

Hertentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

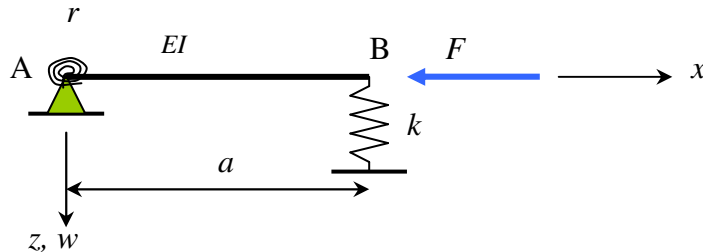
13 April 2011 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen en of PDA's al dan niet met UMTS verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie, stabiliteit**(ca 30 min)**

Van de onderstaande op druk belaste buigzame staaf wordt gevraagd de analyse op te stellen voor een stabiliteitsonderzoek. De ligger is prismatisch en heeft daarmee over de gehele lengte dezelfde buigstijfheid EI . Aan de randen is de ligger ondersteund met een rotatieveer en een translatieveer. De veerstijfheden van deze veren zijn r en k .

**Vragen:**

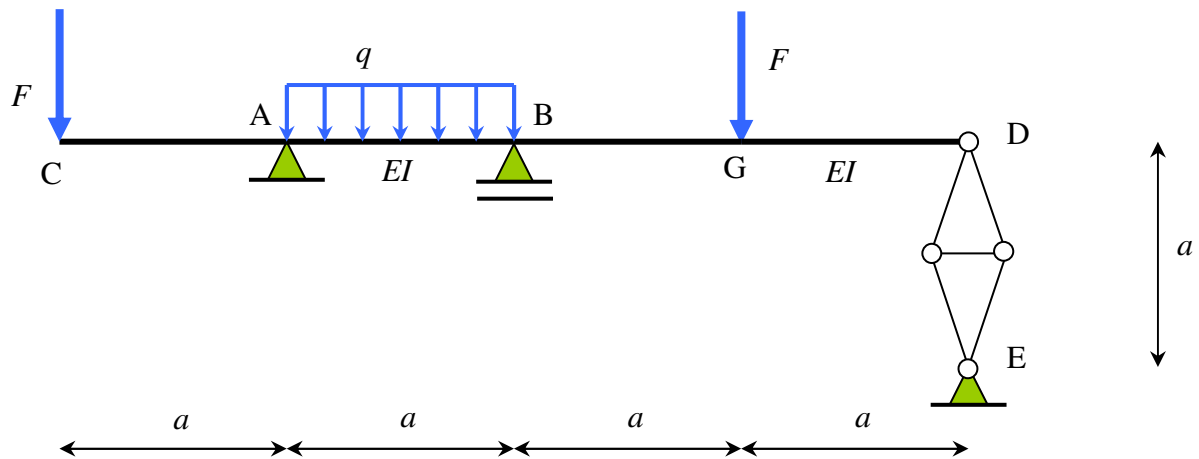
- Geef de algemene oplossing van de knikvorm en geef daarbij duidelijk aan wat de onbekenden zijn en eventuele parameters voorstellen.
- Stel voor dit probleem de randvoorwaarden op en schrijf de voorwaarden tot een stelsel vergelijkingen. Ondersteun uw antwoord met duidelijke schetsjes waarmee helder wordt hoe u tot uw vergelijkingen bent gekomen.
- Hoe kan de kniklast worden bepaald?
- Binnen welke grenzen kunt u de kniklast afschatten?

Merk op :

Er wordt niet gevraagd de kniklast exact te bepalen dus ga dat ook niet doen i.v.m. de tijd!

VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies 1 (ca 35 min)

Een ligter met overstek wordt belast zoals in de figuur is aangegeven. Kolom DE bestaat uit een vakwerkconstructie zoals in de figuur is aangegeven.



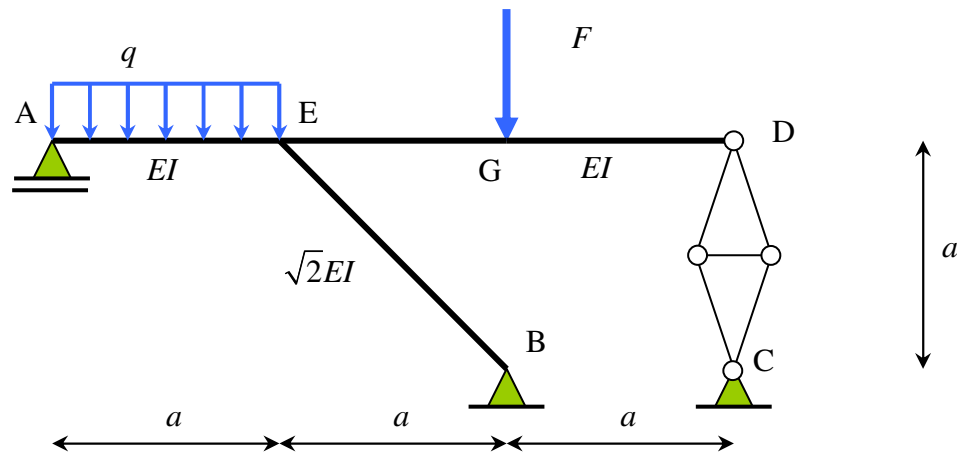
Gegevens : $a = 4 \text{ m}$; $q = 51 \text{ kN/m}$; $F = 102 \text{ kN}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Schets de vervormde constructie en geef aan hoeveel voudig statisch onbepaald deze constructie is. Bepaal een statisch bepaald hoofdsysteem en geef uw statisch onbepaalden aan in een schets waardoor duidelijk wordt wat de door U gekozen positieve richtingen zijn van de statisch onbepaalden.
- Stel de vormveranderingsvoorwaarde(n) op en bepaal de statisch onbepaalde(n). U mag gebruik maken van alle mogelijke handigheidjes om het probleem zo snel mogelijk op te lossen.
- Teken de M - en V -lijn voor dit belastingsgeval inclusief de vervormingstekens en zet de karakteristieke waarden erbij.
- Bepaal de zakking van punt G halverwege BD.

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies 2 (ca 45 min)

Het onderstaande raamwerk is in D ondersteund m.b.v. een vakwerk CD. In E zijn de staven momentvast met elkaar verbonden. In A is een horizontale roloplegging aangebracht en B is een scharnierende ondersteuning. De belasting en de buigstijfheden zijn in de figuur aangegeven.



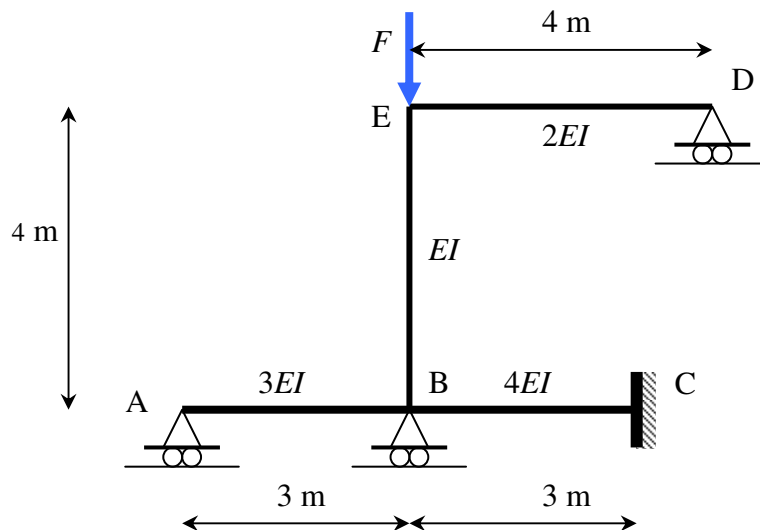
Gegevens : $a = 4 \text{ m}$; $q = 51 \text{ kN/m}$; $F = 102 \text{ kN}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Maak een schets van de vervormde constructie
- Geef in deze schets aan hoe het model eruit ziet waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald en laat duidelijk zien wat de onbekenden zijn.
- Stel de vergelijkingen op waarmee de onbekenden kunnen worden bepaald.
- Los de onbekenden op. U mag daarbij gebruik maken van het gegeven dat het maximale moment in staaf EB in absolute zin gelijk is aan 357 kNm .
- Teken de momentenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij.
- Bepaal de verplaatsing van punt E.

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 30 min)**

Van de onderstaande constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Alle staven hebben een verschillende buigstijfheid. De constructie is in C ingeklemd, de overige opleggingen zijn horizontale rolopleggingen. De invloed van de normaalkrachtvervorming en de invloed van de dwarskrachten op het evenwicht in de vervormde stand, mogen worden verwaarloosd.



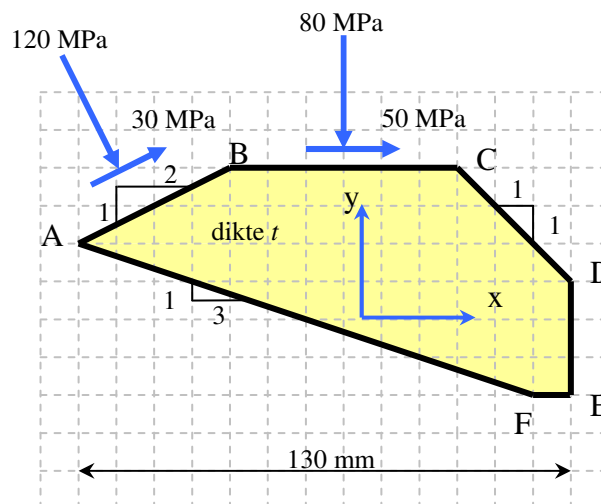
Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $F = 100 \text{ kN}$

Vragen:

- Geef een schatting van de kniklengte (maak een schets).
- Bepaal van de gegeven constructie de maatgevende belasting F op basis van een stabiliteitsonderzoek. Betrek in uw antwoord duidelijk de modelvorming en de bepaling van eventuele gebruikte parameters. Ondersteun het antwoord met een duidelijke schets.
- Bepaal de kniklengte.
- Hoe beoordeelt U de gevoeligheid voor 2^e orde effecten van deze constructie bij de gegeven belasting F ? Motiveer uw antwoord.

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitstheorie**(ca 40 min)**

Van een fictief, homogeen isotroop, plaatmateriaal is een proefstuk gemaakt waarvan de afmetingen in de onderstaande figuur zijn aangegeven. De plaatdikte is overal t . In het proefstuk heerst een homogene vlakspanningstoestand.



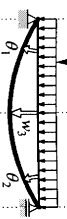
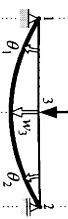
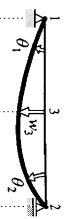
- Gegevens :**
- op vlak AB werkt een drukspanning van 120 N/mm^2 en een schuifspanning van 30 N/mm^2 . Op vlak BC werkt een drukspanning van 80 N/mm^2 en een schuifspanning van 50 N/mm^2
 - $E = 115000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,5$ en $f_y = 125 \text{ N/mm}^2$.

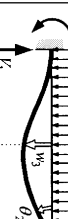
Opmerking : Maak gebruik van het meegeleverde formuleblad.

Vragen:

- a) Teken de cirkel van Mohr voor de gegeven spanningstoestand, kies zelf een passende schaal. Geef duidelijk het Richtingen Centrum en de hoofdrichtingen aan. Geef ook alle relevante waarden in de cirkel aan.
- b) Bepaal de grootte en richting van de spanningen op de vlakjes CD, DE en AF. Teken deze spanningen op de vlakjes zoals ze in werkelijkheid werken. De waarden van de spanningen mogen worden afgelezen uit de getekende cirkel.
- c) Bepaal de rek (afgerond op 10^{-4}) van de vezels evenwijdig aan CD en ED.
- d) Het plaatmateriaal volgt de vloeivoorwaarde van von Mises.
 - Wat is de achtergrond van deze vloeivoorwaarde ?
 - Welke veiligheids marge heeft deze spanningstoestand ?

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)				vergeet-mij-nietjes		

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI. T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting. M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.		 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $w_3 = \frac{1}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q \ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q \ell$	 $w_3 = \frac{1}{192} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F \ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{168} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F \ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)				statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)			

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right\} \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$