

Hertentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

15 April 2013

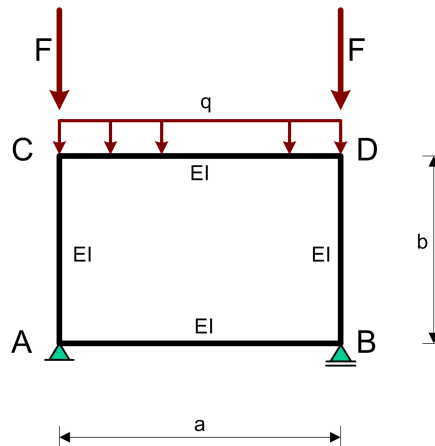
14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **4** vraagstukken
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1: Statisch onbepaalde constructies en knik (ca 60 min)

Onderstaande symmetrische raamwerkconstructie wordt symmetrisch belast met twee puntlasten en een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenregel. Alle buigstijfheden zijn EI . De staven zijn momentvast met elkaar verbonden. De vragen hebben betrekking op zowel de krachtsverdeling als knik.



Gegeven : $a = 6,0 \text{ m}$; $b = 6,0 \text{ m}$; $q = 8 \text{ kN/m}$; $F = 15,0 \text{ kN}$; $EI = 1000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- a) Beschrijf de oplossingsstrategie die U kiest om de krachtsverdeling in deze constructie te bepalen.

TIP:

U mag daarbij van alle handigheidjes en vooraf voor u bekende inzichten gebruik maken, zodat het aantal onbekenden zoveel mogelijk gereduceerd wordt.

- b) Welke invloed hebben de puntlasten op de momentenverdeling?
 c) Werk de door U gekozen methode uit en los de onbekenden op.
 d) Teken de momentenlijn en dwarskrachtenlijn voor de gehele constructie.
 e) Schets hoe de momentenlijn verandert afhankelijk van de a/b verhouding.

TIP:

Neem de a als vaste waarde en laat b variëren, ga niet rekenen maar laat kwalitatief zien wat de invloed is op de momentenlijn m.b.v. schetsjes.

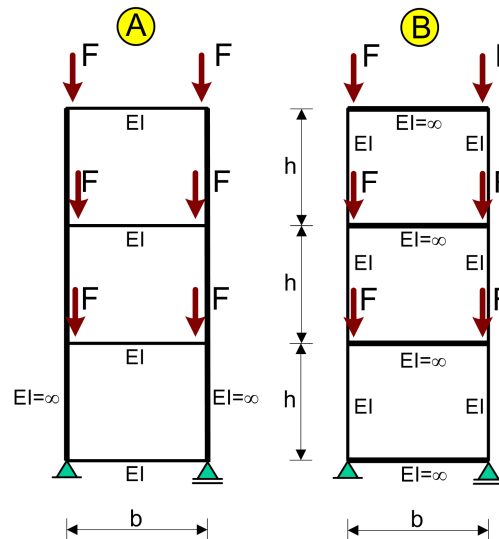
- f) Hoe groot kan het moment in de bovenregel maximaal worden t.p.v. de knopen als de b waarde variabel is?
 g) Leg kort in woorden uit wat er verandert in uw aanpak indien er alleen één puntlast op $1/3$ van de overspanning a op de bovenregel aangrijpt?

Er wordt gekozen voor een vierkant raamwerk met $a = b = 6,0 \text{ m}$.

- h) Schets de knikvorm en bepaal de kniklast en kniklengte van de linker kolom.
 i) Bepaal de maximale grootte van de puntlast als de kniklast van de kolom maatgevend is.
 j) Hoe groot is de vergrotingsfactor?

VRAAGSTUK 2: Stabiliteit**(ca 30 min)**

Van de twee onderstaande (educatieve) constructies A en B worden de kolommen per verdieping centrisk belast met de aangegeven puntlasten F . Gevraagd wordt een stabiliteitsonderzoek te verrichten. In geval A zijn de kolommen oneindig stijf en hebben de regels een buigstijfheid EI . Voor constructie B is dit precies omgekeerd. Alle kolom-regel aansluitingen zijn volkomen stijf uitgevoerd.



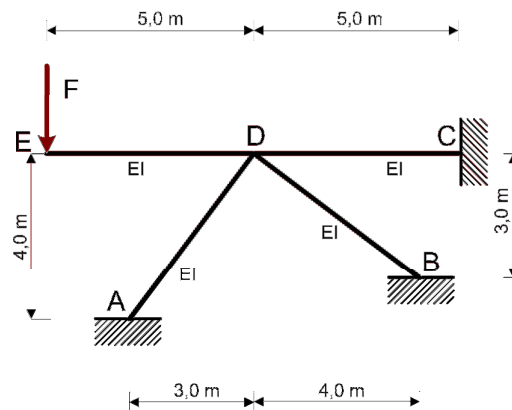
Gegevens : $EI = 16000 \text{ kNm}^2$; $h = 4 \text{ m}$; $b = 2 \text{ m}$;

Vragen:

- Teken beide constructies in de verplaatste stand.
- Bepaal voor zowel constructie A als B de kritieke last F waarbij het evenwicht van de constructie instabiel wordt.
- Stel dat de onderste regel niet momentvast maar scharnierend is verbonden met de kolommen, hoe verandert dan de kritieke last voor constructie A en B?

VRAAGSTUK 3: Verplaatsingenmethode**(ca 30 min)**

Onderstaande raamwerkconstructie wordt belast met een puntlast in E. Alle staven met buigstijfheid EI zijn momentvast met elkaar verbonden in D en de invloed van de normaalkrachtvervorming kan worden verwaarloosd. Gevraagd wordt de krachtsverdeling te bepalen met behulp van de verplaatsingenmethode.



Gegeven : $F = 30,0 \text{ kN}$; $EI = 12500 \text{ kNm}^2$

Vragen:

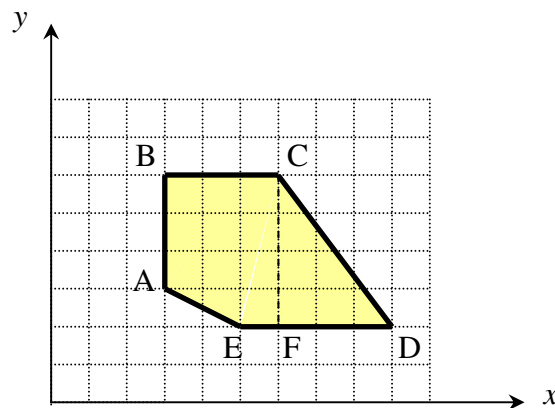
- Beschrijf de oplossingsstrategie volgens de verplaatsingen methode en geef aan wat uw fundamentele onbekende(n) zijn.
- Los de onbekende(n) op.
- Teken de momentenlijn van de gehele constructie inclusief de vervormingstekens en schrijf de waarden erbij.
- Bepaal de zakking van punt E.

VRAAGSTUK 4 : Elasticiteitstheorie**(ca 45 min)**

Van een plaat in een homogene isotrope vlakspanningstoestand zijn de randen in het vlak belast. Voor de aanduiding van de spanningen wordt gebruik gemaakt van een lokale x -as die samenvalt met de uitwendige normaal van het oppervlak:

- Normaalspanning op BC (en daarmee ED) is gelijk aan -16 N/mm^2
- Schuifspanning op AB is gelijk aan $+6 \text{ N/mm}^2$
- Op rand DC is de normaalspanning gelijk aan 0

Het proefstuk met dikte t is gemaakt van een materiaal waarvan het vloeigedrag goed te beschrijven is met de vloeivoorwaarde van Tresca.

**Cirkel van Mohr**

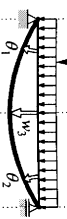
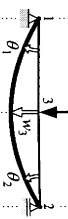
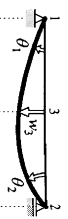
In verband met de getalswaarden is het belangrijk de cirkels zo nauwkeurig mogelijk te tekenen dus gebruik een scherp potlood. Eventuele kleine afwijkingen zijn onvermijdelijk maar de docent zal daar rekening mee houden bij de beoordeling.

Gegevens: $E = 20000 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,4$; $f_y = 28 \text{ N/mm}^2$

Vragen:

- Toon aan dat op basis van het krachtenevenwicht, de ontbrekende spanning op rand CD in absolute zin 6 N/mm^2 is.
TIP : maak gebruik van uw basiskennis en zo mogelijk de kleine driehoek CDF.
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen. Geef duidelijk aan waar het middelpunt en het richtingencentrum ligt en schrijf de waarden erbij. Kies zelf een geschikte schaal en geef duidelijk de hoofdrichtingen en hoofdspanningen aan.
- Bepaal de spanningen op vlakje AE en geef aan welke richting deze spanningen hebben.
- Teken de cirkel van Mohr voor de rekken. Geef duidelijk aan waar het richtingencentrum ligt en bepaal de hoofdrekken. Kies zelf een geschikte schaal.
- Geef de richting aan van de vezel met de in absolute zin grootste rek.
- Bepaal voor de gegeven spanningstoestand de veiligheid op basis van het vloeicriterium van Tresca.

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)				vergeet-mij-nietjes		

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI. T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting. M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.		 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $w_3 = \frac{1}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q \ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q \ell$	 $w_3 = \frac{1}{192} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F \ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{168} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F \ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)				statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)			

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right\} \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

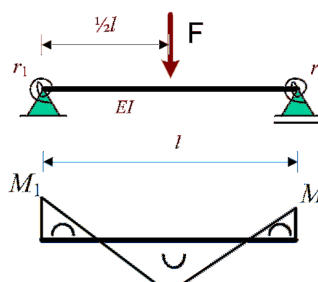
Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

VGN voor verend ingeklemde statisch onbepaalde ligger



$\rho_1 = \frac{r_1 l}{EI};$
 $\rho_2 = \frac{r_2 l}{EI};$

$$M_1 = \frac{\rho_1(\rho_2 + 6)}{8\rho_1(\rho_2 + 4) + 32(\rho_2 + 3)} Fl$$

$$M_2 = \frac{\rho_2(\rho_1 + 6)}{8\rho_2(\rho_1 + 4) + 32(\rho_1 + 3)} Fl$$