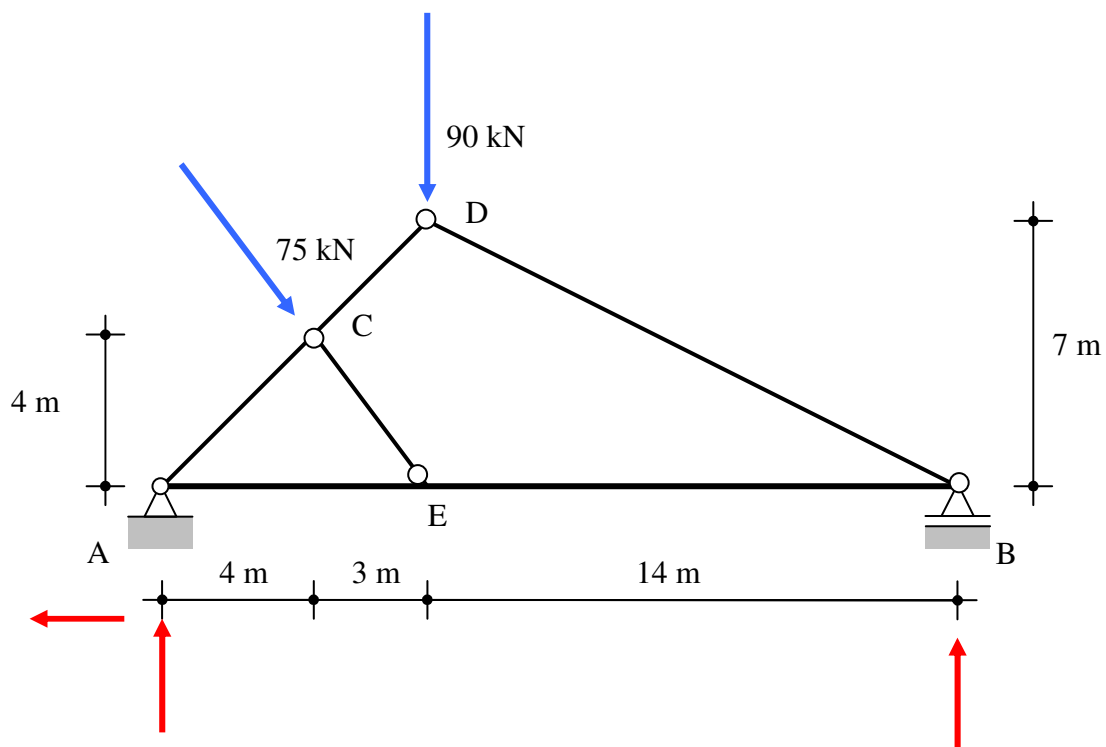
--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--

Opgave 3 (ongeveer 35 minuten)

In de hieronder weergegeven constructie is staaf AEB een doorgaande staaf waar in E aan de bovenzijde m.b.v. een scharnier de pendel CE is bevestigd. In D is een verticale puntlast aangebracht en in C een schuine puntlast waarvan de werklijn dezelfde richting heeft als pendel CE.



Vragen:

- a) Bepaal de oplegreacties en teken deze zoals ze in werkelijkheid op de constructie werken.

Snelle methode, zie ook COZ-opgave. De puntlast van 90 kN gaat via het vakwerk ADB naar de opleggingen.

De schuine puntlast van 75 kN komt in E op de ligger AB en gaat via buiging naar de opleggingen. De verticale component van deze 75 kN is 60 kN, de horizontale component is 45 kN.

$$A_V = \frac{2}{3} \times 90 + \frac{2}{3} \times 60 = 100 \text{ kN} \uparrow$$

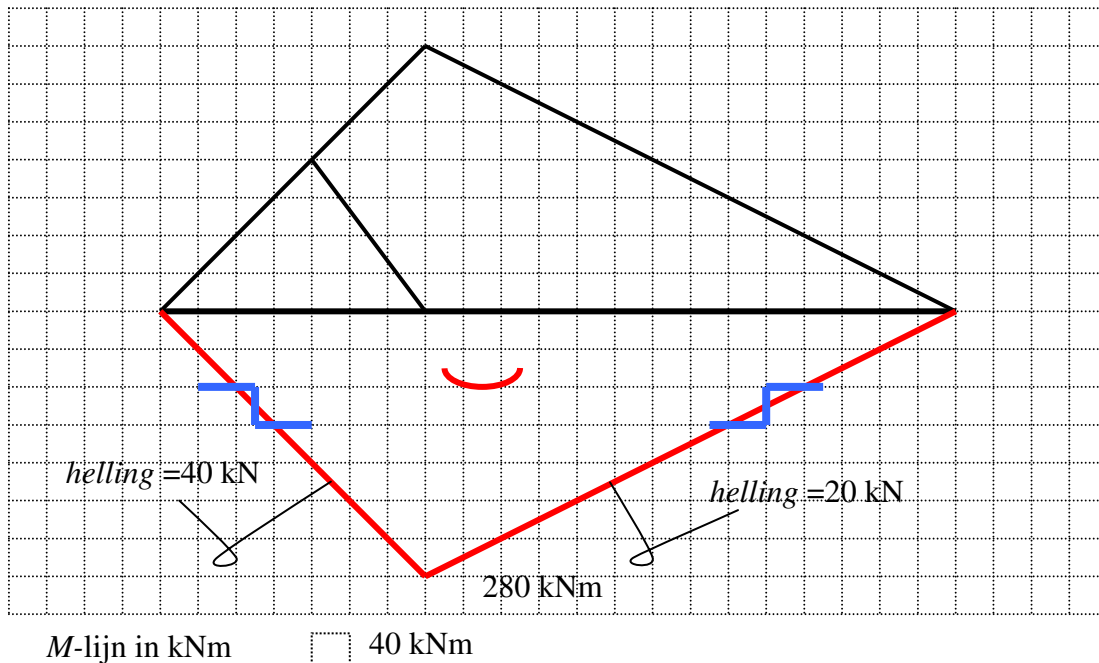
$$A_H = 45 \text{ kN} \leftarrow$$

$$B_V = \frac{1}{3} \times 90 + \frac{1}{3} \times 60 = 50 \text{ kN} \uparrow$$

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- b) Teken voor de gehele constructie de M -lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.



Alleen de puntlast van 75 kN geeft buiging in de ligger AB. Let goed op dat dus ook alleen de oplegreactie t.g.v. deze puntlast wordt gebruikt voor de bepaling van het moment in E:

$$M_E = 40 \times 7 = 280 \text{ kNm}$$

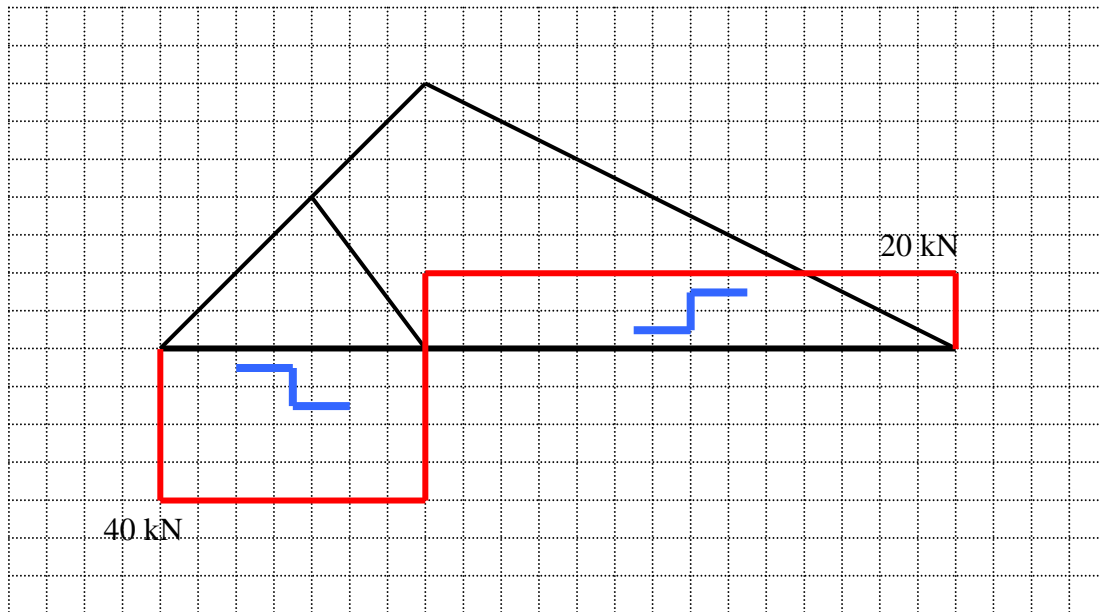
Alle andere staven zijn pendels en hebben per definitie een moment gelijk aan 0. Als hier wel momenten worden aangegeven dan wordt de vraag niet gehonoreerd. (zeer ernstige fout)

Studenten die hier 700 kNm vonden zijn dus in de val Getrapt. Als daarbij de vorm van de momentenlijn wel juist was getekend dan is de helft van de punten toegekend.

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- c) Teken voor de gehele constructie de V -lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.



V -lijn in kN

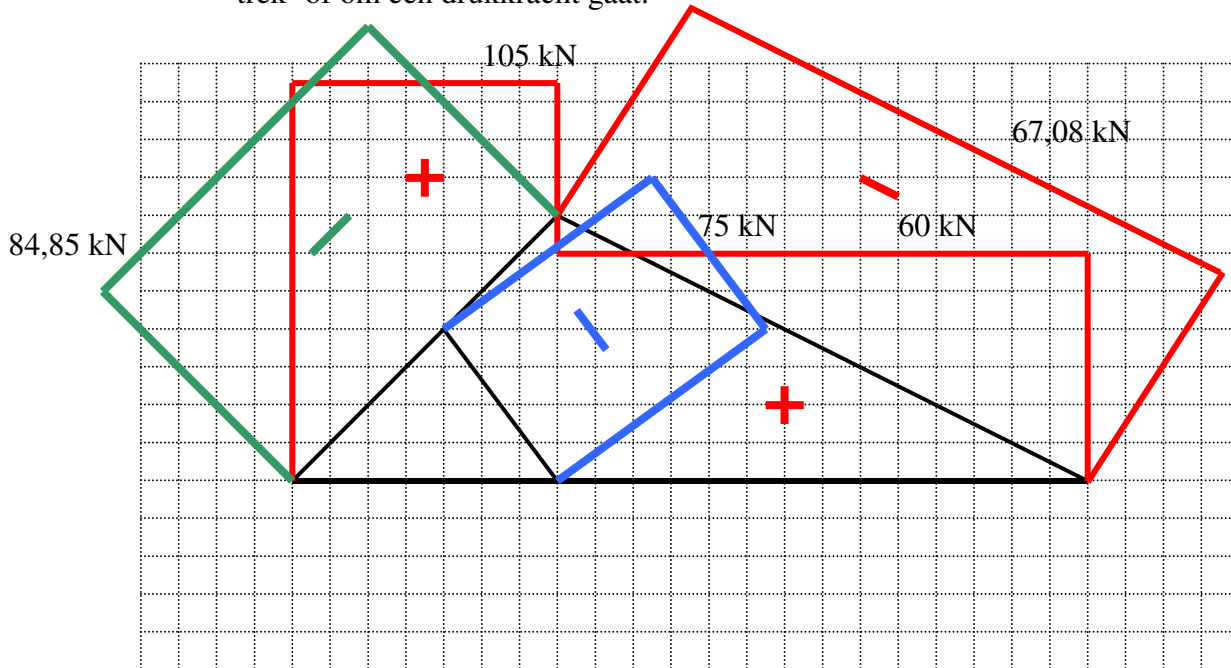


10 kN

De V -lijn kan eenvoudig gevonden worden uit de helling van de M -lijn. Neem de "fietstrappers" als vervormingstekens over in de V -lijn. Uiteraard geldt ook hier dat in pendelstaven per definitie geen dwarskracht kan optreden...

--	--	--	--	--	--	--

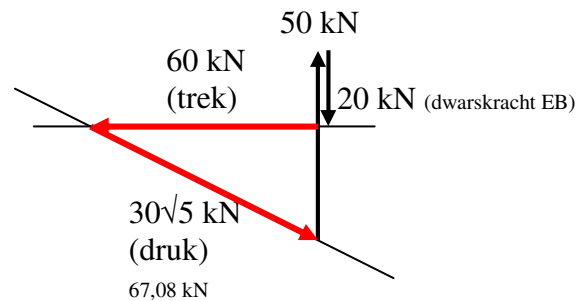
- d) Bepaal voor de gehele constructie de N -lijn en geef met + en – aan of het om een trek- of om een drukkracht gaat.



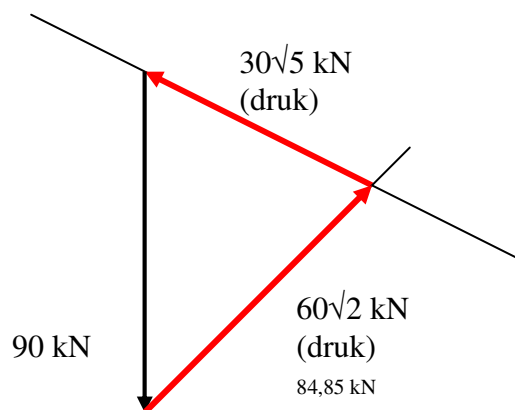
N -lijn in kN

10 kN

Knoopevenwicht in B:



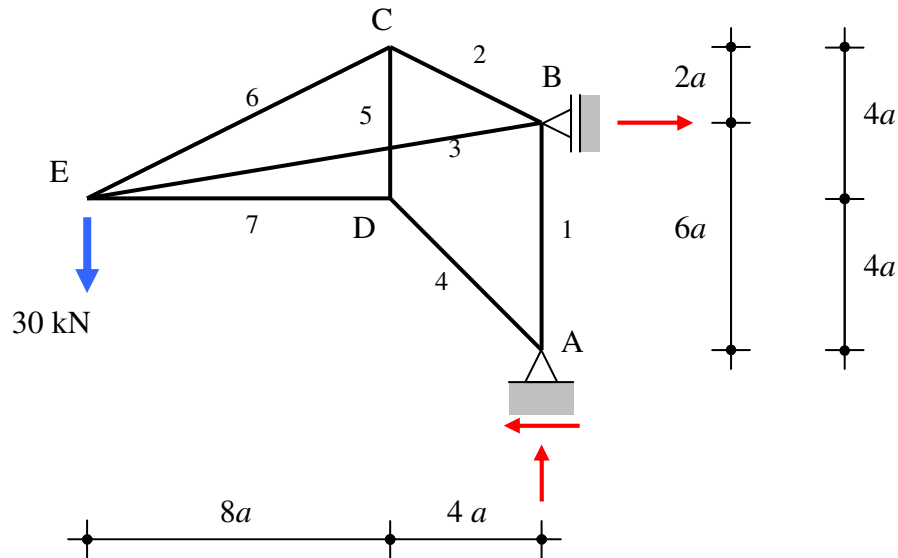
Knoopevenwicht in D:



--	--	--	--	--	--	--

Opgave 4 (ongeveer 40 minuten)

Het onderstaande vakwerk wordt in E belast met de aangegeven puntlast. De staven 3 en 5 kruisen elkaar.



Vragen:

a) Welke staven zijn nulstaven ?

Op voorhand kan geen nulstaaf worden aangewezen m.b.v. de basisregels. Na rekenwerk blijkt staaf 3 een nulstaaf te zijn. Voor de vormvastheid van de constructie is deze staaf echter wel noodzakelijk!

b) Bepaal de oplegreacties en teken deze zoals ze in werkelijkheid op de constructie werken.

Geef de aangenomen richtingen van de oplegreacties aan en werk deze uit:

$$\Sigma T|_A = 0 \quad 6a B_H - 30 \times 12a = 0 \quad \Leftrightarrow \quad B_H = 60 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\Sigma F_H = 0 \quad A_H = 60 \text{ kN} \leftarrow$$

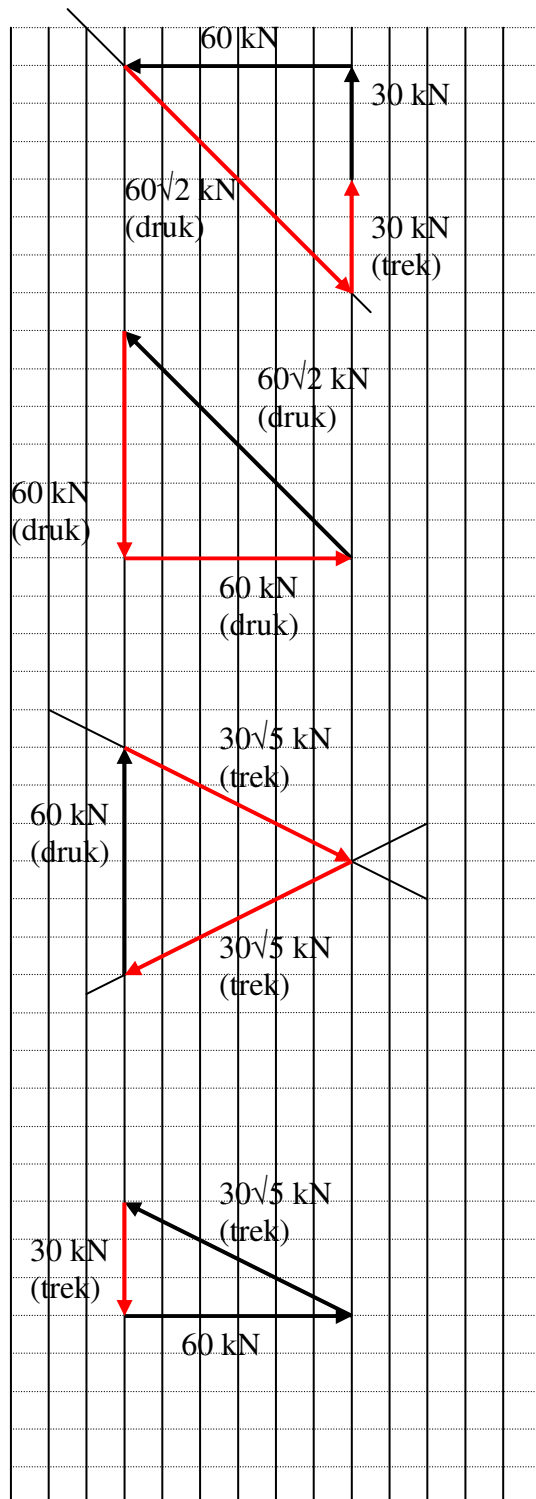
$$\Sigma F_V = 0 \quad A_V = 30 \text{ kN} \uparrow$$

Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- c) Bereken met een methode naar keuze de krachten in de staven 1 t/m 7 en verzamel de antwoorden in de tabel op de volgende pagina. Ondersteun het antwoord met schetsjes!

☐ 10 kN



knoopevenwicht van A

knoopevenwicht van D

knoopevenwicht van C

knoopevenwicht van B

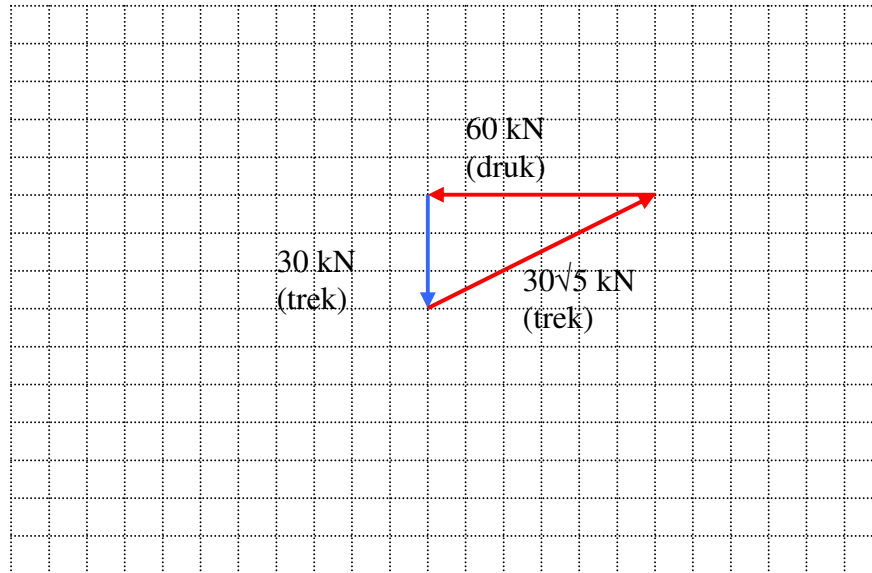
Ook nu wordt de kracht in staaf (1) gevonden. De kracht in (3) is nul. Dit is een "verstopte" nulstaaf.

Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

d) Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt E.

☐ 10 kN

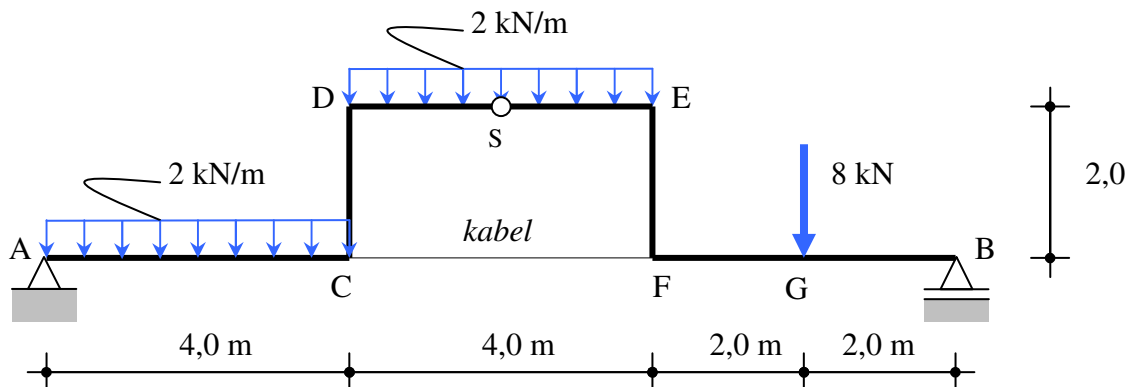


Krachtenveelhoek voor knooppunt E in kN

--	--	--	--	--	--	--

Opgave 5 (ongeveer 45 minuten)

Van de onderstaande geknikte scharnierligger met kabel wordt gevraagd de krachtsverdeling te bepalen. De delen ACDS en SEFB zijn geknikte staven die in S scharnierend met elkaar zijn verbonden. Tussen C en F is een rekloze kabel van 4,0 m aangebracht.



Vragen:

- a) Bepaal de oplegreacties in A en B en teken deze zoals ze in werkelijkheid werken.

De vervangende puntlasten staan symmetrisch op de constructie. De verticale oplegreacties in A en B zijn daarom gelijk.

$$A_v = 12 \text{ kN} \uparrow$$

$$B_v = 12 \text{ kN} \uparrow$$

$$A_h = 0 \text{ kN}$$

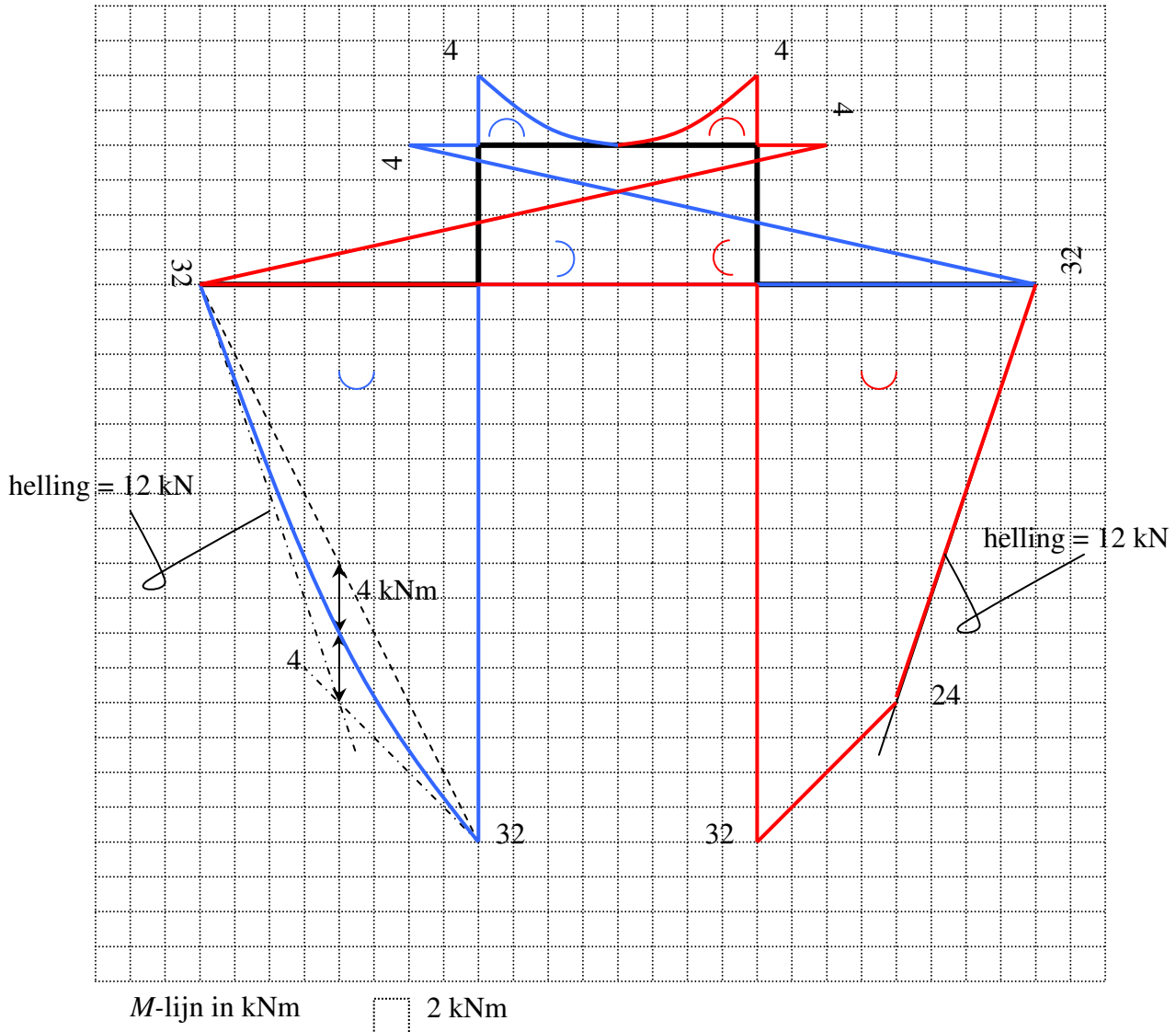
- b) Hoe verhoudt de dwarskracht direct rechts van A zich tot de dwarskracht over het deel GB?

De oplegreacties zijn gelijk dus is de dwarskracht rechts van A gelijk aan die links van B. Overigens is de dwarskracht op GB constant en is deze linear over AC.

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

c) Teken de M -lijn, geef de vervormingstekens aan en schrijf de waarden erbij.



Karakteristieke punten zijn C, D, E, F en G. Maak steeds het liggerdeel vrij en bepaal het moment in de snede. Denk aan het verloop, parabolisch, lineair of constant en let op eventuele knikken en/of sprongen. Het linker deel is in rood getekend, het rechterdeel in blauw. Merk op dat de helling van de M -lijn in A en B gelijk is!

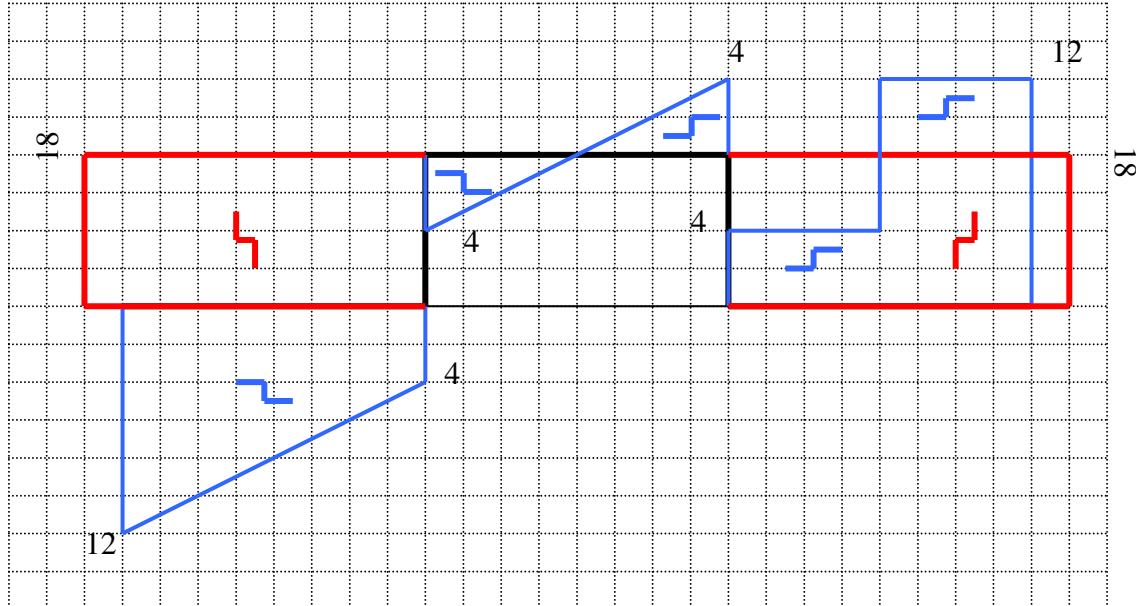
Noot:

Zet de momenten steeds loodrecht uit op de staafas. De segmentdelen gaan daarbij onvermijdelijk door elkaar maar met de vervormingstekens erin is de eenduidigheid verzekerd.

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

d) Teken de V-lijn, geef de vervormingstekens aan en schrijf de waarden erbij.



V-lijn in kNm

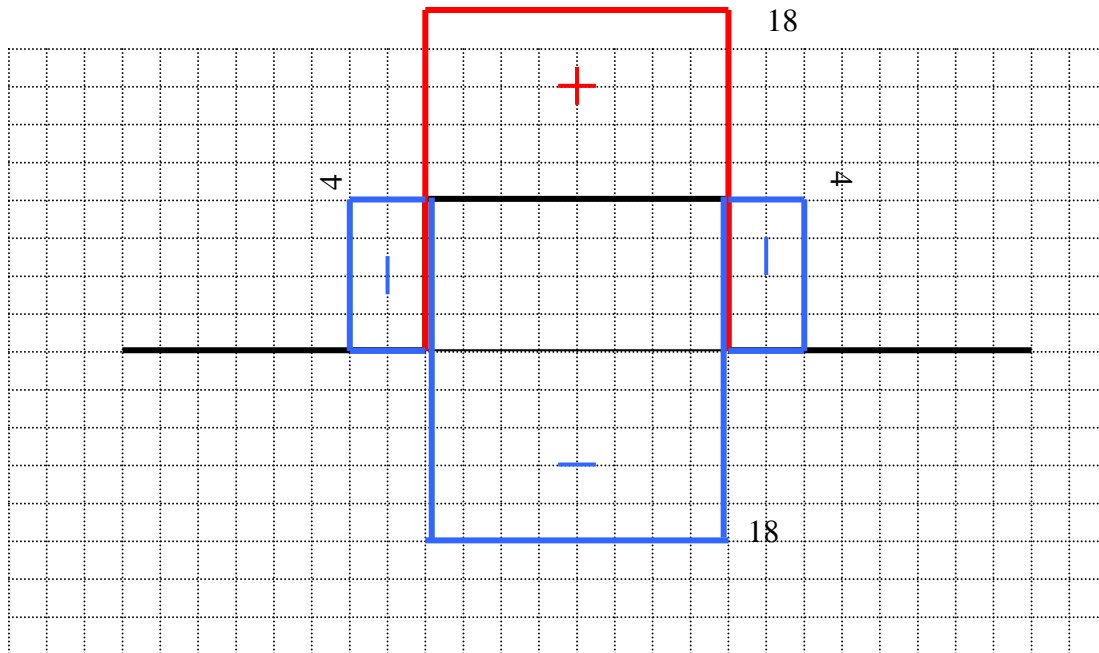
□ 2 kN

Haal de dwarskracht uit de helling van de momentenlijn. Gebruik de "fietstrappers" voor het vervormingsteken. Voor de duidelijkheid zijn de horizontale delen in blauw getekend en de verticale delen in rood. In de kabel is de dwarskracht overigens nul!

Noot:

Voor de overzichtelijkheid is ervoor gekozen de rode delen allebei naar buiten te tekenen. Aangezien het vervormingsteken in de figuur is weergegeven is de eenduidigheid van de V-lijn gegarandeerd. Merk op dat we deze optie niet hebben bij de M-lijnen, daar moet het vervormingsteken altijd met de open zijde naar de ligter-as worden aangegeven.

- e) Teken de N -lijn, met het teken aan of het om een trek- of een drukkracht gaat.



N -lijn in kNm

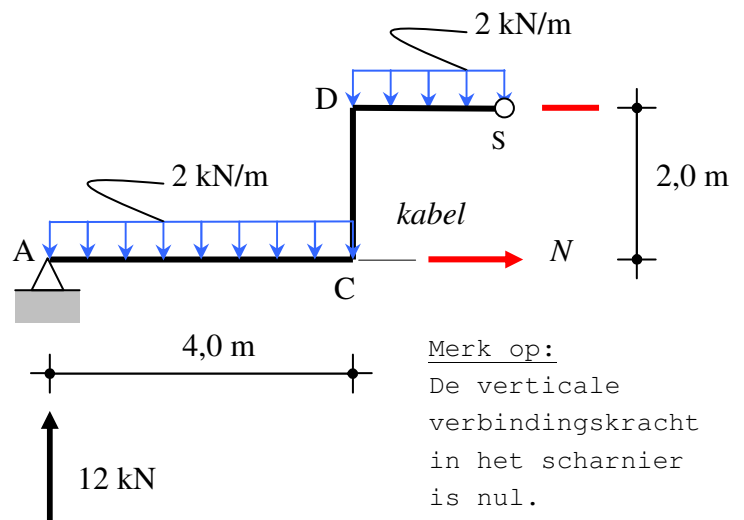
 2 kN

Om de kracht in de kabel te vinden kan b.v. het deel ACDS van de constructie worden vrijgemaakt en de momentensom om het scharnier worden gebruikt om de onbekende normaalkracht in de kabel te vinden.

$$\sum T|_S (\text{linkerdeel}) = 0$$

$$12 \times 6,0 - 8 \times 4,0 - 4 \times 1,0 - N \times 2,0 = 0$$

$$N = 18 \text{ kN (trek)}$$



Uit het horizontale evenwicht volgt dat in de bovenrand DSE een drukkracht van 18 kN moet werken. De dwarskracht uit de delen AC en FB moeten vanwege de haaks omgezette hoeken evenwicht maken met de normaalkrachten in CD en EF.

De delen onder trek zijn in de N -lijn in rood aangegeven, de delen onder druk in blauw.