

UITWERKINGSFORMULIER

Tentamen CTB1110

CONSTRUCTIEMECHANICA 1

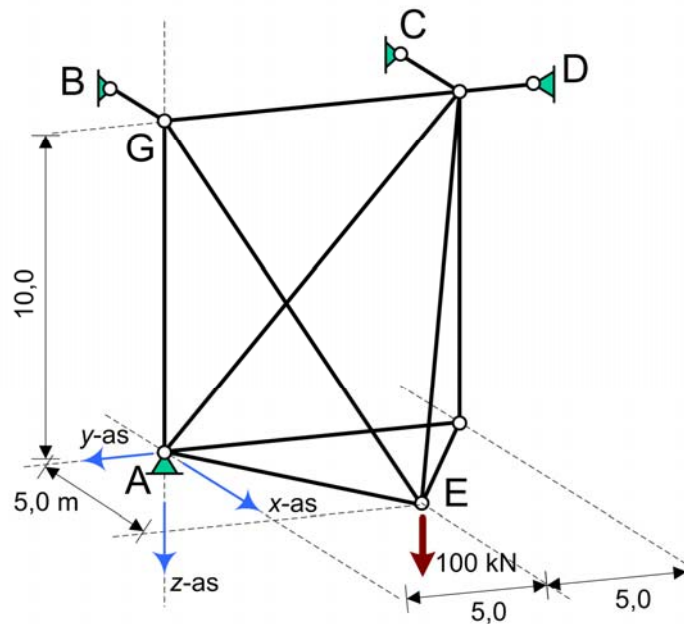
3 november 2014

09:00 – 12:00 uur (180 min)

- Dit tentamen bestaat uit 5 **opgaven**.
- Als de kandidaat niet voldoet aan de eisen tot deelname wordt het werk niet beoordeeld.
- Werk de opgaven uit op het **antwoordformulier en lever alleen deze bladen in**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van een grafische rekenmachine zonder pdf weergave en/of internetverbinding is toegestaan
- Het gebruik van mobiele telefoons en/of tablets of pda's met of zonder internetverbinding is tijdens het tentamen niet toegestaan. Alles uitschakelen en buiten bereik opbergen.
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk
- Tenzij anders vermeld speelt het eigen gewicht geen rol en zijn katrollen en scharnierende verbindingen wrijvingsloos. Voor de valversnelling g mag 10 m/s^2 worden aangehouden.

Opgave 1 (ongeveer 35 minuten)

Een **3D vakwerk** wordt op vier plaatsen (A,B,C en D) met *bolscharnieren* op zijn plaats gehouden. Deze opleggingen verhinderen *translaties* in alle richtingen. De constructie wordt in E belast met een verticale puntlast van 100 kN in de positieve z-richting. Alle afmetingen zijn in de figuur aangegeven.



Vragen:

- a) Leid een formule af voor de graad van statisch onbepaaldheid n voor een 3D-vakwerk. Hanteer in deze formule: k = aantal knopen, r = aantal oplegreacties, s = aantal staven.

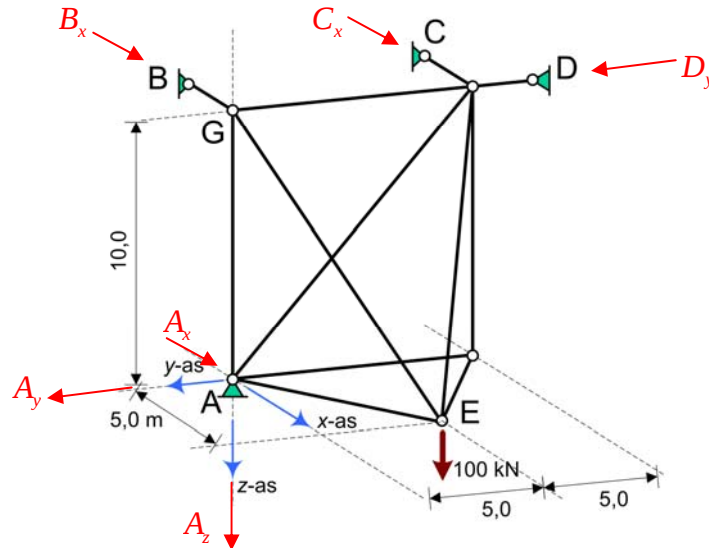
$e.v.: 3k$

$onb.: r + s$

$n = r + s - 3k$

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

- b) Geef alle mogelijke oplegreacties in de figuur aan en benoem de oplegreacties.
Gebruik de positieve as-richtingen voor de aanduiding van de oplegreacties



- c) Bepaal alle oplegreacties en geef de grootte en richting aan zoals ze in werkelijkheid werken op de constructie.

$$\sum F_x = 0 \quad A_x + B_x + C_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y + D_y = 0$$

$$\sum F_z = 0 \quad A_z + 100 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_z = -100 \text{ kN}$$

$$\sum T_x = 0 \quad D_y \cdot 10 - 100 \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad D_y = 50 \text{ kN}; \quad A_y = -50 \text{ kN}$$

$$\sum T_y^{DG} = 0 \quad A_x \cdot 10 - 100 \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = 50 \text{ kN}$$

$$\sum T_z = 0 \quad C_x \cdot 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_x = 0; \quad B_x = -50 \text{ kN}$$

oplossing:

$$A_x = 50 \text{ kN}; \quad A_y = -50 \text{ kN}; \quad A_z = -100 \text{ kN}$$

$$B_x = -50 \text{ kN}$$

$$C_x = 0$$

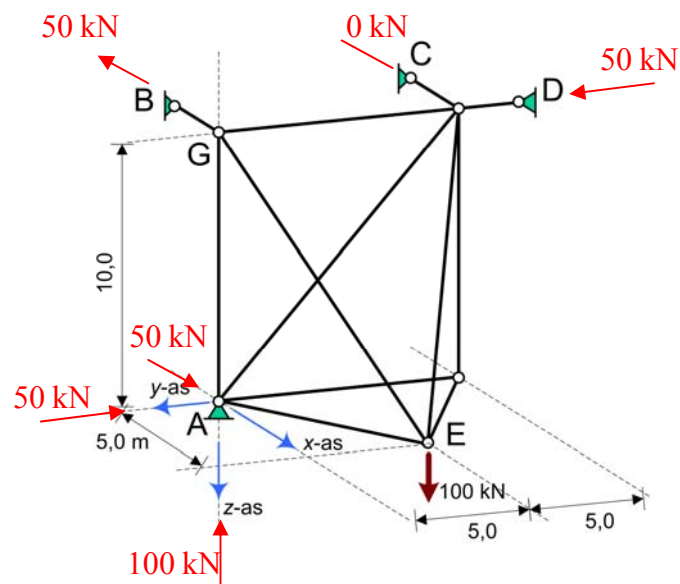
$$D_y = 50 \text{ kN}$$

interpreteer deze uitkomsten en geef ze in de tekening aan zoals

ze in werkelijkheid werken, reflecteer op je antwoord!

m.a.w. kijk goed of het klopt!

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►



d) Bepaal de kracht in staaf EG en geef aan of het hier om trek of druk gaat.

knoopevenwicht van G:

$$N_x^{GE} = 50 \text{ kN} \quad \text{met:} \quad N_x^{GE} = \frac{5}{\sqrt{10^2 + 5^2 + 5^2}} N^{GE} \Leftrightarrow$$

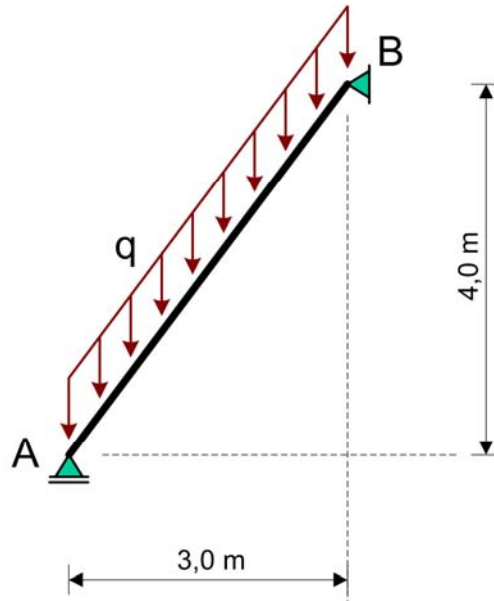
$$N_x^{GE} = 0,408 N^{GE}$$

$$N^{GE} = 122,5 \text{ kN} \quad (\text{trek})$$

Opgave 2 (ongeveer 40 minuten)

De onderstaande schuine ligger AB wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting zoals aangegeven in de figuur. De belasting is gegeven in kN per eenheid van lengte langs de schuine staaf AB. Merk op dat deze belasting niet loodrecht op de staafas aangrijpt.

Gegeven:
 $q = 40 \text{ kN/m}$



Vragen:

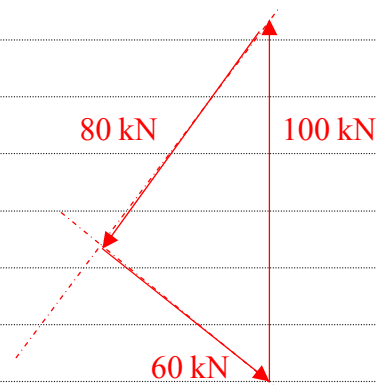
- a) Bepaal de oplegreacties en bepaal op basis van **knoopevenwicht** in A de normaalkracht N en dwarskracht V in de ligger ter plaatse van A. Laat met een duidelijke schets zien welke richtingen worden gevonden voor N en V .

$$A_V = B_V = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 5 = 100 \text{ kN}$$

$$B_H = 0$$

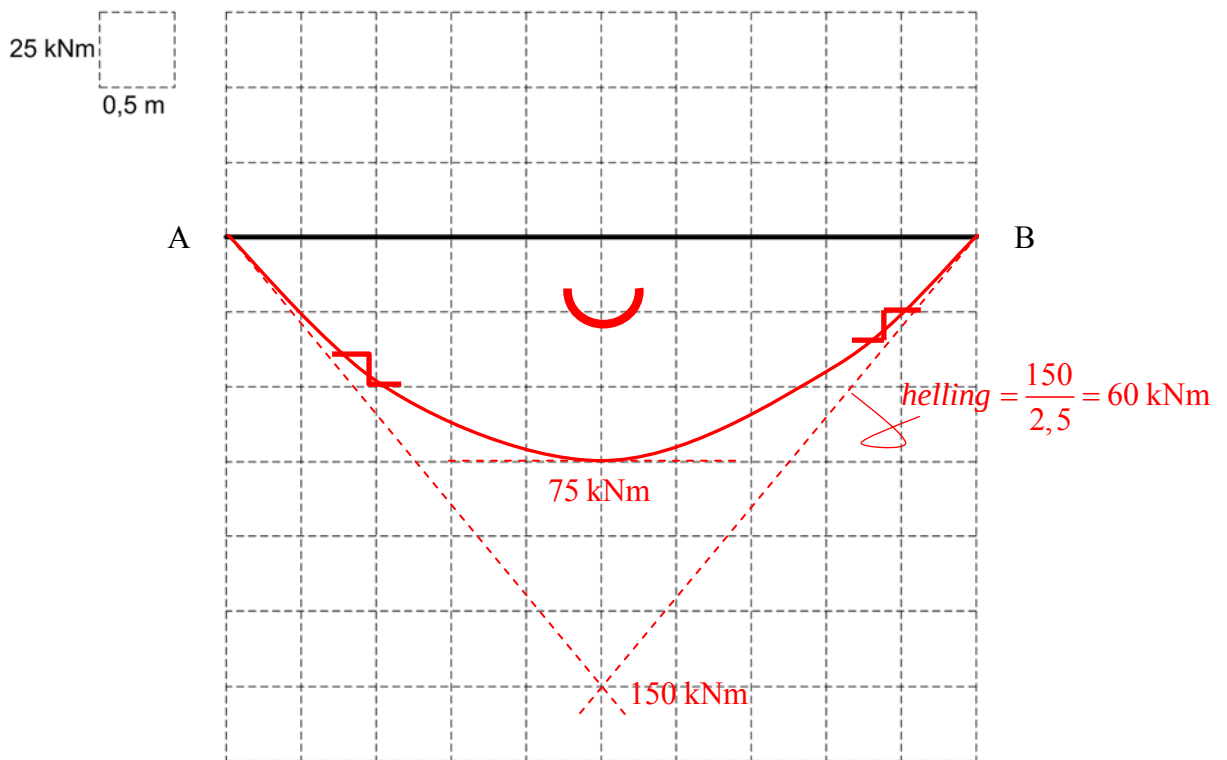
$$N = -80 \text{ kN (druk)}$$

$$V = 60 \text{ kN}$$

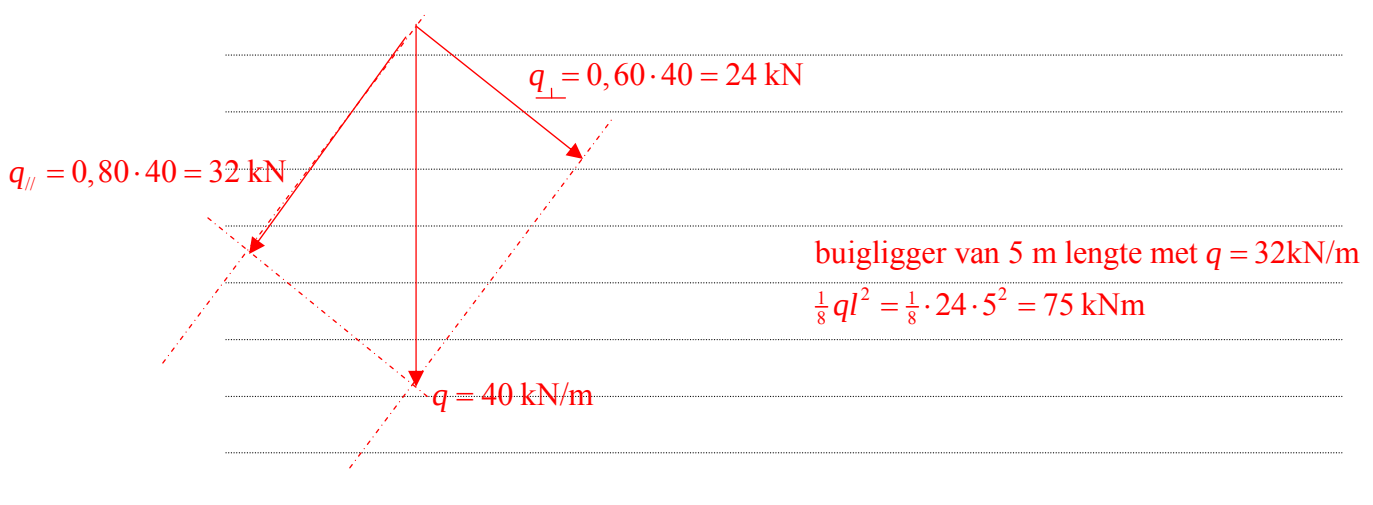


Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

- b) Teken voor de gehele constructie de M -lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.

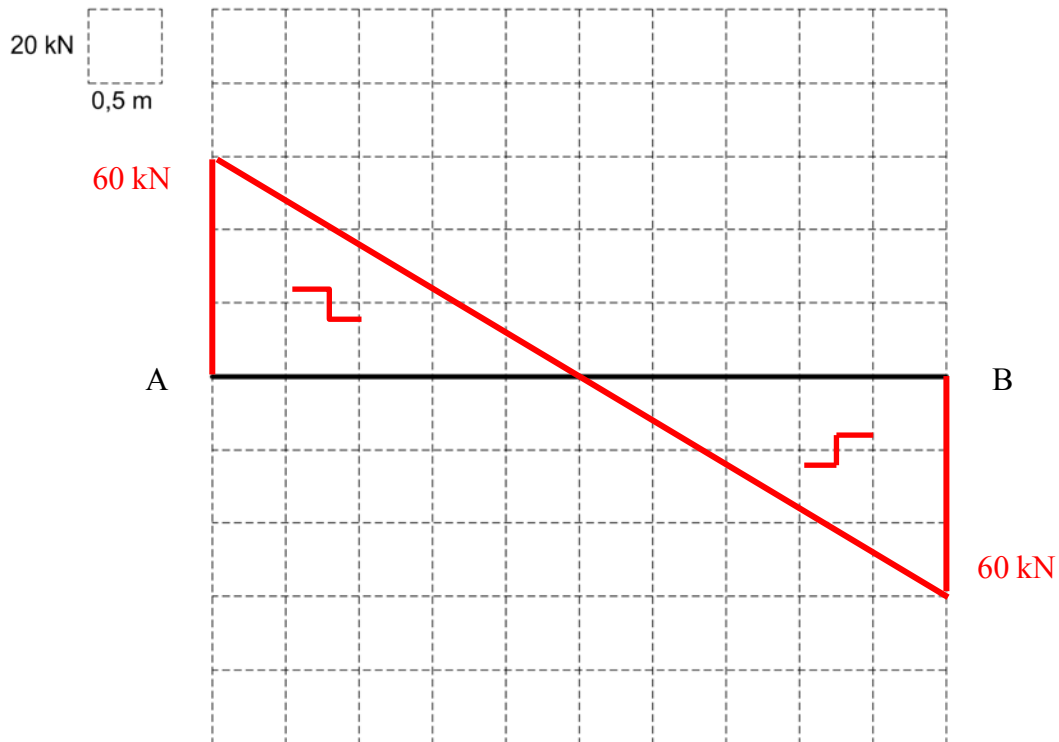


"Klein VWO-leed" : ontbind de q -last



Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

- c) Teken voor de gehele constructie de V-lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.



haal de dwarskracht uit de M -lijn (vervormingstekens en helling):

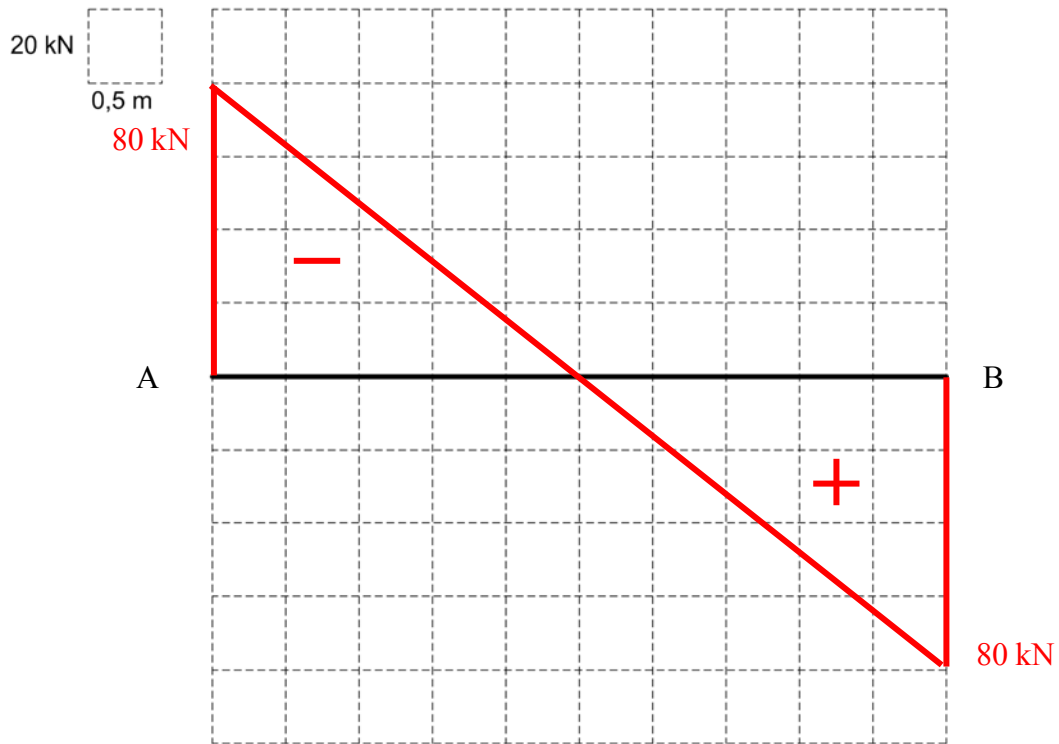
$$\text{helling} = \frac{150}{2,5} = 60 \text{ kNm}$$

verloop is bekend, gelijkmatig verdeelde q -last geeft
een lineair verlopende V -lijn, denk aan de

$$\text{differentiaalbetrekking: } \frac{dV}{dx} = -q_x$$

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

- d) Teken voor de gehele constructie de N -lijn en geef met het teken aan of het om trek of druk gaat. Schrijf de waarden erbij.



de normaalkracht is bij a) berekend

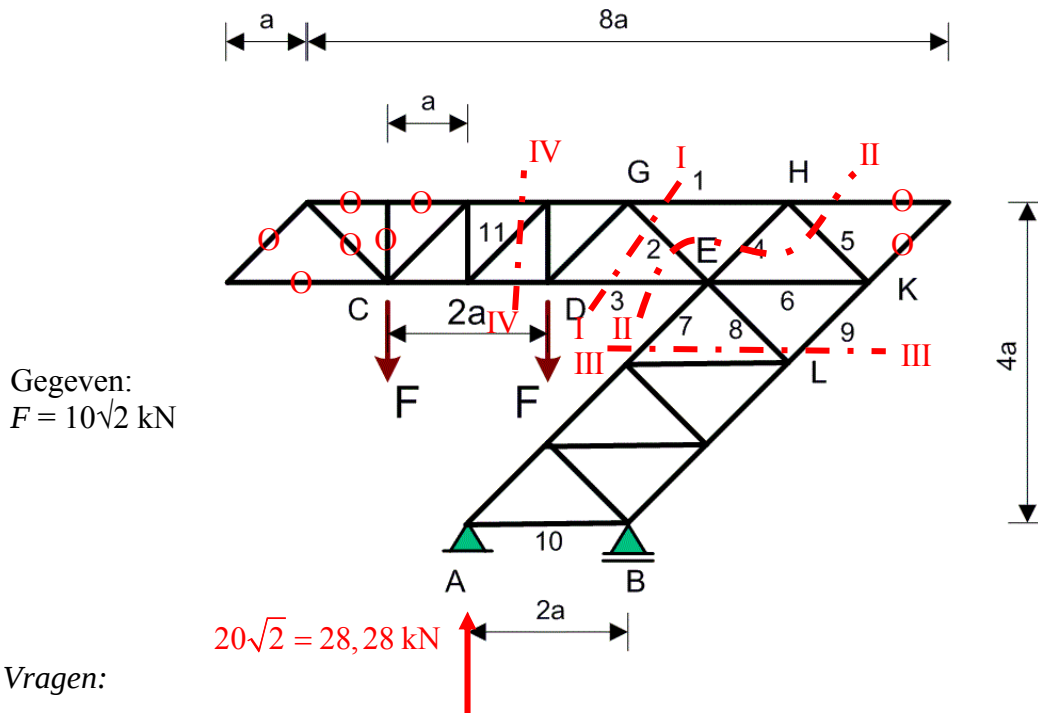
verloop is bekend, gelijkmatig verdeelde q -last geeft

een lineair verlopende N -lijn, denk aan de

differentiaalbetrekking: $\frac{dN}{dx} = -q_x$

Opgave 3 (ongeveer 40 minuten)

Een vakwerk wordt verticaal belast in C en D met de twee aangegeven puntlasten F . Houd de aangegeven staafnummering aan in de berekeningen.



- Geef in de bovenstaande tekening de nulstaven aan.
- Bereken de oplegreacties, teken deze in de bovenstaande figuur zoals ze in werkelijkheid werken en schrijf de waarden er bij.

herken de druklijn van de belasting dan is direct

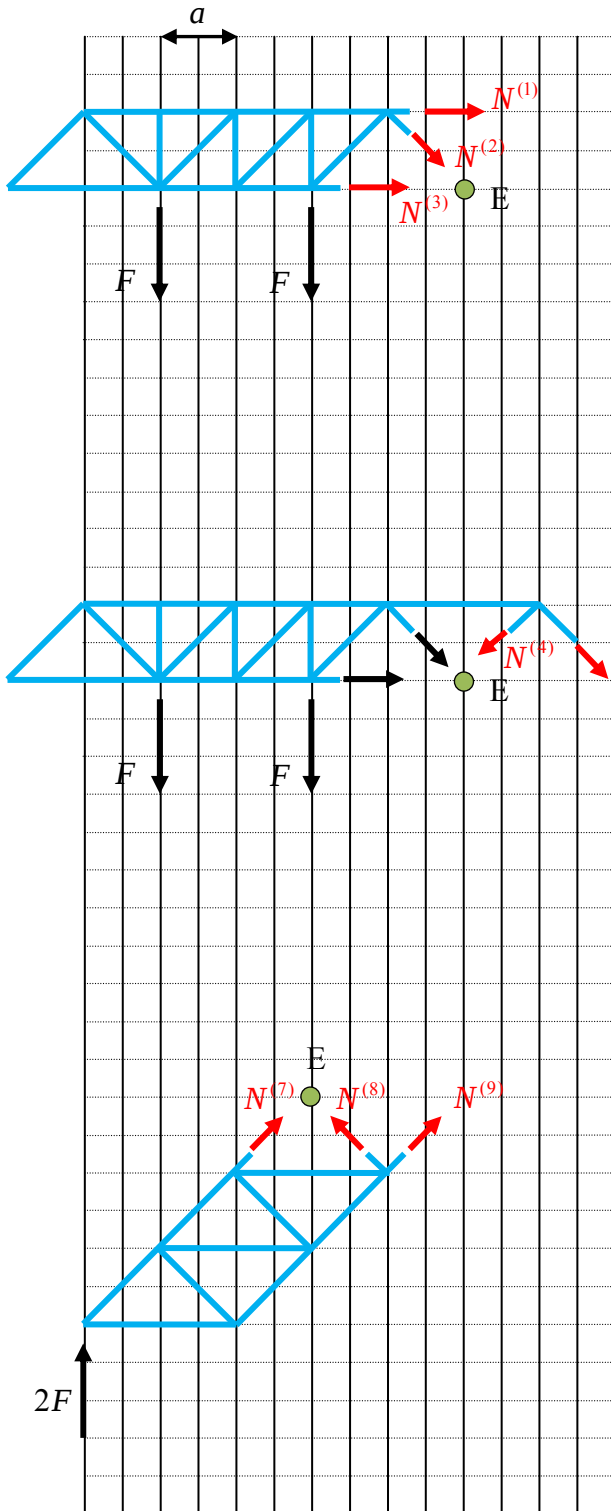
in te zien dat $A_v = 2F$ ($\uparrow$) en $B_v = 0$ en $A_H = 0$

zie je dit niet zo snel dan gewoon de standaard aanpak

toepassen, som van de momenten om A levert B_v etc.

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

- c) Bereken met de snedemethode de krachten in staaf 1 t/m 9, met de juiste tekens (trek positief en druk negatief) en verzamel de antwoorden in de tabel op pagina 12.



snede I-I door staven 1-2-3:

$$\Sigma T|_E = 0 \quad \text{staaf 1} \quad N^{(1)} \cdot a - F \cdot 2a - F \cdot 4a = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(1)} = +6F = 60\sqrt{2} = 84,85 \text{ kN}$$

$$\Sigma T|_{1-2} = 0 \quad \text{staaf 3} \quad N^{(3)} \cdot a + 4F \cdot a = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(3)} = -4F = -40\sqrt{2} = -56,57 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_V = 0 \quad \text{staaf 2} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(2)} + 2F = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(2)} = -\frac{4}{\sqrt{2}}F = -\frac{4}{\sqrt{2}}10\sqrt{2} = -40 \text{ kN}$$

snede II-II door staven 3-2-4-5:

$$\Sigma T|_E = 0 \quad \text{staaf 5} \quad -\frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(5)} \cdot 2a + F \cdot 2a + F \cdot 4a = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(5)} = +\frac{6}{\sqrt{2}}F = \frac{6}{\sqrt{2}}10\sqrt{2} = 60 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_V = 0 \quad \text{staaf 4} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(2)} + \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(4)} + \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(5)} + 2F = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(2)} + N^{(4)} + N^{(5)} = +\frac{4}{\sqrt{2}}F \Leftrightarrow$$

$$-40 + N^{(4)} + 120 = +\frac{4}{\sqrt{2}}10\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$N^{(4)} = 40 + 40 - 120 = -60 \text{ kN}$$

snede III-III door staven 7-8-9:

$$\Sigma T|_E = 0 \quad \text{staaf 9} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(9)} \cdot 2a - 2F \cdot 3a = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(9)} = +\frac{6}{\sqrt{2}}F = \frac{6}{\sqrt{2}}10\sqrt{2} = 60 \text{ kN}$$

$$\Sigma T|_{8-9} = 0 \quad \text{staaf 7} \quad -\frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(7)} \cdot 2a - 2F \cdot 4a = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(7)} = -\frac{8}{\sqrt{2}}F = -\frac{8}{\sqrt{2}}10\sqrt{2} = -80 \text{ kN}$$

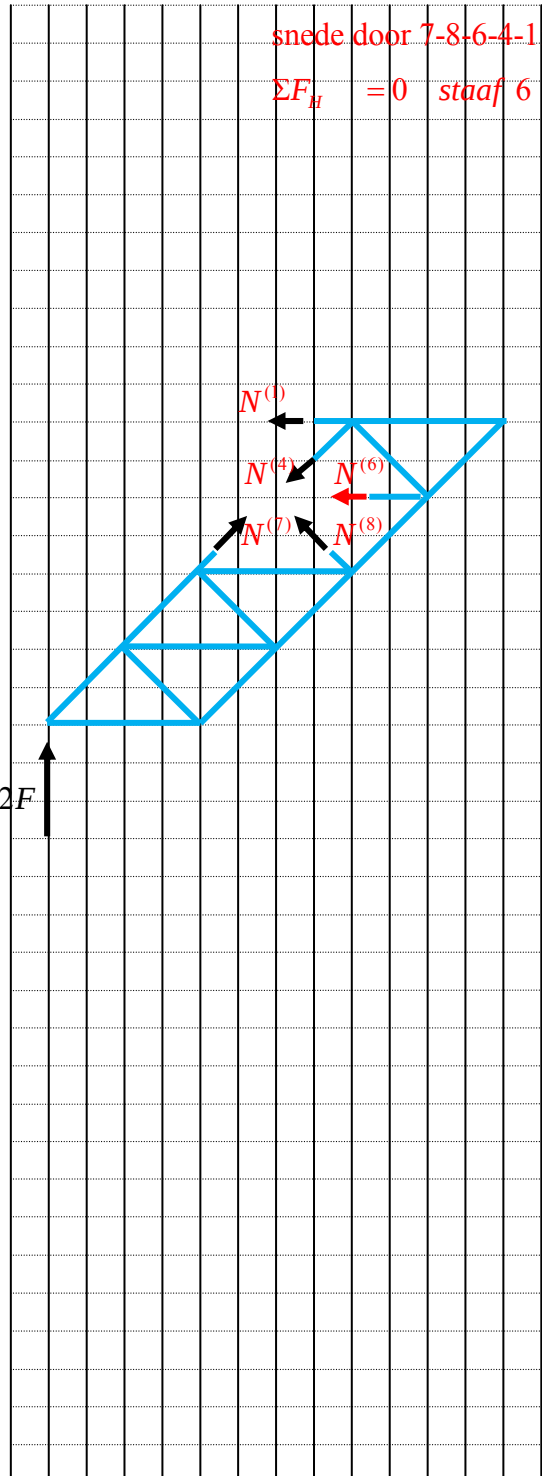
$$\Sigma F_H = 0 \quad \text{staaf 8} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(7)} - \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(8)} + \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(9)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$N^{(7)} - N^{(8)} + N^{(9)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-80 - N^{(8)} + 60 = 0 \Rightarrow N^{(8)} = -20 \text{ kN}$$

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

.. vervolg onderdeel c) ..



snede door 7-8-6-4-1:

$$\Sigma F_H = 0 \quad \text{staaf 6} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(7)} - \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(8)} - N^{(6)} - \frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(4)} - N^{(1)} = 0 \Leftrightarrow$$

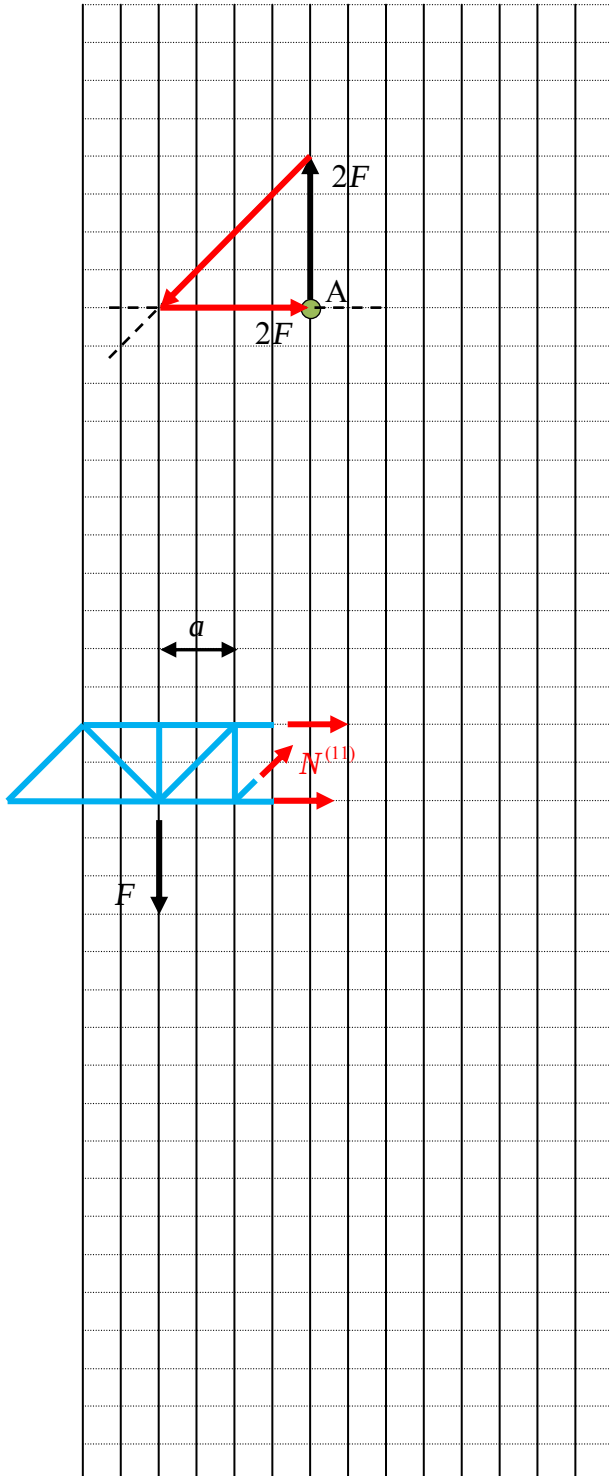
$$N^{(6)} = \frac{1}{2}\sqrt{2}(-80) - \frac{1}{2}\sqrt{2}(-20) - \frac{1}{2}\sqrt{2}(-60) - \frac{1}{2}\sqrt{2}(120) =$$

$$N^{(6)} = -60\sqrt{2} = -84,85 \text{ kN}$$

knoopevenwicht van E wordt ook goed gerekend.

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

- d) Bereken met een methode naar keuze de krachten in de horizontale staaf 10 en de diagonaal 11, met de juiste tekens (trek positief en druk negatief) en verzamel de antwoorden in de tabel op pagina 12.



knoopevenwicht van knoop A:

krachtenveelhoek $N^{(10)} = 2F = 20\sqrt{2} = 28,28 \text{ kN}$

kracht is van de knoop af, dus trek

snede IV-IV:

$\Sigma F_v = 0$ staaf 11 $\frac{1}{2}\sqrt{2}N^{(11)} = F = 10\sqrt{2}$

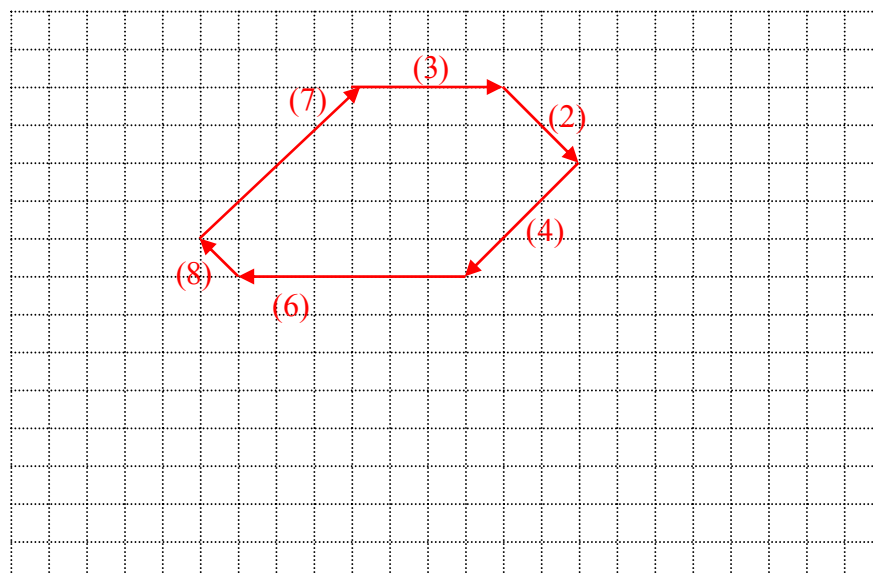
$N^{(11)} = +20 \text{ kN}$

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

Staafl	N [kN]
1	$+60\sqrt{2} = +84,85$
2	-40
3	$-40\sqrt{2} = -56,57$
4	-60
5	+60
6	$-60\sqrt{2} = -84,85$
7	-80
8	-20
9	+60
10	$+20\sqrt{2} = +28,28$
11	+20

Vergeet niet deze tabel in te vullen i.v.m.
het automatische leesapparaat.....

e) Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt E waar zes staven samen komen.



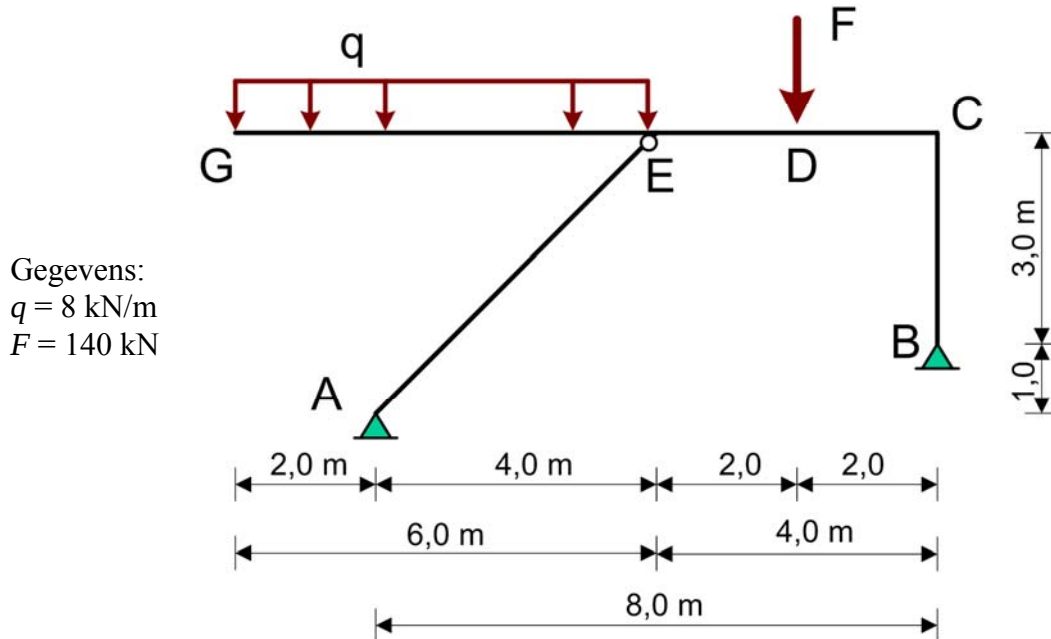
$10\sqrt{2}$ kN



Krachtenveelhoek voor knooppunt E in kN (kies zelf een schaal)

Opgave 4 (ongeveer 40 minuten)

De onderstaande spantconstructie is in A en B scharnierend ondersteund. In E is onder het geknikte deel BCDEG een schuine schoor AE geplaatst. De gelijkmatig verdeelde belasting op GE is 8 kN/m en in D grijpt een verticale puntlast van 140 kN aan in de aangegeven richting.



Vragen:

- a) Bepaal de oplegreacties en geef deze in de bovenstaande figuur weer zoals ze in werkelijkheid werken. Zet de waarden erbij.

herken AE als pendelstaaf

momentenevenwicht om B en schuif de oplegreactie in A langs

AE tot op het niveau van B:

$$A_v \cdot 7 - (8 \cdot 6) \cdot 7 - 140 \cdot 2 = 0$$

$$A_v = 48 + 40 = 88 \text{ kN } (\uparrow) \quad A_H = 88 \text{ kN } (\rightarrow)$$

$$B_v = 100 \text{ kN } (\uparrow) \quad B_H = 88 \text{ kN } (\leftarrow)$$

Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

- b) Bepaal de momentenlijn en teken deze inclusief de vervormingstekens en de waarde op karakteristieke punten.

karacteristieke punten C en E:

$$M_C = 88 \cdot 3 = 264 \text{ kNm}$$

$$M_E = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6^2 = 144 \text{ kNm}$$

rekenhulpjes:

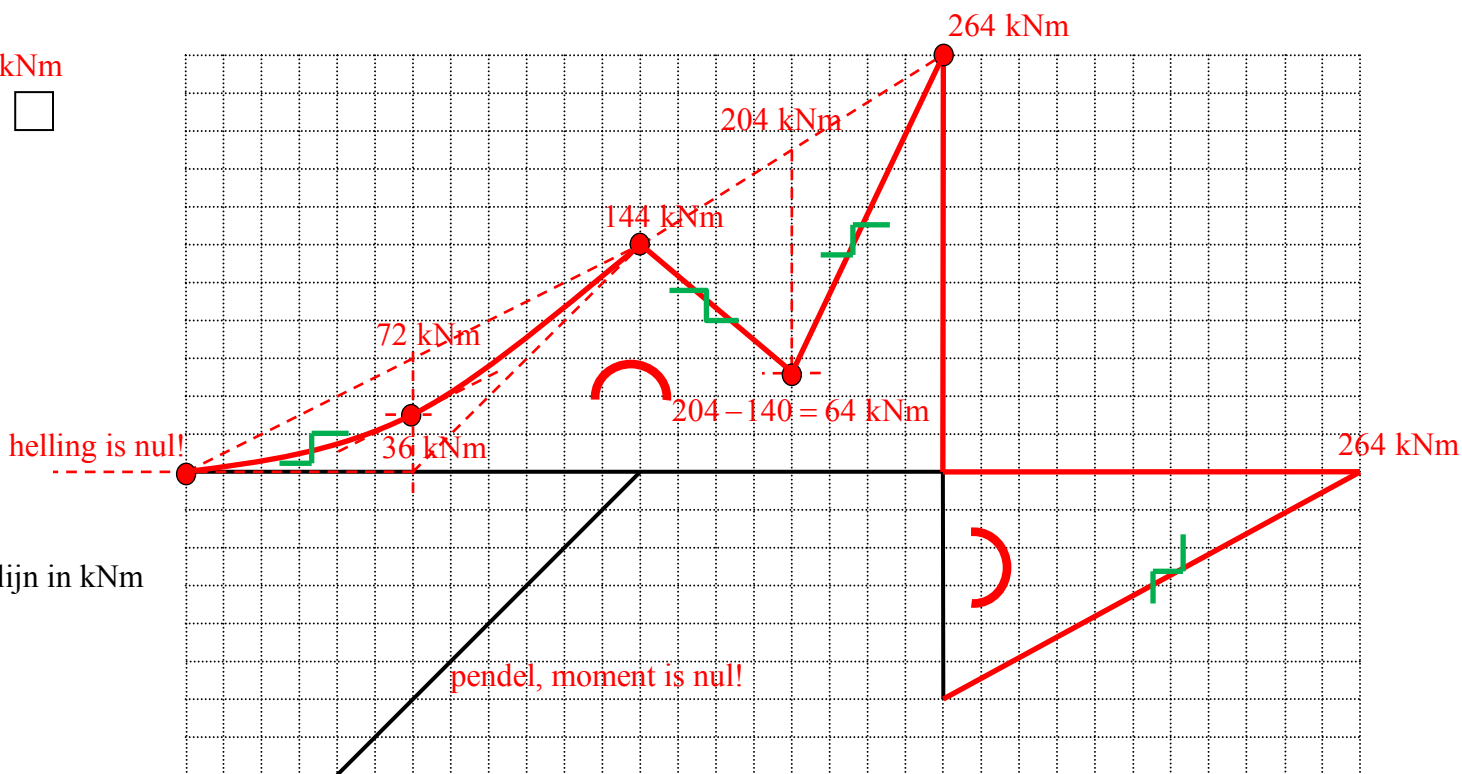
$$\frac{1}{8}ql^2 = \frac{1}{8} \cdot 8 \cdot 6^2 = 36 \text{ kNm}$$

$$\frac{1}{4}Fl = \frac{1}{4} \cdot 140 \cdot 4 = 140 \text{ kNm}$$

24 kNm



M-lijn in kNm



- c) Bepaal de dwarskrachtenlijn en teken deze inclusief de vervormingstekens en de waarde op karakteristieke punten.

haal de dwarskracht uit de M -lijn (vervormingstekens en helling):

$$V_G = 0$$

$$V_{E-links} = \frac{144}{3} = 48 \text{ kN}$$

$$V_{E-rechts} = V_{ED} = \frac{144 - 64}{2} = 40 \text{ kN}$$

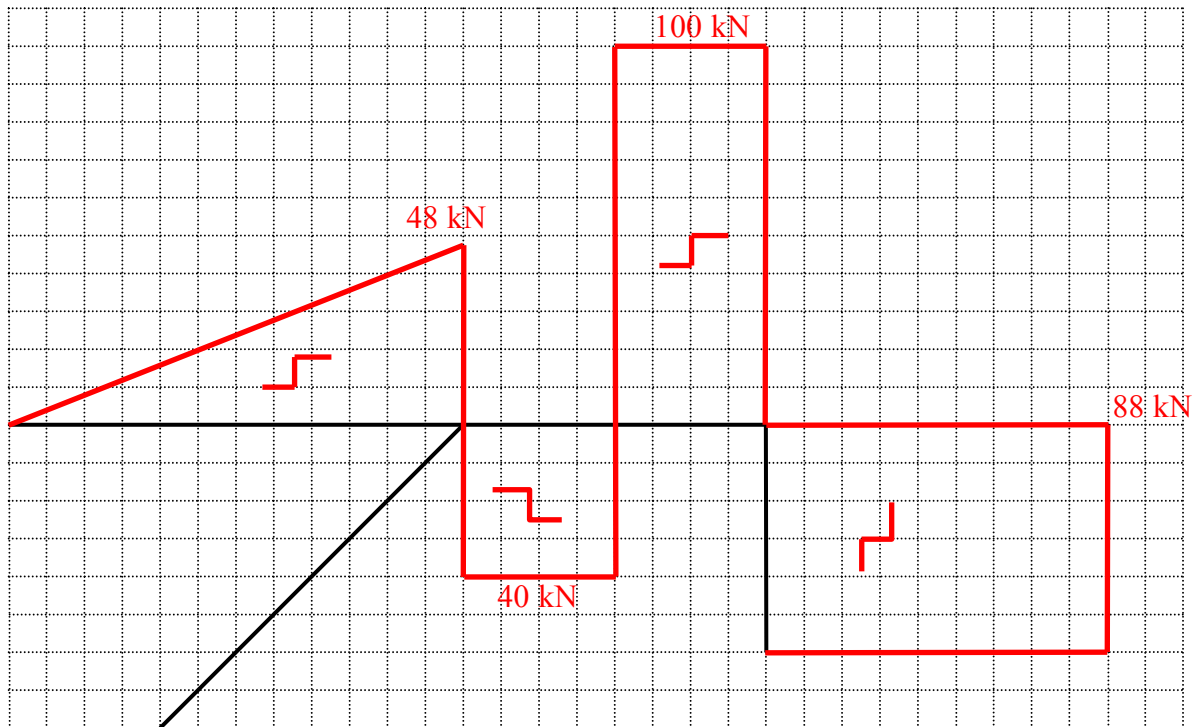
$$V_{DC} = \frac{264 - 64}{2} = 100 \text{ kN} \quad (\text{klopt met } B_v)$$

$$V_{CB} = \frac{264}{3} = 88 \text{ kN} \quad (\text{klopt met } B_H)$$

10 kN



V-lijn in kN



Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

- d) Bepaal de normaalkrachtenlijn en teken deze inclusief het teken voor trek en druk en de waarde op karakteristieke punten.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

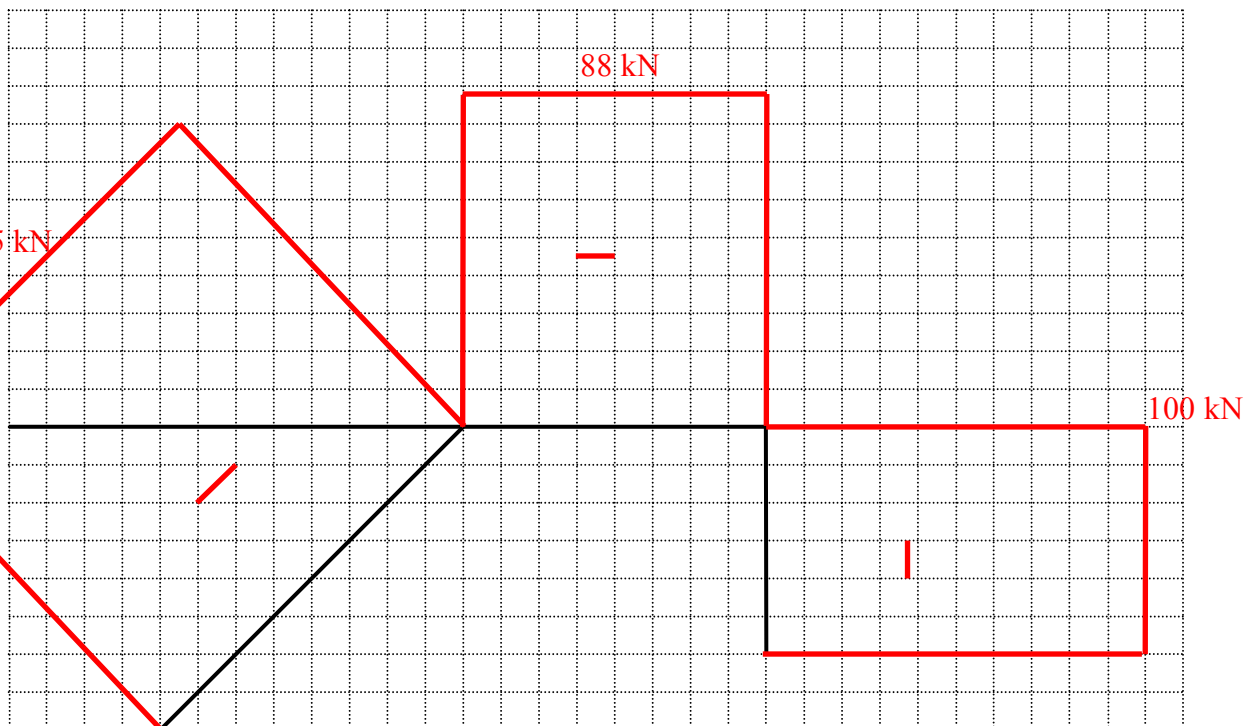
.....

10 kN



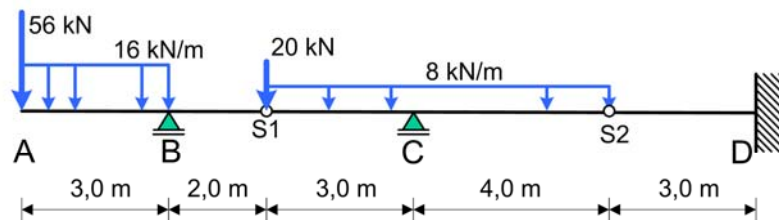
$88\sqrt{2}=124,45 \text{ kN}$

N-lijn in kN



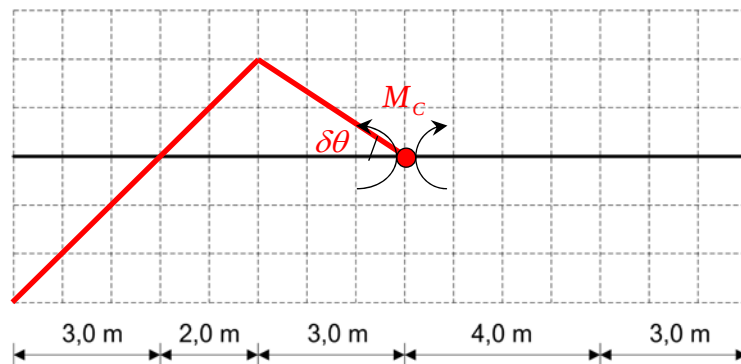
Opgave 5 (ongeveer 30 minuten)

Van de onderstaande scharnierligger met twee scharnieren S1 en S2, wordt gevraagd de krachtsverdeling te bepalen met behulp van het principe van virtuele arbeid. De ligger is in D volledig ingeklemd en met een horizontale rol in B en C ondersteund. De belasting is in de onderstaande figuur aangegeven.



Vragen:

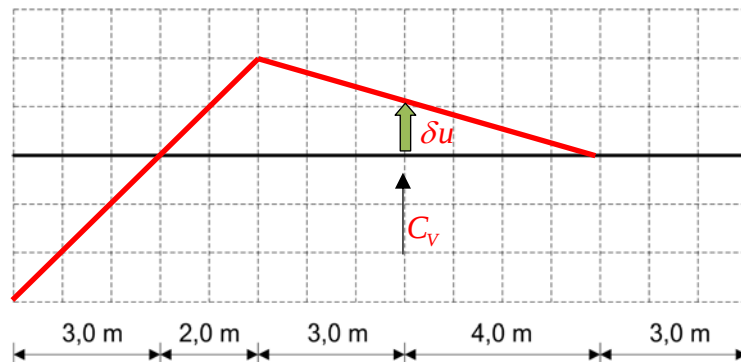
- a) Bepaal met het principe van virtuele arbeid het moment in de ligger in C.



$$\delta A = -M_C \delta\theta - 20 \cdot 3,0 \cdot \delta\theta - (3 \cdot 8) \cdot 1,5 \cdot \delta\theta + 56 \cdot 3,0 \cdot \frac{3}{2} \delta\theta + (3 \cdot 16) \cdot 1,5 \cdot \frac{3}{2} \delta\theta = 0$$

$$M_C = 264 \text{ kNm}$$

- b) Bepaal met het principe van virtuele arbeid de oplegreactie in C.

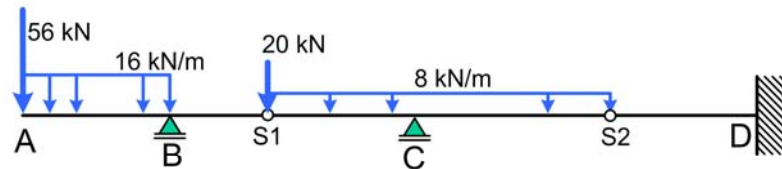


$$\delta A = C_V \delta u - (8 \cdot 7,0) \cdot \frac{7}{8} \delta u - 20 \cdot \frac{7}{4} \cdot \delta u + 56 \cdot 1,5 \cdot \frac{7}{4} \delta u + (3 \cdot 16) \cdot 1,5 \cdot \frac{7}{8} \delta u = 0$$

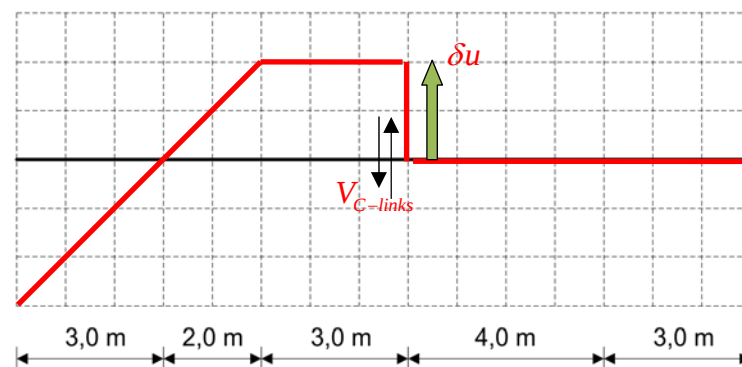
$$C_V = -126 \text{ kNm} \quad (\text{dus omlaag!})$$

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

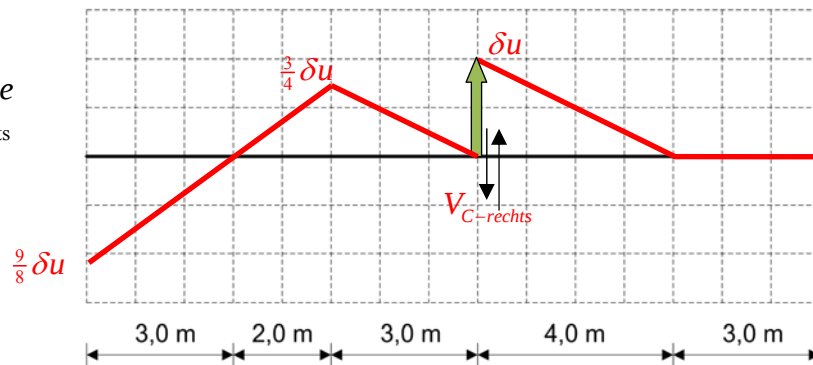
- c) Bepaal met het principe van virtuele arbeid de dwarskracht direct links en rechts van punt C.



Mechanisme
voor $V_{C-links}$



Mechanisme
voor $V_{C-rechts}$



$$\delta A = -V_{C-links} \delta u - (8 \cdot 3,0) \cdot \delta u - 20 \cdot \delta u + 56 \cdot 1,5 \delta u + (3 \cdot 16) \cdot \frac{3}{4} \delta u = 0$$

$$V_{C-links} = 76 \text{ kNm}$$

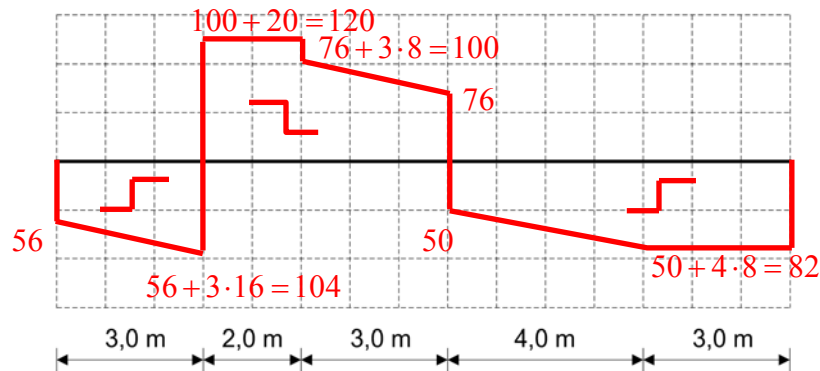
$$\delta A = V_{C-rechts} \delta u - (8 \cdot 4,0) \cdot \frac{1}{2} \delta u - 20 \cdot \frac{3}{4} \delta u - (8 \cdot 3) \cdot \frac{3}{8} \delta u + 56 \cdot \frac{9}{8} \delta u + (3 \cdot 16) \cdot \frac{9}{16} \delta u = 0$$

$$V_{C-rechts} = -50 \text{ kNm}$$

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

- d) Teken met behulp van de gevonden resultaten voor de gehele constructie de V-lijn inclusief de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij.

V-lijn in kN



mogelijke aanpak:

- start in C
- gelijke q - last op velden dan V - lijn gelijke helling voor deze velden
- linker uiteinde : de dwarskracht is bekend, 56 kN

- e) Geef hieronder de werkelijke richting van de dwarskracht aan in de snede links en rechts van B op basis van de V-lijn en geef de grootte en richting van de oplegreactie aan zoals deze werkt op de constructie.

