

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

2 april 2007 van 18:30 – 21:30 uur

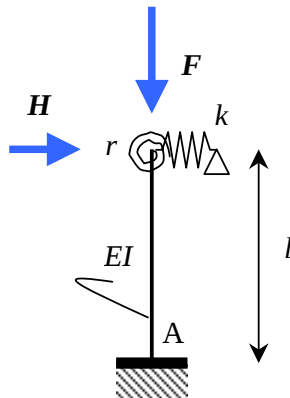
NIEUWE STIJL

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen en of PDA's al dan niet met UMTS verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie**(ca 30 min)****Deel 1:**

Van een buigzame op druk belaste staaf is hieronder de schematisatie weergegeven. De staaf is aan een zijde volledig ingeklemd en aan de andere zijde verend ondersteund d.m.v. een translatieveer en verend ingeklemd d.m.v. een rotatieveer. T.p.v. de verende ondersteuning wordt de staaf belast met een verticale en een horizontale puntlast.

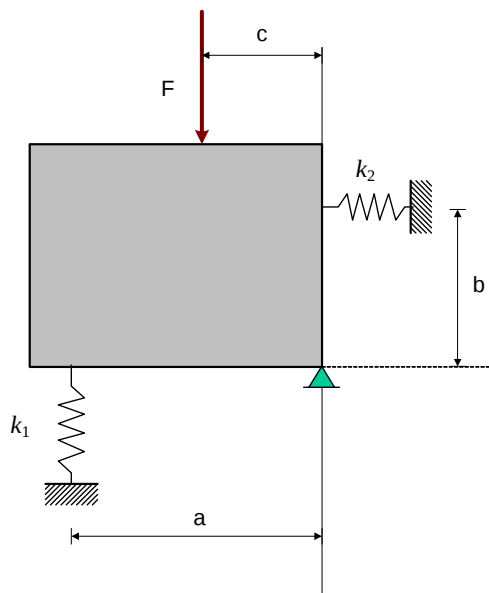


- Geef de grenzen aan waartussen de kniklengte van de op druk belaste buigzame staaf moet liggen.
- Wat is uw oordeel over de onderstaande stellingen en motiveer uw antwoord in één of twee zinnen:
 - Het 2^e orde inklemmingsmoment kan exact worden bepaald m.b.v. de vergrotingsfactor en het 1^e orde inklemmingsmoment.
 - Er is voor dit probleem een gesloten uitdrukking te bepalen voor de kniklast.

Merk op : ZONDER MOTIVATIE geen punten!

Deel 2:

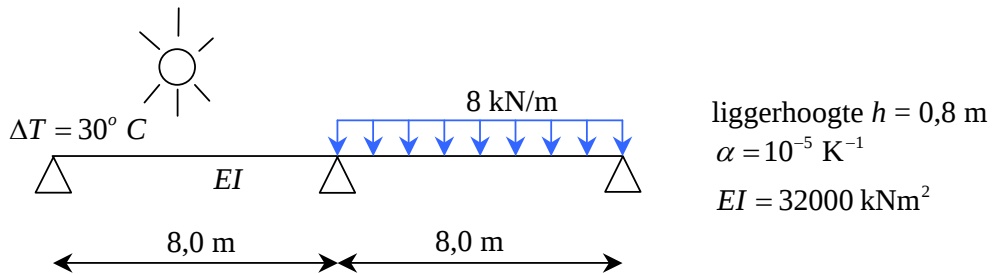
Met behulp van de verplaatsingsmethode wordt gevraagd de onderstaande vragen te beantwoorden.



- Welke (echte) vrijheidsgraden heeft dit systeem?
- Stel de evenwichtsvergelijking(en) op waarbij gebruik wordt gemaakt van de aanpak volgens de verplaatsingsmethode.
- Bepaal de uitdrukking(en) voor de verplaatsing in de richting van de vrijheidsgraden.

VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies-1 (30 min)

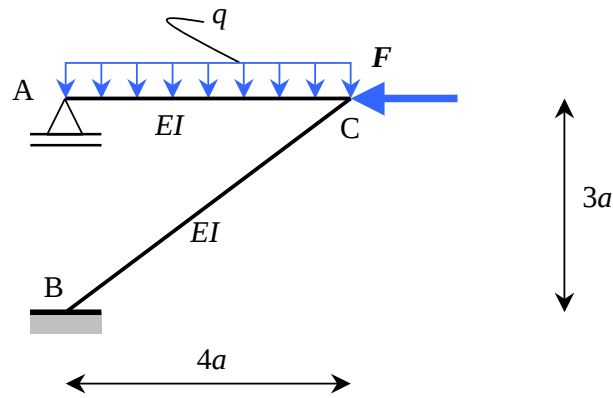
Van een doorgaande ligger met een constructiehoogte van $h = 0,8$ m is gegeven dat het veld dat met een gelijkmatig verdeelde belasting is belast **niet** onderhevig is aan temperatuursinvloeden. Van het andere veld is bekend dat deze is blootgesteld aan een lineair over de hoogte variërende temperatuurslast. De bovenzijde van de ligger wordt daarbij 30° Celsius warmer dan de onderzijde.



- Bepaal het steunpuntsmoment t.g.v. **alleen** de verdeelde belasting op het rechter veld en teken de M -lijn voor dit belastingsgeval.
- Wat verwacht u dat er met dit steunpuntsmoment gebeurt als het linker veld wordt belast met de aangegeven temperatuurslast ? (ondersteun uw antwoord met een schetsje)
- Bepaal het steunpuntsmoment t.g.v. de temperatuurslast op het linkerveld **en** de gelijkmatig verdeelde belasting op het rechterveld en teken de momentenlijn voor deze belastingscombinatie.

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies-2 (ca 40 min)

De onderstaande geknikte constructie met een horizontale rol in A en een volledige inklemming in B, wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q over het gedeelte AC en een horizontale puntlast F in C. Van deze constructie wordt gevraagd de krachtsverdeling te bepalen.

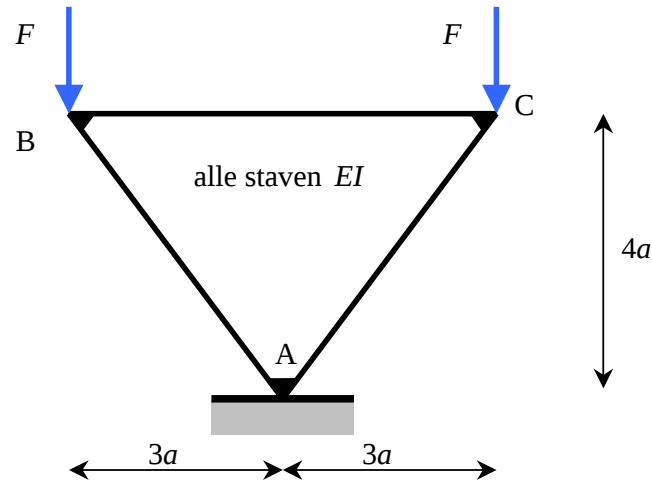


Gegeven : $EI = 7700 \text{ kNm}^2$; $q = 18 \text{ kN/m}$; $a = 1,0 \text{ m}$; $F = 30 \text{ kN}$

- Stel alle vergelijkingen op waarmee de krachtsverdeling kan worden bepaald.
- Los de onbekenden op en teken de M -lijn en geef daarbij duidelijk de vervormingstekens aan en zet de relevante waarden erbij.
- Teken de V -lijn en geef daarbij duidelijk de vervormingstekens aan en zet de relevante waarden erbij.
- Bepaal de alle oplegreactie in A en B.
- Bepaal de verticale en horizontale verplaatsing van knoop C.

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 40 min)**

De onderstaande raamwerkconstructie wordt belast met twee verticale lasten. Alle staven zijn momentvast met elkaar verbonden en de constructie is in A volledig ingeklemd.



Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $a = 1,0 \text{ m}$; $F = 40 \text{ kN}$

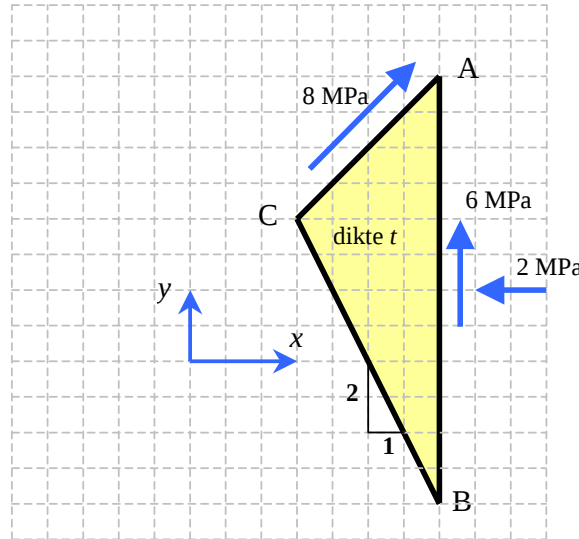
- Bepaal de normaalkracht in de op druk belaste elementen.
- Schets de mogelijke knikvorm(en) van de constructie t.g.v. de verticale belasting F .

Let op : Schetsen betekent niet slordig uit de losse pols maar een correcte vorm die voldoet aan de randvoorwaarden

- Teken het rekenmodel voor de bepaling van de knikkraft en bepaal alle noodzakelijke parameters voor deze berekening.
- Bepaal de knikkraft.
- Geef een goede schatting voor de vergrotingsfactor en geef aan of de constructie met deze belasting gevoelig is voor 2^e orde effecten.

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitsleer**(ca 40 min)**

Van een fictief, homogeen isotroop, plaatmateriaal met een plaatdikte t , is gegeven dat er een homogene vlakspanningstoestand heerst. Van deze spanningstoestand is bekend dat op vlak CA alleen een schuifspanning van 8 N/mm^2 werkt en dat op vlak AB een normaalspanningen van 2 N/mm^2 en een schuifspanning van 6 N/mm^2 werkt.



Gegevens : $E = 200000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,25$

Vragen:

- Teken de cirkel van Mohr voor de gegeven spanningstoestand en neem daarbij als schaal : $1 \text{ cm} \hat{=} 2 \text{ N/mm}^2$. Geef duidelijk het Richtingen Centrum, de hoofdspansingen en de hoofdrichtingen aan.
- Bepaal de spanningen op vlakjes evenwijdig aan de x -as en evenwijdig aan BC en laat zien welke richting deze spanningen in werkelijkheid hebben.

Merk op : Vlakjes evenwijdig aan de x -as hebben een normaal evenwijdig aan de y -as.

- Geef de spanningstensor weer voor het x - y -assenstelsel.
- Bepaal de hoofdrekken en teken de richting van de vezels met de grootste rek.

FORMULEBLAD

(1)		$\theta_1 = \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}$
(2)		$\theta_1 = \frac{Fl^2}{2EI}, \quad \theta_2 = \frac{Fl^2}{3EI}$
(3)		$\theta_1 = \frac{ql^3}{6EI}, \quad \theta_2 = \frac{ql^3}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{Fl^2}{EI}, \quad w_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad w_2 = \frac{1}{48} \frac{Fl^2}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}, \quad w_2 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{Fl^2}{EI}, \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)		statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)	
(b)		$\theta_1 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Fl^2}{EI}, \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} \frac{F}{2}$	
(11)		$\theta_1 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Fl^2}{EI}, \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} \frac{F}{2}$	
(10)		$\theta_1 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Fl^2}{EI}, \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} \frac{F}{2}$	
(9)		$\theta_1 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Fl^2}{EI}, \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} \frac{F}{2}$	
(8)		$\theta_1 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Fl^2}{EI}, \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} \frac{F}{2}$	
(7)		$\theta_1 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}, \quad \theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Fl^2}{EI}, \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} \frac{F}{2}$	

Enkele formules voor prisma's met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_1 en V_1 zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede 1 van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \text{ voor } i, j = x, y$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing :

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus :

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \cdot C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

Stijfheidsmatrices EEM (alleen relevant voor “oude stijl” tentamen):

Buiging

$$K^{(e)} = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Vakwerk (x-z-assenstelsel)

$$K^{(e)} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} c^2 & -cs & -c^2 & cs \\ -cs & s^2 & cs & -s^2 \\ -c^2 & cs & c^2 & -cs \\ cs & -s^2 & -cs & s^2 \end{bmatrix} \quad \text{met: } c = \cos \alpha \quad \text{en } s = \sin \alpha$$