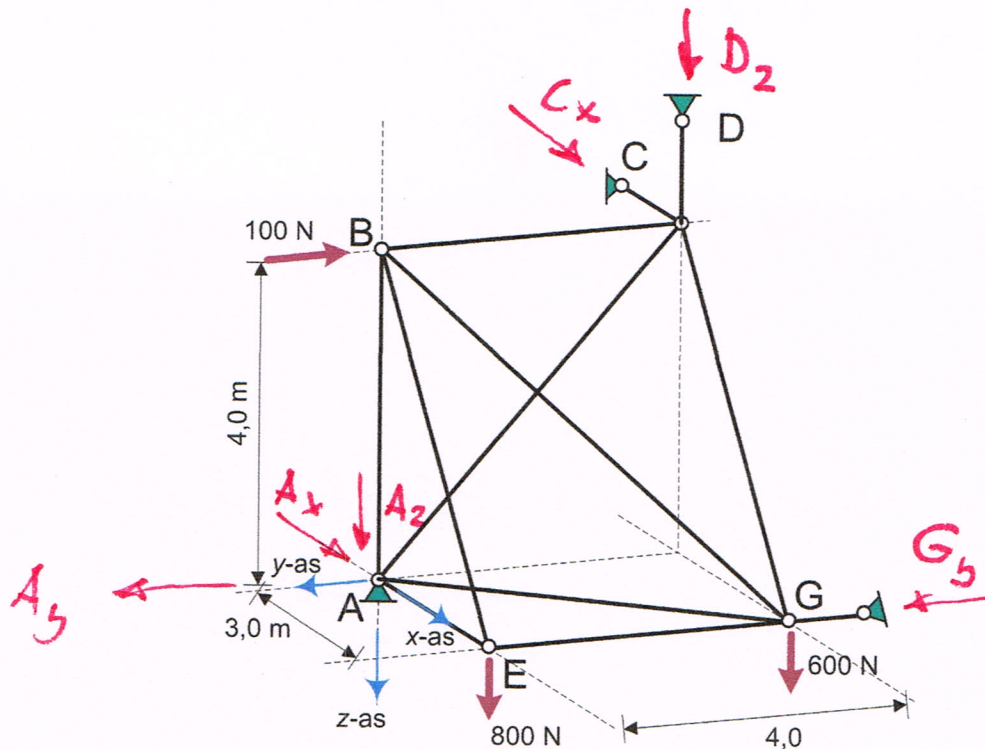


--	--	--	--	--	--	--

Opgave 1 (ongeveer 35 minuten)

Een **3D vakwerk** wordt met drie *pendelstaven* en een *bolscharnier* opgelegd. Het bolscharnier is in A aangebracht, de korte pendels gaan door C, D en G. Het vakwerk wordt in B belast met een puntlast van 100 N in de negatieve y-richting en in E en G in de z-richting belast met puntlasten van respectievelijk 800 N en 600 N. Alle afmetingen zijn in de figuur aangegeven.



Vragen:

- a) Geef alle mogelijke oplegreacties in de figuur aan en benoem de oplegreacties. Gebruik de positieve as-richtingen voor de aanduiding van de oplegreacties. Stel de vergelijkingen op waarmee u de onbekenden kunt oplossen (los deze nog niet op).

$$\sum F_x = 0; \quad A_x + C_x = 0$$

$$\sum F_y = 0; \quad A_y + G_y - 100 = 0$$

$$\sum F_z = 0; \quad A_z + D_z + 800 + 600 = 0$$

$$\sum T_x = 0; \quad -600 \times 4 - D_z \times 4 - 100 \times 4 = 0$$

$$\sum T_y = 0; \quad -800 \times 3 - 600 \times 3 - C_x \times 4 = 0$$

$$\sum T_z = 0; \quad C_x \times 4 + G_y \times 3 = 0$$

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

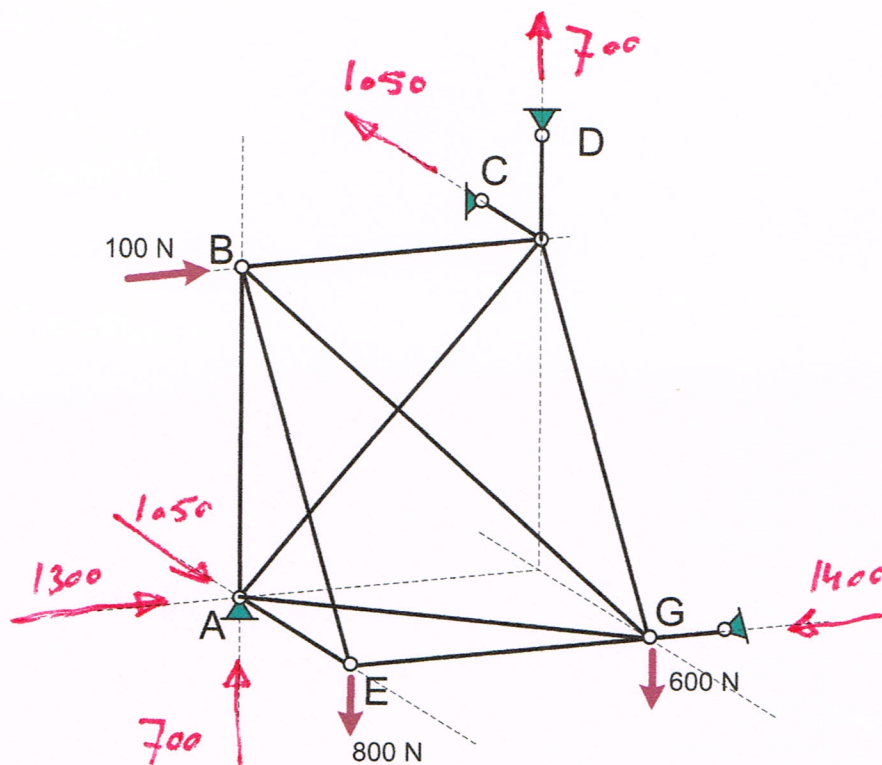
- b) Bepaal alle oplegreacties en geef de grootte en richting aan zoals ze in werkelijkheid werken op de constructie.

$$\sum T_x = 0; D_z = -600 - 100 = -700 \quad \Rightarrow \quad A_z = -700$$

$$\sum T_y = 0; C_x = -200 \times 3 - 150 \times 3 = -1050 \quad \Rightarrow \quad A_x = 1050$$

$$\sum T_z = 0; C_x \times 4 + G_y \times 3 = 4 \times (1050) / 3 = 1400 \quad \Rightarrow \quad A_y = -1300$$

--	--	--	--	--	--	--	--



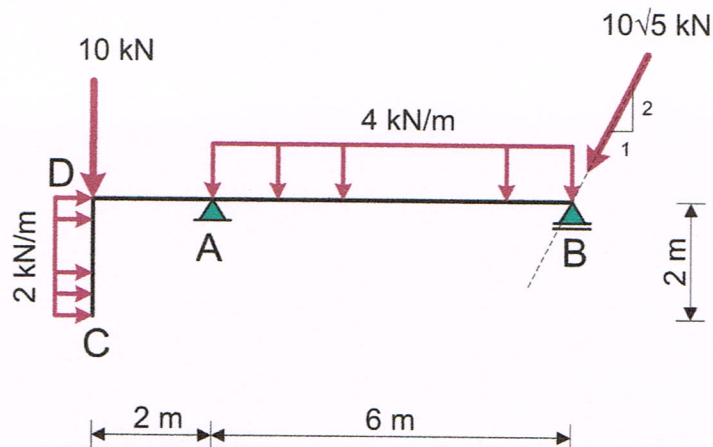
c) Bepaal de kracht in staaf AB en geef aan of het hier om trek of druk gaat.

AB is een nulstaaf aangezien in punt B 3 van de 4 staven in één vlak liggen. De 4^e staaf moet dan een nulstaaf zijn.

--	--	--	--	--	--	--	--

Opgave 2 (ongeveer 35 minuten)

De onderstaande geknikte ligger CAB is in A scharnierend opgelegd en in B opgelegd door middel van een horizontale roloplegging. De geknikte ligger wordt belast over het deel CD met een horizontale, gelijkmatig verdeelde belasting van 2 kN/m . In D grijpt een verticale puntlast aan van 10 kN en op AB grijpt een gelijkmatig verdeelde belasting van 4 kN/m aan. In B wordt de ligger belast met een schuine puntlast onder de aangegeven helling.



Vragen:

- a) Leid de differentiaalbetrekkingen af voor het evenwicht voor het belastingsgeval buiging. Ondersteun de afleiding met een duidelijke schets.

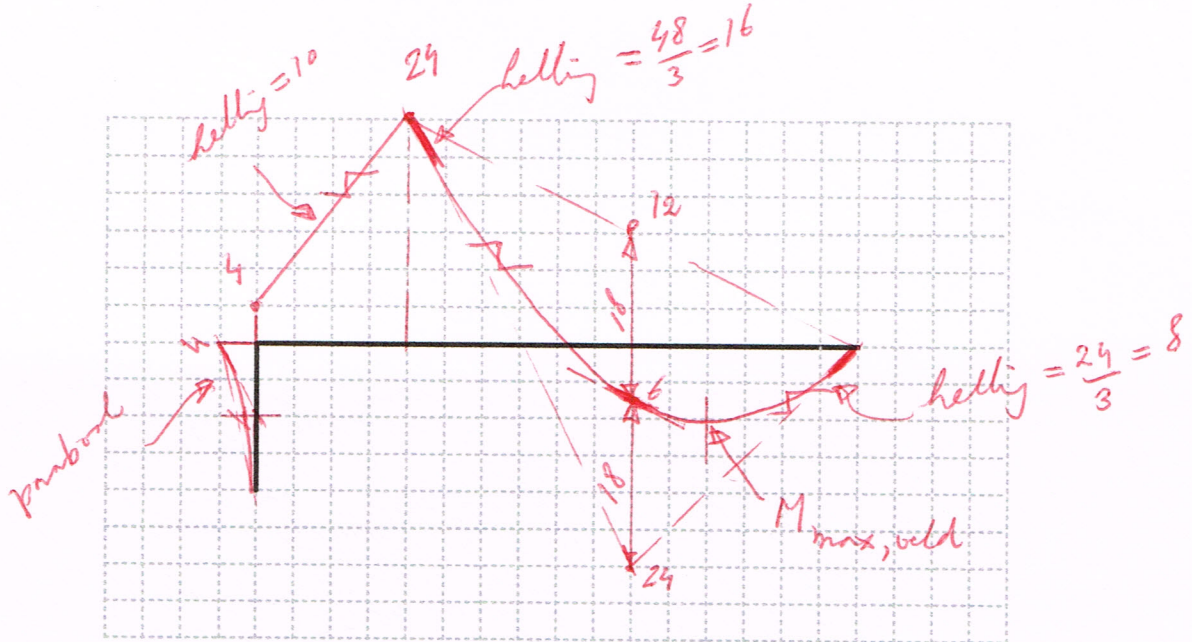
Net schetsje met infinitesimaal stukje balk met belasting en relevante snedekrachten voor het geval buiging (dwarskracht en buigend moment) en het aangegeven assenstelsel

ZIE BOEK

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- b) Teken voor de gehele constructie de M -lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij. Kies zelf een passende schaal.



M -lijn in kNm

Bepaal moment in D en A, verder tekenen met bekend verloop:

$$M_D = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4 \text{ kNm}$$

$$M_A = M_D + 10 \times 2 = 24 \text{ kNm}$$

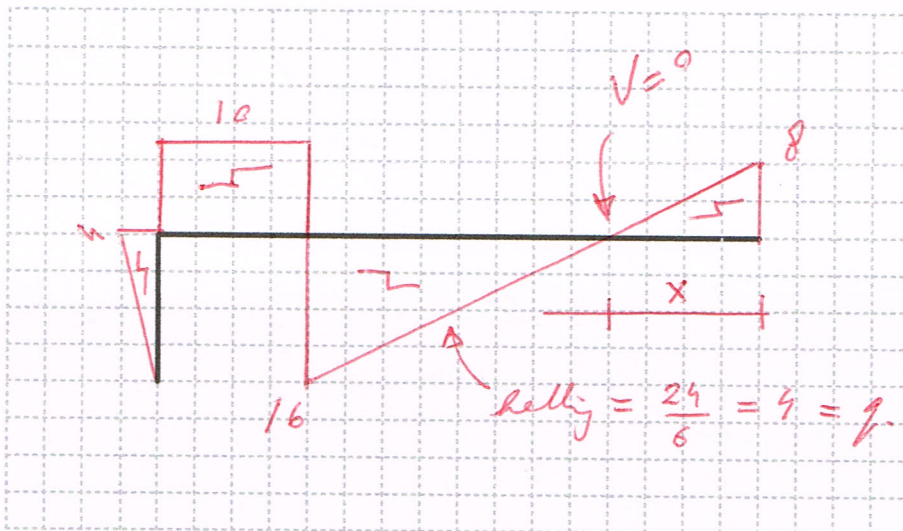
$$M_B = 0$$

$$\text{hulpje: } \frac{1}{8} \times 4 \times 6^2 = 18 \text{ kNm}$$

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- c) Teken voor de gehele constructie de V -lijn met de vervormingstekens. Schrijf de waarden erbij. Kies zelf een passende schaal.



V -lijn in kN

$$x = \frac{8}{q} = \frac{8}{4} = 2 \text{ m}$$

$$M_{\text{max, veld}} = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8 \text{ kNm}$$

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

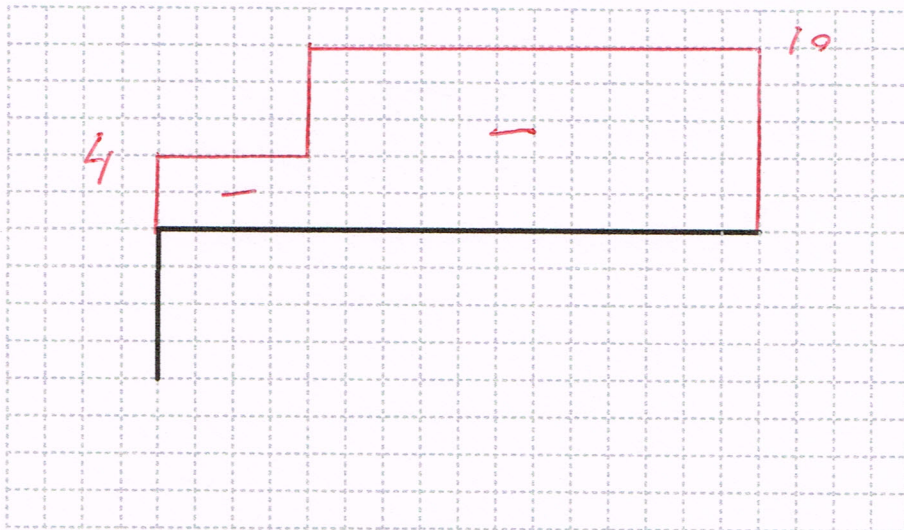
- d) Bepaal de plaats en de grootte van het maximale *veldmoment* tussen A en B.

TIP : Gebruik hiervoor de gevonden M - en de V -lijn

$$x = 2 \text{ m vanaf B}$$

$$M_{\text{max, veld}} = 86 \text{ Nm}$$

- e) Teken voor de gehele constructie de N -lijn en geef met het teken aan of het om trek of druk gaat. Schrijf de waarden erbij. Kies zelf een passende schaal.



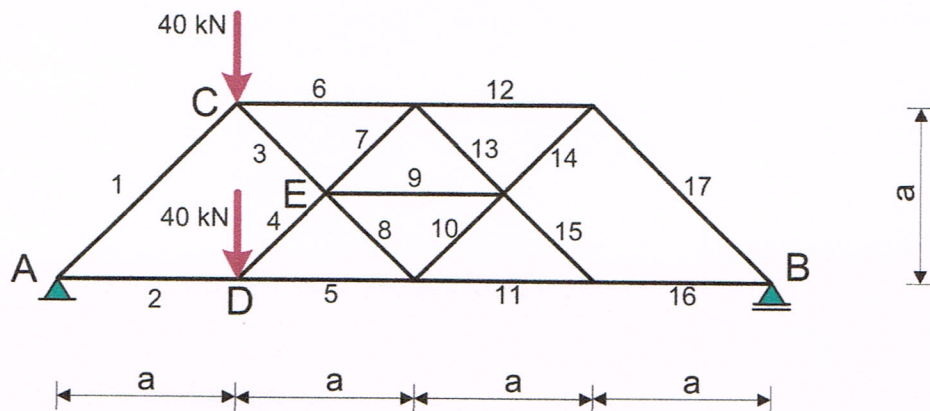
N -lijn in kN

let op horizontale component van de
schuine kracht!

--	--	--	--	--	--	--

Opgave 3 (ongeveer 40 minuten)

Een vakwerk wordt verticaal belast in C en D met 40 kN. Houd de aangegeven staafnummering aan in de berekeningen.



Vragen:

- a) Toon aan dat dit vakwerk kinematisch- en statisch bepaald is.

$$k = 10; \quad s = 17; \quad r = 3;$$

$$onb = 20; \quad e.v. = 2 \times 10 = 20;$$

$$n = 20 - 20 = 0 \quad SB \text{ en } KB \quad (\text{vormvaste driehoeken})$$

- b) Wat is de definitie van een pendelstaaf.

zie boek

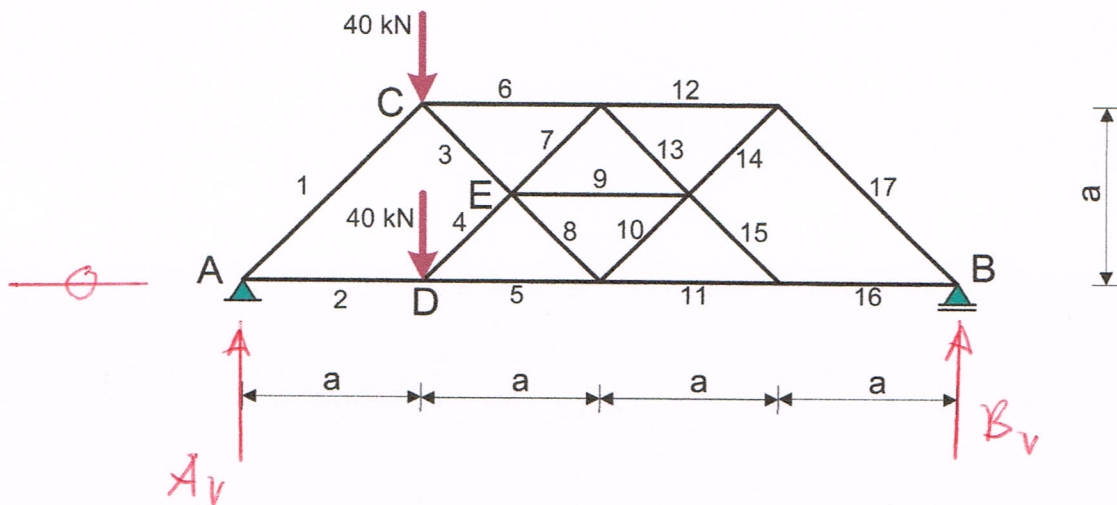
- c) Geef de nulstaven met duidelijke rondjes aan in de bovenstaande figuur.

alleen staaf 15

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- d) Bereken de oplegreacties, teken deze in de figuur zoals deze in werkelijkheid werken op de constructie en schrijf de waarden er bij.



$$\sum T|_A = 0; \quad 80 \times a - B_V \times 4a = 0; \quad \Rightarrow B_V = 20 \text{ kN} \uparrow$$

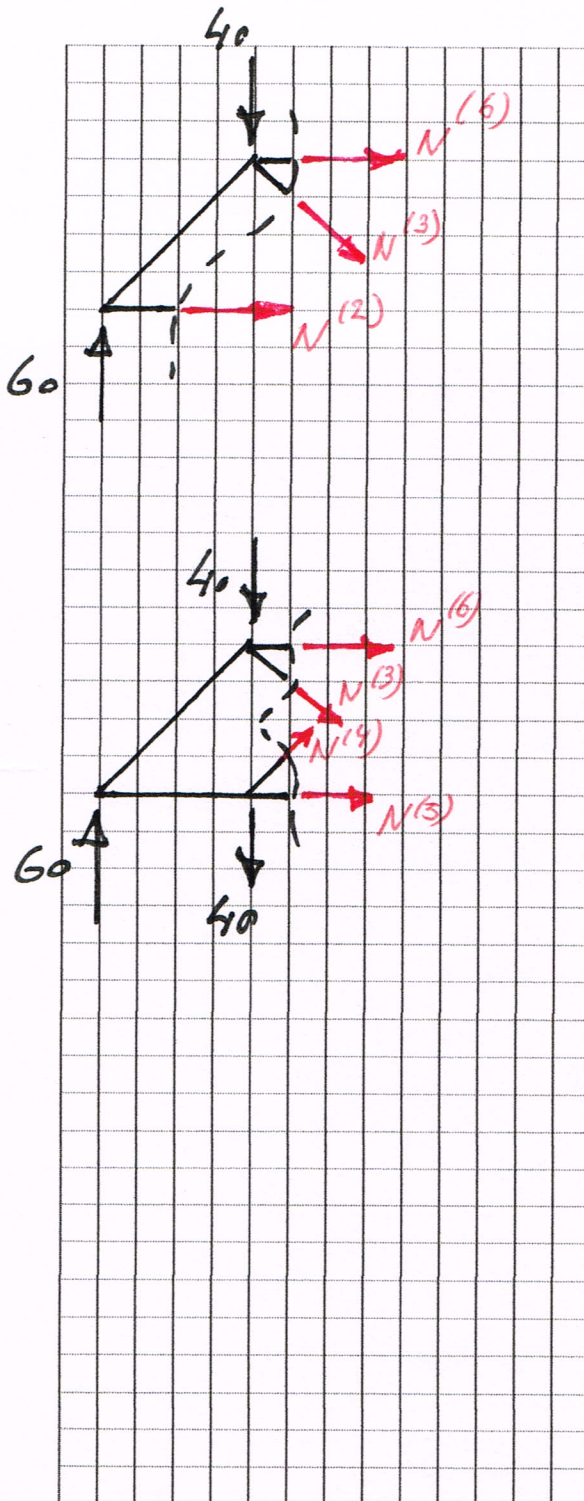
$$\sum F_V = 0; \quad A_V - 80 + B_V = 0; \quad \Rightarrow A_V = 60 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_H = 0; \quad A_H = 0$$

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- e) Bereken met de snedemethode de krachten in staaf 2,3,4,5 en 6 met de juiste tekens (trek positief en druk negatief) en verzamel de antwoorden in de tabel op pagina 13.



$$\sum T|_C = 0; \quad 60 \times a - N^{(2)} \times a = 0 \Rightarrow N^{(2)} = 60$$

$$\sum T|_X = 0; \quad 60 \times 2a - 40 \times a + N^{(6)} \times a = 0 \Rightarrow N^{(6)} = -80$$

$$\sum F_V = 0; \quad 40 + N_V^{(3)} - 60 = 0 \Rightarrow N_V^{(3)} = 20$$

$$N^{(3)} = +20\sqrt{2}$$

$$\sum T|_E = 0; \quad N^{(6)} \times \frac{1}{2}a - N^{(5)} \times \frac{1}{2}a + 60 \times \frac{3}{2}a - 80 \times \frac{1}{2}a = 0$$

$$-40 - \frac{1}{2}N^{(5)} + 90 - 40 = 0 \Rightarrow N^{(5)} = +20$$

$$\sum F_H = 0; \quad 20 + N_H^{(4)} - 80 + 20 = 0 \Rightarrow N_H^{(4)} = 40$$

$$N^{(4)} = +40\sqrt{2}$$

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- f) Bereken met het knoopevenwicht de kracht in staven 17, 16, 14, 12, 13 en 7 met de juiste tekens (trek positief en druk negatief) en verzamel de antwoorden in de tabel op pagina 13.

	$N^{(16)} = 20$ $N^{(17)} = -20\sqrt{2}$
	$N^{(12)} = -40$ $N^{(14)} = +20\sqrt{2}$
	$N^{(13)} = -20\sqrt{2}$ $N^{(7)} = +20\sqrt{2}$

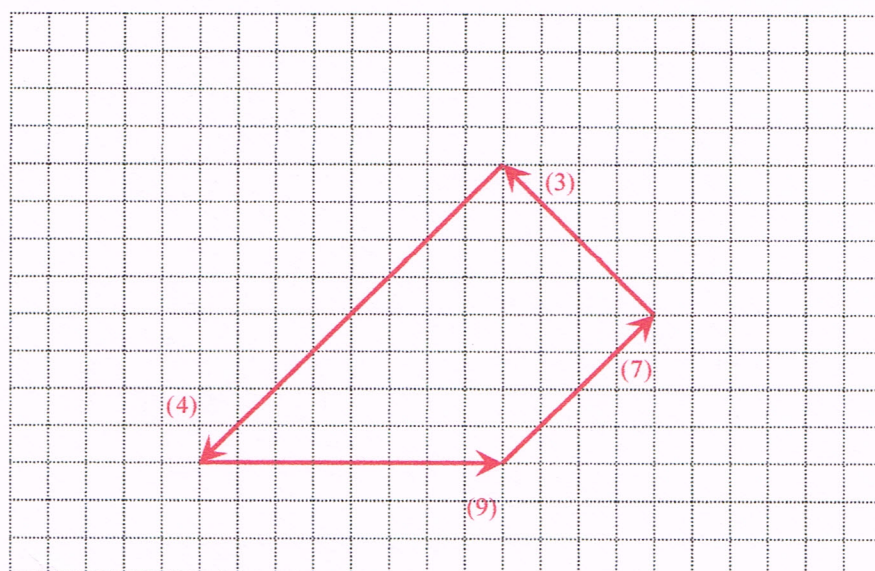
Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

Staaf	N [kN]
2	+60
3	$+20\sqrt{2}$
4	$+40\sqrt{2}$
5	+20
6	-80
7	$+20\sqrt{2}$
8	0
9	+40
12	-40
13	$-20\sqrt{2}$
14	$+20\sqrt{2}$
16	+20
17	$-20\sqrt{2}$

Vergeet niet deze tabel in te vullen i.v.m. het automatische leesapparaat.....

- g) Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt E en bepaal hiermee de krachten in 8 en 9. Zet deze antwoorden ook in de bovenstaande tabel.



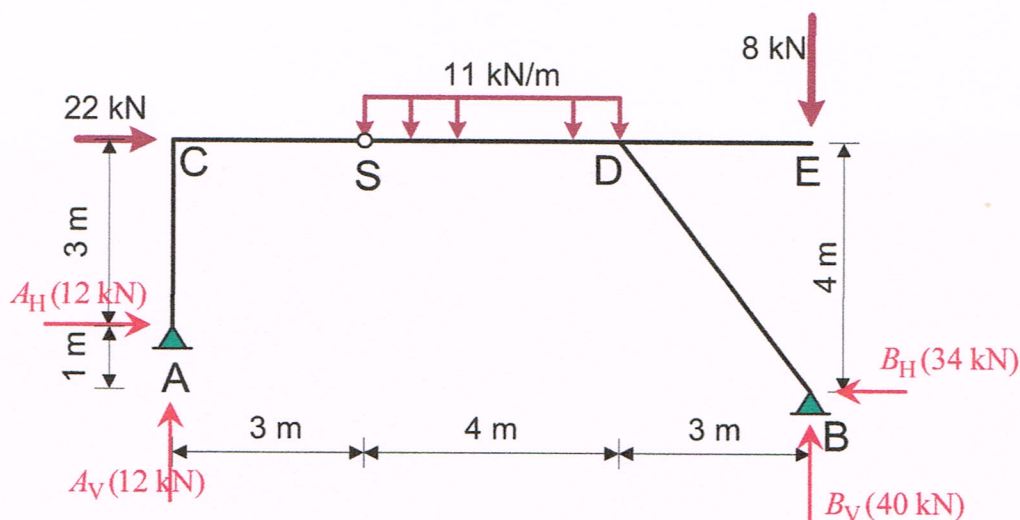
☐ 5 kN

Krachtenveelhoek voor knooppunt E in kN

--	--	--	--	--	--	--

Opgave 4 (ongeveer 40 minuten)

De onderstaande spantconstructie is in A en B scharnierend ondersteund. S is een scharnier in het spant. De overige verbindingen zijn star. De gelijkmatig verdeelde belasting tussen S en D op de bovenregel is 11 kN/m. Aan het uiteinde van het overstek in E grijpt een verticale kracht van 8 kN aan en in C grijpt een horizontale kracht van 22 kN aan zoals aangegeven.



Vragen:

- a) Bepaal de oplegreacties en geef deze in de bovenstaande figuur weer zoals ze in werkelijkheid werken op de constructie. Zet de waarden erbij.

$$\sum T|_B^{\text{geheel}} = 0; \quad A_V \times 10 + A_H \times 1 + 22 \times 4 - 44 \times 5 = 0$$

$$10A_V + A_H = 132 \quad (1)$$

$$\sum T|_S^{ACS} = 0; \quad A_V \times 3 - A_H \times 3 = 0 \quad (2)$$

met (2) $A_V = A_H$

invullen in (1) $13A_V = 132 \Rightarrow A_V = 12 \text{ kN} \uparrow$

krachtenevenwicht:

$A_H = 12 \text{ kN} \rightarrow$

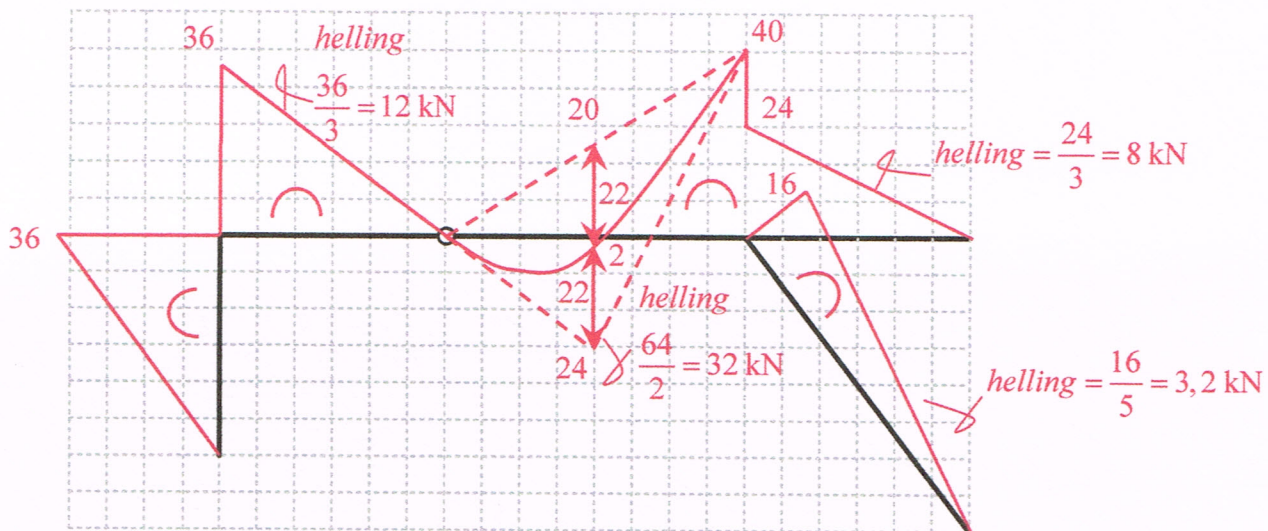
$B_H = 34 \text{ kN} \leftarrow$

$B_V = 40 \text{ kN} \uparrow$

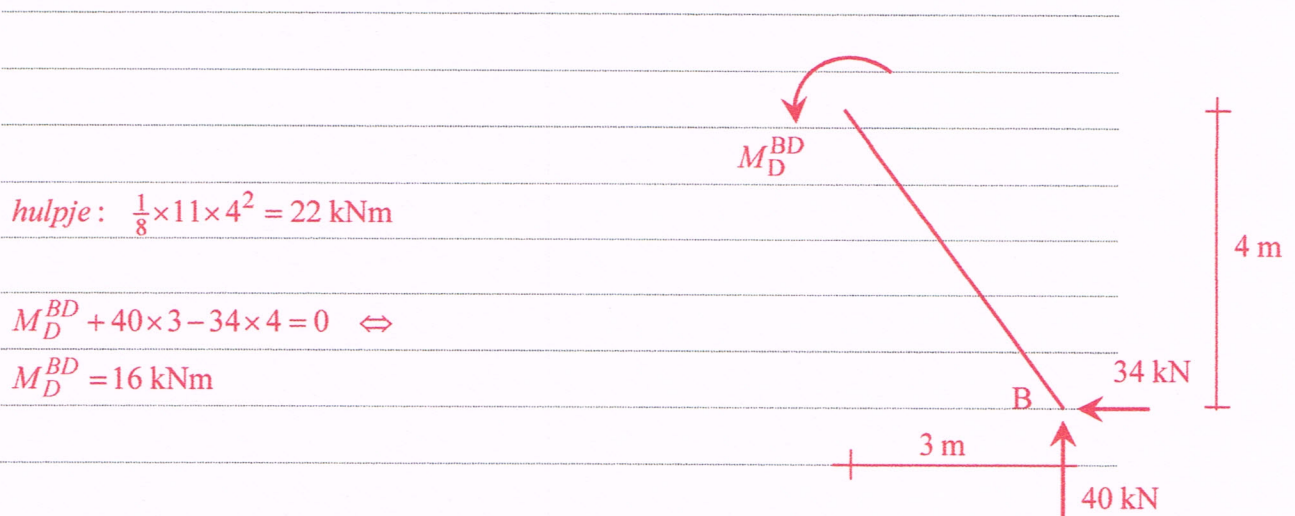
Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- b) Bepaal de momentenlijn en teken deze inclusief de vervormingstekens en de waarde op karakteristieke punten. Kies zelf een gepaste schaal.



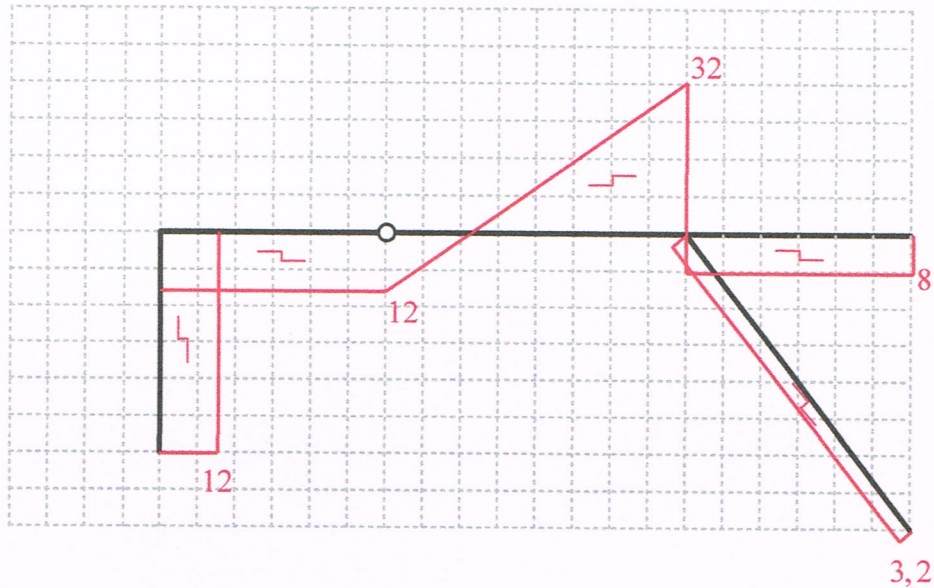
M-lijn in kNm



Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- c) Bepaal de dwarskrachtenlijn en teken deze inclusief de vervormingstekens en de waarde op karakteristieke punten. Kies zelf een gepaste schaal.

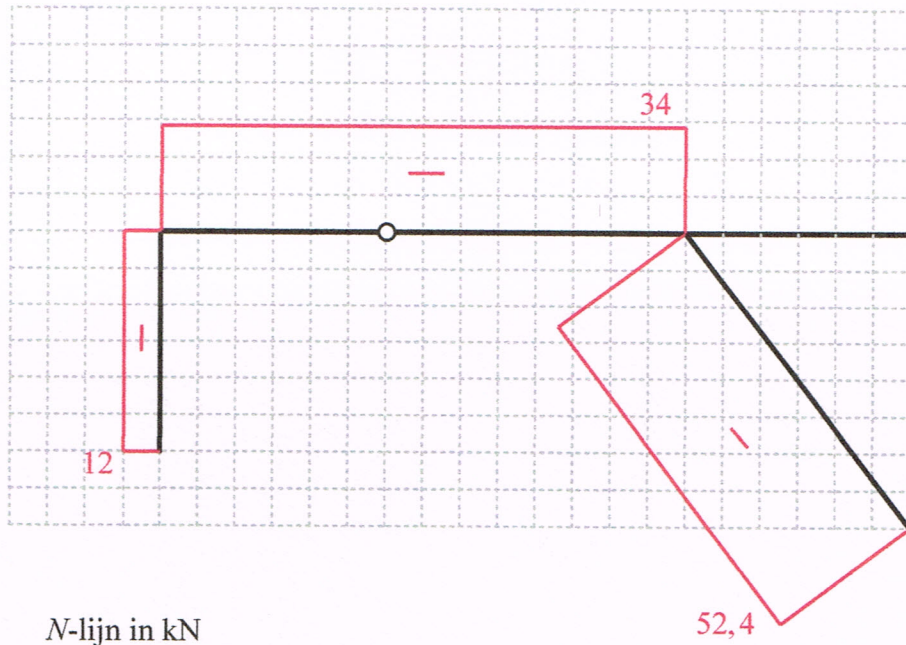


V-lijn in kN

Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

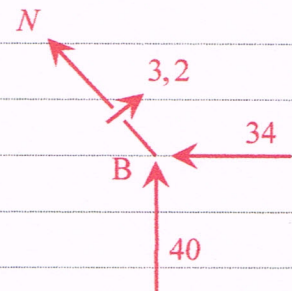
--	--	--	--	--	--	--

- d) Bepaal de normaalkrachtenlijn en teken deze inclusief het teken voor trek en druk en de waarde op karakteristieke punten. Kies zelf een gepaste schaal.



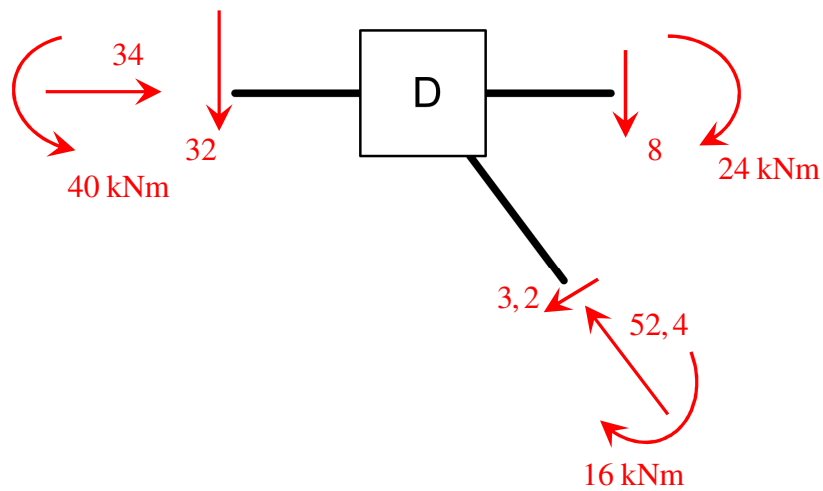
$$\sum F_H = 0;$$

$$-\frac{3}{5}N + \frac{4}{5} \times 3,2 - 34 = 0 \Rightarrow N = -52,4 \text{ kN}$$



--	--	--	--	--	--	--

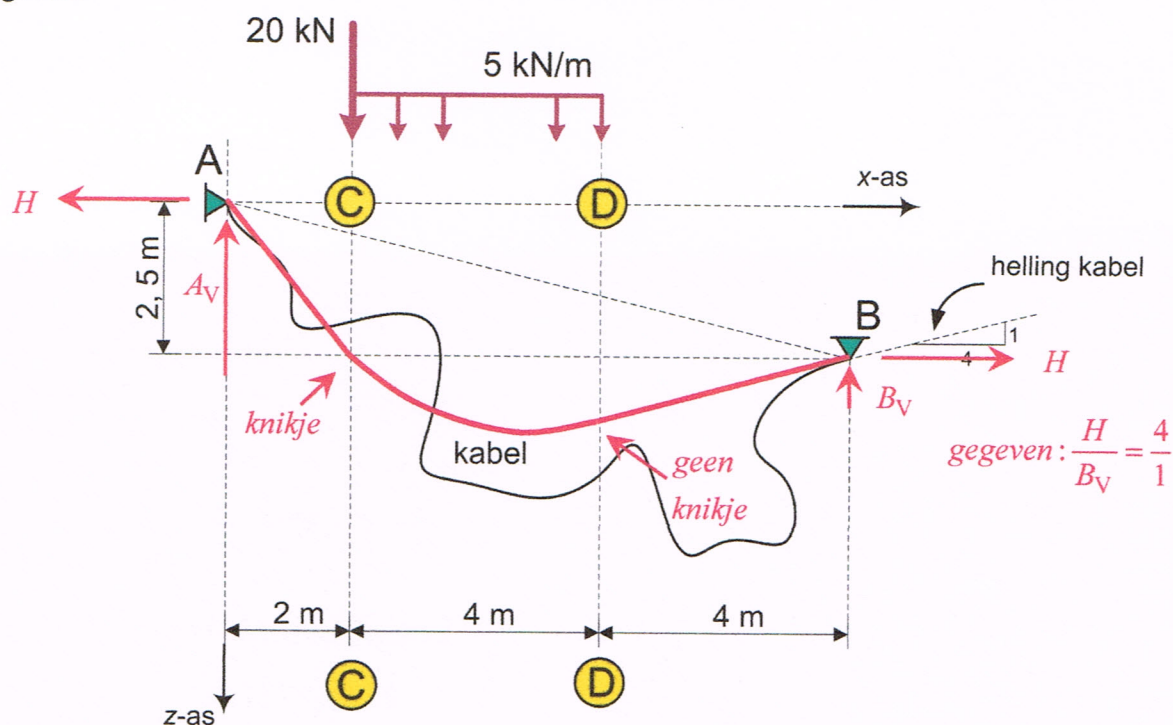
- e) Maak knoop D vrij en teken alle verbindingsskrachten en momenten uit de aansluitende staven zoals deze op de knoop werken en zet de waarde erbij.



--	--	--	--	--	--	--

Opgave 5 (ongeveer 30 minuten)

De onderstaande kabel wordt gedeeltelijk belast met een gelijkmatig verdeelde last van 5 kN/m per eenheid van lengte gemeten langs de horizontale projectie van de kabel en een puntlast van 20 kN. Verder is de helling van de kabel in B in de onderstaande figuur gegeven.



Vragen:

- a) Bepaal de horizontale component H van de kracht in de kabel.

$$\sum T_A^{\text{geheel}} = 0; \quad 20 \times 2 + 20 \times 4 - B_V \times 10 - H \times 2,5 = 0$$

$$10B_V + 2,5H = 120 \quad (1)$$

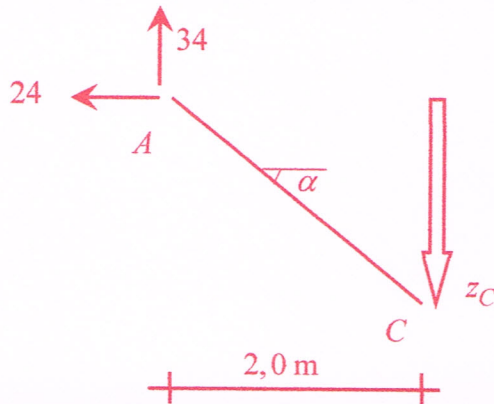
$$\text{gegeven:} \quad H = 4B_V \quad (2)$$

$$\text{invullen in (1):} \quad 20B_V = 120 \Rightarrow B_V = 6 \text{ kN}; \quad H = 24 \text{ kN}$$

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- b) Bereken de verticale positie van de kabel in as C en D t.o.v. de x-as door A en schets het berekende verloop van de kabel in de figuur op de vorige bladzijde.



$$z_D = 2,5 + 1,0 = 3,5 \text{ m (BD is een rechte lijn met gegeven helling)}$$

uit evenwicht geldt in A :

$$A_V = 34 \text{ kN } \uparrow; \quad H = 24 \text{ kN } \leftarrow$$

AC is een rechte lijn en deze gaat met een knikje in C
t.g.v. de puntlast F , over in een parabolisch deel CD.

Helling AC:

$$\tan \alpha = \frac{V}{H} = \frac{34}{24} = 1,41667$$

$$\tan \alpha = \frac{z_C}{2,0} \Rightarrow z_C = \frac{34}{24} \times 2 = \frac{17}{6} = 2,83 \text{ m}$$

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

c) Bepaal de maximum doorhang t.o.v. punt A en geef aan waar deze optreedt.

grootste doorhang waar $V = 0$:

$$A_V = 24 \text{ kN}$$

afstand x vanaf A :

$$34 - 20 - 5 \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow x = 4,8 \text{ m}$$

Snede:

$$34 \times 4,8 - 24 \times z_{\max} - 20 \times 2,8 - (5 \times 2,8) \times 1,4 = 0$$

$$z_{\max} = 3,65 \text{ m}$$

d) Bepaal de maximale kracht in de kabel en geef aan waar deze optreedt.

grootste helling in A :

$$T = \sqrt{34^2 + 24^2} = 41,6 \text{ kN}$$