

Schriftelijk tentamen	CTB2210
	ConstructieMechanica 3
Totaal aantal pagina's	8 pagina's excl voorblad
Datum en tijd	14-04-2016 van 13:30-16:30 uur
Verantwoordelijk docent	J.W. (Hans) Welleman

Alleen het op het uitwerkformulier geschreven werk / antwoord wordt beoordeeld, tenzij onder 'aanvullende informatie' anders is aangegeven.

Tentamenopgaven (in te vullen door examiner)

Totaal aantal tentamenopgaven: 5, allen met open vragen

☐ **alle opgaven tellen even zwaar**

☒ **de opgaven hebben verschillende gewicht** (het gewicht is in tijd weergegeven)

Gebruik hulpmiddelen en informatiebronnen tijdens tentamen (in te vullen door examiner)

Niet toegestaan:

- Mobiele telefoon, smart Phone of apparaten met vergelijkbare functies.
- Antwoord geschreven met rode pen of met potlood.
- Hulpmiddelen en/of informatiebronnen tenzij hieronder anders vermeld.

Toegestaan:

- ☐ **boeken** ☐ **aantekeningen** ☐ **woordenboeken** ☐ **dictaten**
- ☐ **formulebladen (zie ook onder aanvullende informatie)** ☒ **rekenmachines** ☐ **computer**
- ☒ **grafische rekenmachine** ☒ **tekenmaterialen waaronder een passer**

Aanvullende informatie (eventueel in te vullen door examiner)

Het antwoordformulier wordt door een scanner ingelezen en verder digitaal verwerkt. Het is dus van het grootste belang binnen de aangegeven ruimte te blijven en duidelijk te schrijven.

Uiterlijke datum nakijken tentamen: (de uiterlijke nakijktermijn is 15 werkdagen)



Elk vermoeden van fraude wordt
gemeld bij de examencommissie.

Mobiel UIT

Opgave 1: Theorie

(ongeveer 30 minuten)

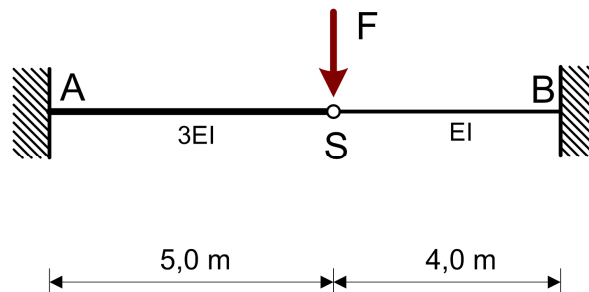
Deze opgave bestaat uit twee onderdelen. Ieder onderdeel betreft een afzonderlijk probleem. In totaal heeft deze opgave vier vragen; a) t/m d).

LET OP BIJ DE BEANTWOORDING:

Gebruik uitsluitend het antwoordformulier en blijf binnen de aangegeven ruimte. De antwoordbladen gaan door de scanner en het tentamen wordt verder digitaal verwerkt. Alle bladen zijn uniek gekoppeld aan uw naam en kunnen dus niet vervangen worden door nieuwe bladen. **Vraag om assistentie van de surveillanten als u grote problemen ondervindt.**

Onderdeel 1 : Verplaatsingenmethode

In de onderstaande figuur is een ingeklemde scharnierligger gegeven, belast met een puntlast F die aangrijpt op het scharnier. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De constructie is in A en B volledig ingeklemd. Let op de verschillen in buigstijfheid tussen staafdelen AS en SB.



Gegeven : $F = 317 \text{ kN}$; $EI = 80000 \text{ kNm}^2$;

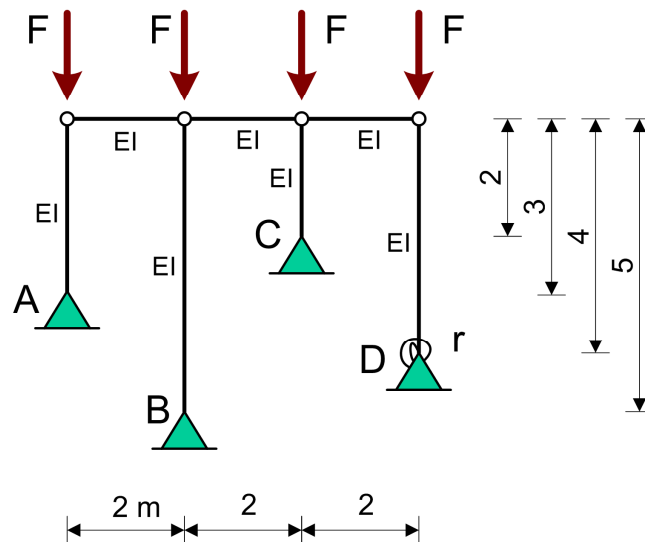
Vragen:

- Geef aan welke fundamentele onbekende(n) u kiest indien de krachtsverdeling wordt opgelost met behulp van de (discrete) verplaatsingenmethode.
- Stel de bijbehorende vergelijking(en) op waarmee u de fundamentele onbekende(n) kunt bepalen en los deze op.
- Bepaal de dwarskrachtverdeling voor de gehele constructie en teken deze verdeling inclusief de vervormingstekens. Zet de waarden erbij.

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

Onderdeel 2 : Stabiliteit

De onderstaande figuur bestaat uit 3 pendelkolommen en een verend ingeklemde kolom. De rotatieveerstijfheid is aangegeven met r . De vier kolommen met buigstijfheid EI worden verticaal belast met de aangegeven puntlasten F . De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegeven : $r = 2500 \text{ kNm/rad}$; $EI = 1500 \text{ kNm}^2$;

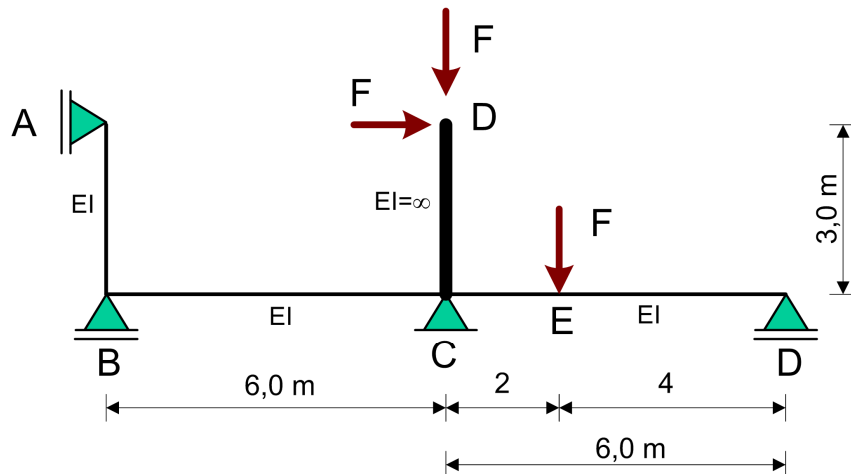
Vragen:

- d) Bepaal de maximale waarde voor F waarbij instabiliteit optreedt.

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 40 minuten)

Het hieronder weergegeven raamwerk is deel CD volledig star. De doorgaande staaf ABCD is haaks omgezet in B en wordt belast in E met de aangegeven puntlast F . Ook in D grijpen twee puntlasten F aan zoals aangegeven in de figuur. Alle staafverbindingen zijn momentvast en de invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegevens: $EI = 10000 \text{ kNm}^2$; $F = 99 \text{ kN}$;

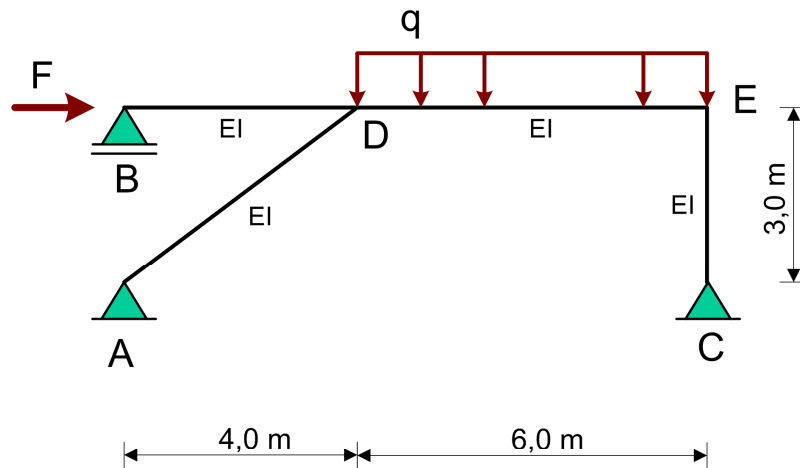
Vragen:

- Analyseer deze constructie en geef het model dat u hanteert om de krachtsverdeling te bepalen met behulp van de krachtenmethode. Ondersteun dit onderdeel met een duidelijke schets met daarin aangegeven de door u aangenomen onbekende(n).
- Stel de noodzakelijke vergelijkingen op en los de door u aangenomen onbekende(n) op. Hierbij mag u het probleem zoveel mogelijk reduceren en gebruik maken van alle op het formuleblad gegeven *vergeet-mij-nietjes*.
- Teken voor de gehele constructie de momentenlijn inclusief de vervormingstekens en zet op karakteristieke punten de waarden erbij. Kies zelf een geschikte schaal.
- Teken voor de gehele constructie de normaalkrachtenlijn en geef met het teken aan of het om trek of druk gaat. Kies zelf een geschikte schaal.

Opgave 3: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 30 minuten)

De onderstaande statisch onbepaalde constructie wordt belast door de aangegeven horizontale puntlast F in B en een gelijkmatig verdeelde belasting q op deel DE. Alle verbindingen zijn momentvast en de invloed van de normaalkrachtvervorming mag verwaarloosd worden.



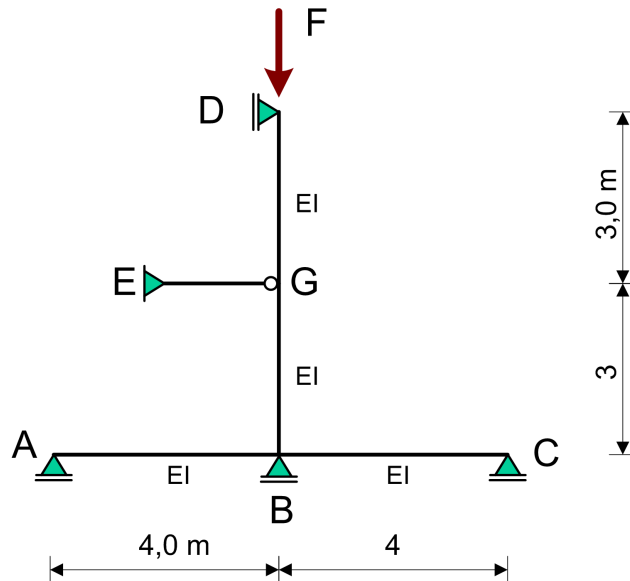
Vragen:

- Hoeveel-voudig statisch onbepaald is deze constructie?
- Geef in een schets aan welke onbekende(n) u kiest om de krachtsverdeling te kunnen bepalen.
- Stel de vergelijking(en) op waarmee u de onbekenden kunt oplossen. (ga deze niet oplossen). Gebruik zo nodig het volgende blad voor verduidelijkende schetsen.

Opgave 4 : Stabiliteit

(ongeveer 35 minuten)

De onderstaande constructie bestaat uit een kolom DB die in G horizontaal wordt gesteund door een pendel EG en aan de onderzijde momentvast is verbonden aan de horizontale ligger ABC. Alle staven hebben een buigstijfheid EI . De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De opleggingen A, B, C en D zijn allen rolopleggingen.



Gegevens: $EI = 5000 \text{ kNm}^2$;

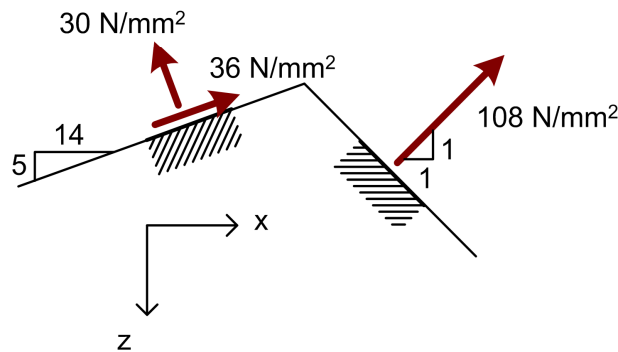
Vragen:

- Teken de knikvorm(en) van deze constructie. Geef duidelijk aan welke delen mogelijk uitknikken en welke delen alleen buigen.
- Geef een schets van het rekenmodel dat u hanteert om voor het onderste deel GB van de kolom de kniklast te bepalen. Bepaal ook alle noodzakelijke parameters in uw model en geef deze aan in de schets.
- Bepaal met uw model de kniklast van deel GB. Maak zo nodig gebruik van het formuleblad.

Opgave 5 : Elasticiteitstheorie

(ongeveer 45 minuten)

Van een plaat in een homogene isotrope vlakspanningstoestand zijn op twee vlakken die niet loodrecht op elkaar staan de getekende spanningen bekend. De vlakjes zijn hieronder getekend waarbij bekend is dat de normaalspanning van 108 N/mm^2 een hoofdspanning is.



Verder zijn van het materiaal de volgende materiaalparameters gegeven:

$$E = 150000 \text{ N/mm}^2; \nu = 0,25; f_y = 115 \text{ N/mm}^2;$$

Vragen

- Wat houdt een homogene isotrope spanningssituatie in?
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en geef duidelijk het **richtingencentrum** en de **hoofdrichtingen** en **hoofdspanningen** aan. Bepaal de hoofdspanningen m.b.v. een berekening op basis van de cirkelinformatie en geef de getalswaarden op 1 decimaal aan in de tekening.
- Bepaal met de cirkel van Mohr de spanningstensor en teken de spanningen op de vlakjes zoals deze in werkelijkheid werken en zet de getalswaarde erbij.
- Bepaal de rektensor op basis van de gevonden spanningstensor.
- Bepaal de veiligheidsfactor van de gegeven spanningstoestand op basis van het criterium van Tresca.

FORMULEBLAD

(scheur dit blad en verder los van het werk)

	$\theta_2 = \frac{TL}{EI}; \quad w_2 = \frac{TL^2}{2EI}$
	$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$
	$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$
	$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{TL}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{TL^2}{EI}$
	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$
	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{TL}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

	$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{TL^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
	$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{168} \frac{Fl^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} Fl; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$
	$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{192} \frac{ql^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} ql^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} ql; \quad V_2 = \frac{3}{8} ql$
	$w_3 = \frac{1}{192} \frac{Fl^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} Fl; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
	$w_3 = \frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} ql^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} ql$
	$\theta_2 = \frac{1}{16} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Enkele formules voor prisma's met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

Spanningen en rekken :

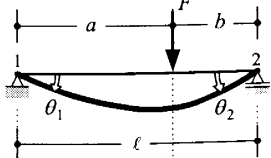
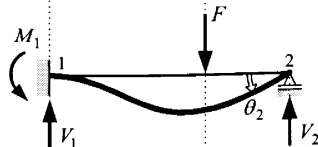
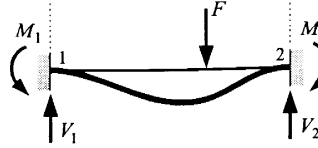
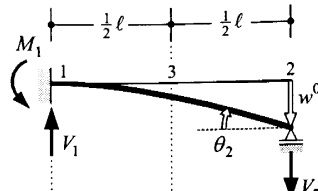
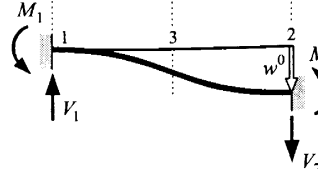
$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \epsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yy} + \nu \epsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \epsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

(c)		$\theta_1 = \frac{Fb(\ell + b)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fab(\ell + a)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{Fb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^3} = F \left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(3\ell - a)}{2\ell^3} = F \left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{Fb^2}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb^2(\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(\ell + 2b)}{\ell^3} = F \left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$