

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

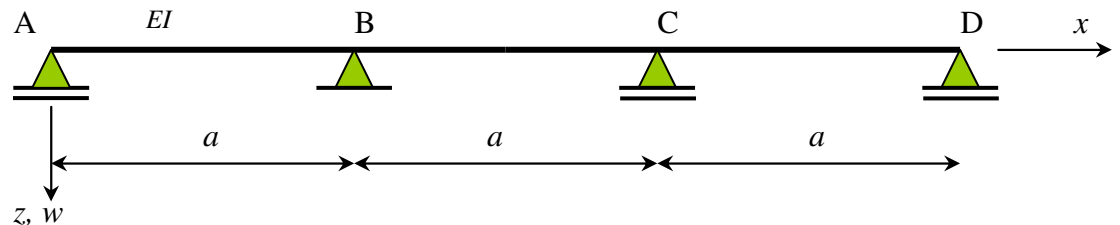
17 Januari 2011 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie, statisch onbepaald**(ca 30 min)**

Van een doorgaande ligger over vier steunpunten wordt de gevoeligheid voor een (verticale) steunpuntszetting w onderzocht van één of meer ondersteuning. De ligger is prismatisch en heeft een buigstijfheid EI .

**Vragen:**

- a) Welke varianten moeten er onderzocht worden? Geef aan hoe deze varianten snel kunnen worden onderzocht en ondersteun het antwoord met schetsjes.

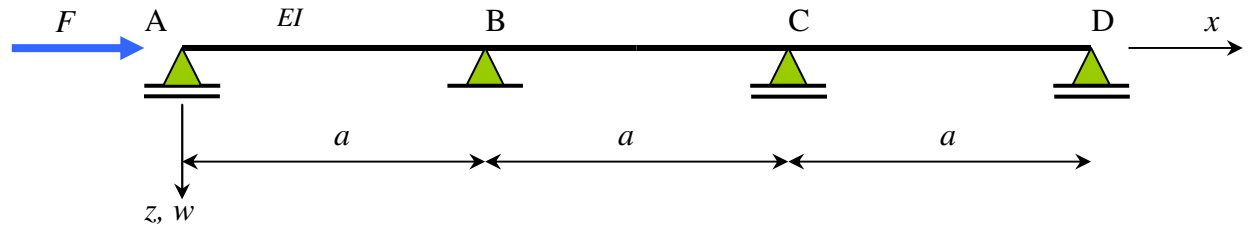
MERK OP : Denk hier eerst goed na en ontspoor niet in onnodig rekenwerk!

- b) Bepaal voor iedere variant de momentenlijn t.g.v. de aangegeven steunpuntszakking(en) en druk de karakteristieke waarden van de momentenlijn uit in de gegeven parameters EI , a en de zakking w van het steunpunt. Vergeet niet de vervormingstekens aan te geven in de momentenlijn.
- c) Welke variant is maatgevend?

Merk op : U mag hierbij gebruik maken van de formules op het formuleblad.

VRAAGSTUK 2 : Theorie, knik**(ca 15 min)**

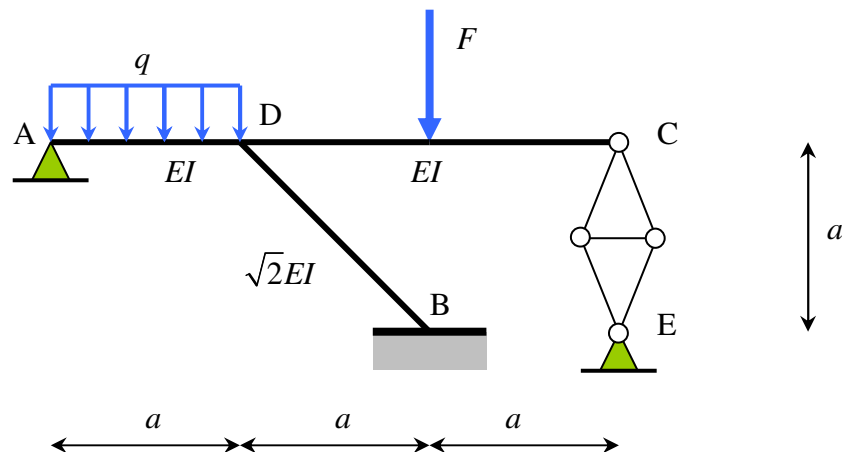
Van een doorgaande ligger over vier steunpunten wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. De ligger is prismatisch en heeft een buigstijfheid EI .

**Vragen:**

- Teken de knikvorm.
- Bepaal het model waarmee de kniklast kan worden bepaald en geef deze weer met een schets.
- Bepaal de kniklast.

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 40 min)**

Een raamwerkconstructie wordt halverwege overspanning DC belast met een puntlast F . Op het veld AD is een gelijkmatig verdeelde belasting q aangebracht. De schuine kolom BD heeft een afwijkende buigstijfheid. Kolom DC bestaat uit een vakwerkconstructie zoals in de figuur is aangegeven. In D zijn de aansluitende staven momentvast met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



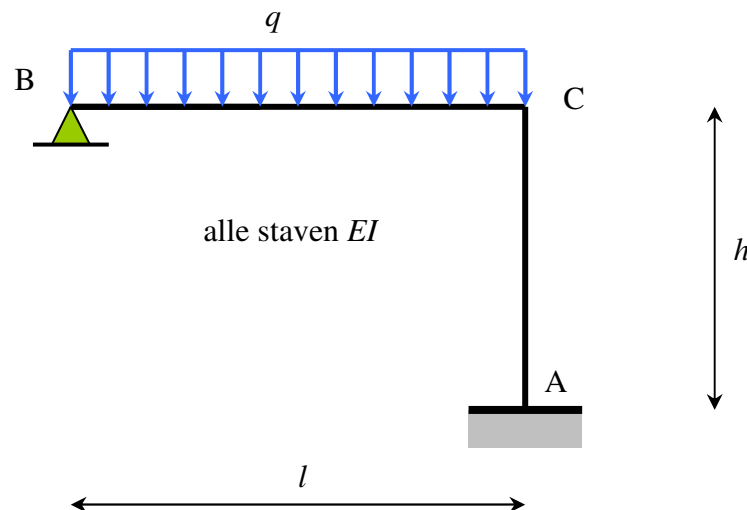
Gegevens : $a = 4 \text{ m}$; $q = 51 \text{ kN/m}$; $F = 102 \text{ kN}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Schets de vervormde constructie en geef aan hoeveel voudig statisch onbepaald deze constructie is. Bepaal een statisch bepaald hoofdsysteem en geef uw statisch onbepaalden aan in een schets waardoor duidelijk wordt wat de door U gekozen positieve richtingen zijn van de statisch onbepaalden.
- Stel de vormveranderingsvoorwaarde(n) op en bepaal de statisch onbepaalde(n). U mag gebruik maken van alle mogelijke handigheidjes om het probleem zo snel mogelijk op te lossen.
- Teken de M - en V -lijn voor dit belastingsgeval inclusief de vervormingstekens en zet de karakteristieke waarden erbij.
- Teken de N -lijn voor de op buiging belaste staven en schrijf de karakteristieke waarden erbij.

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 40 min)**

Van de onderstaande (educatieve) constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Alle staven hebben dezelfde buigstijfheid EI . De constructie is in A ingeklemd en in B scharnierend ondersteund. De invloed van de normaalkrachtvervorming en de invloed van de dwarskrachten op het evenwicht in de vervormde stand, mogen worden verwaarloosd.



Gegevens : $EI = 100 \text{ kNm}^2$; $h = 4 \text{ m}$; $l = 6 \text{ m}$; $q = 5\frac{1}{3} \text{ kN/m}$

Vragen:

- a) Bepaal van deze constructie de 1^e orde momentenverdeling en toon daarbij aan dat voor het moment in C in absolute zin, geldt:

$$M_c = \frac{ql^3}{2(4l + 3h)}$$

- b) Bepaal de drukkracht in de kolom AC op basis van deze 1^e orde berekening.
 c) Bepaal op basis van de 1^e orde momentenverdeling de 1^e orde uitwijking halverwege de kolom AC en schets de 1^e orde uitbuigingsvorm van deze constructie. Maak zo nodig gebruik van de *vergeet-mij-nietjes* van het formuleblad.
 d) Geef het model weer waarmee de kniklast van deze constructie kan worden bepaald.
 e) Bepaal de kniklast F_k van staaf AC.
 f) Bepaal de tweede orde uitbuiging van deze constructie halverwege de kolom AC.
 g) Maak een schets van het verband tussen q en deze horizontale uitbuiging en geef daarin de 1^e en 2^e orde uitbuiging aan. Laat ook zien wat de waarde wordt van de belasting q waarbij de constructie uitknikt.

BONUSVRAAG

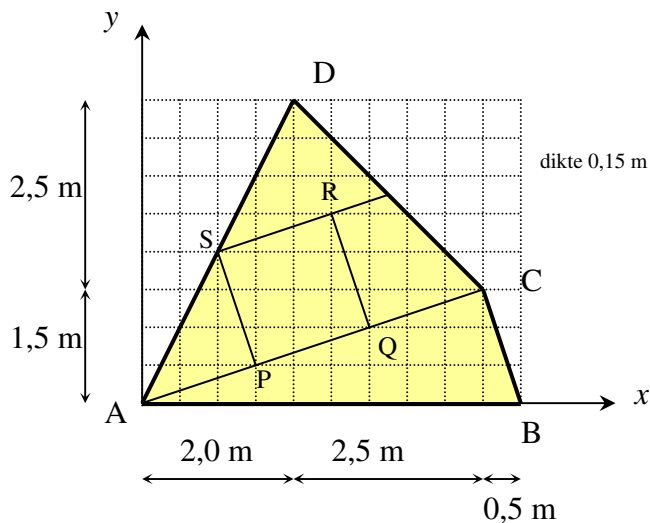
Is het 2^e orde moment in C groter of kleiner dan het 1^e orde moment ?

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitstheorie**(ca 45 min)**

Van een plaat in een homogene isotrope vlakspanningstoestand zijn de randen ABCD belast. Op de plaat is een vierkantennet PQRS getekend. Na belasten blijkt dat de randen van dit vierkant recht blijven en loodrecht op elkaar blijven staan. Met behulp van een rekmeting is bekend dat:

- Vezels evenwijdig aan PQ **verkorten** met een rek van $2,0 \times 10^{-3}$
- Vezels evenwijdig aan QR **verlengen** met een rek van $1,8 \times 10^{-3}$

Het proefstuk is gemaakt van een materiaal waarvan het vloeigedrag goed te beschrijven is met de vloeivoorwaarde van Tresca.

**Cirkel van Mohr**

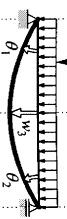
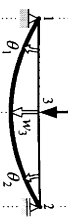
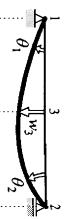
In verband met de getalswaarden is het belangrijk de cirkels zo nauwkeurig mogelijk te tekenen dus gebruik een scherp potlood. Eventuele kleine afwijkingen zijn onvermijdelijk maar de docent zal daar rekening mee houden bij de beoordeling.

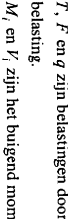
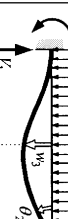
Gegevens: $E = 75000 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,25$; $f_y = ? \text{ N/mm}^2$

Vragen:

- Aan welke voorwaarde(n) moet de dwarscontractie-coëfficiënt voldoen voor een isotroop en lineair elastisch materiaal?
- Teken de cirkel van Mohr voor de rekken. Geef duidelijk aan waar het richtingencentrum ligt en schrijf de waarden erbij. Kies zelf een geschikte schaal en geef duidelijk de hoofdrichtingen aan voor de rek.
- Hoe groot is de lengteverandering van rand AB?
- Bereken de hoofdspansingen.
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen. Geef duidelijk aan waar het richtingencentrum ligt en schrijf de waarden erbij. Kies zelf een geschikte schaal.
- Bereken uit de cirkel van Mohr (of lees de waarden zo nauwkeurig als mogelijk af) wat de spanningen worden op rand AB en AD.
- Het materiaal is bij de gegeven rekken belast tot het uiterste. Teken in de hoofdspansingsruimte de vloeicontour volgens Tresca en bepaal hiermee de waarde van de vloeispanning f_y .

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)				vergeet-mij-nietjes		

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)				statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)		

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right\} \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \text{ voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is maatgevend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$