

Hertentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

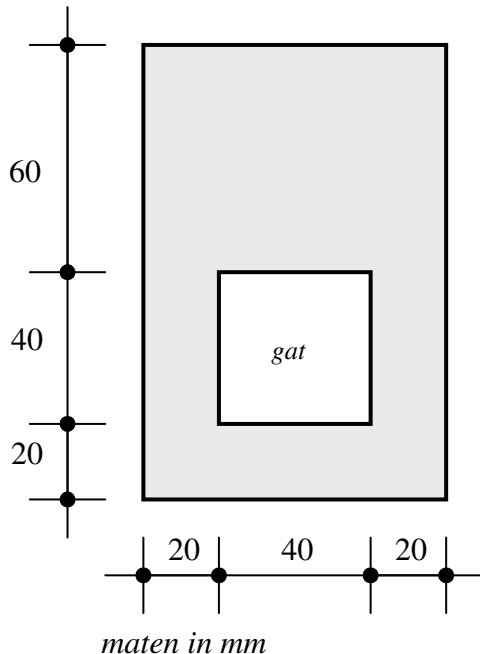
18 Aug 2008 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **4 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen en of PDA's al dan niet met UMTS verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie**(ca 60 min)****Deel 1:**

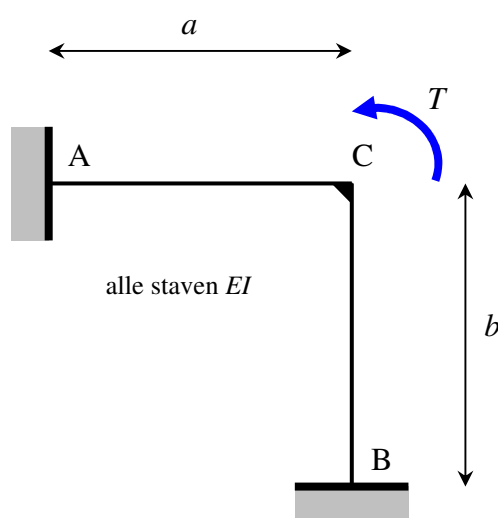
Van een doorsnede met een gat zijn de afmetingen [in mm] in de onderstaande figuur weergegeven. De doorsnede wordt belast tot boven de elasticiteitsgrens.



- Wat houdt “belast tot boven de elasticiteitsgrens” in ?
- Bepaal het volplastisch moment van deze doorsnede in kNm als gegeven is dat het materiaal een vloeigrens heeft van 360 N/mm^2 .

Deel 2:

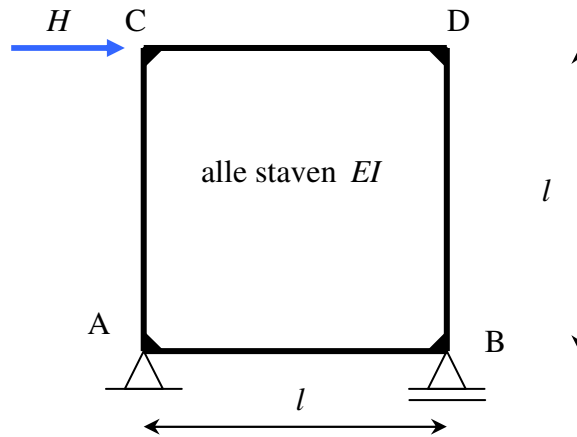
Een raamwerk bestaande uit twee ingeklemde staven wordt in C belast door een koppel T . Er wordt gevraagd om de onderstaande vragen te beantwoorden met behulp van de verplaatsingenmethode.



- Welke (echte) vrijheidsgraden heeft dit systeem?
- Stel de evenwichtsvergelijking(en) op waarbij gebruik wordt gemaakt van de aanpak volgens de verplaatsingenmethode.
- Bepaal de uitdrukking(en) voor de verplaatsing in de richting van de vrijheidsgrad(en) ten gevolge van de aangegeven belasting.

VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 40 min)**

De onderstaande raamwerkconstructie wordt belast met een horizontale puntlast H in C. Alle staven in de constructie hebben buigstijfheid EI . In A is de constructie scharnierend ondersteund en in B opgelegd m.b.v. een horizontale roloplegging. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag buiten beschouwing worden gelaten.



Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $l = 4,0 \text{ m}$; $H = 10 \text{ kN}$

- Schets de vervormde constructie,
- Bepaal het model waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald en geef aan welke vergelijkingen hiervoor moeten worden opgesteld.

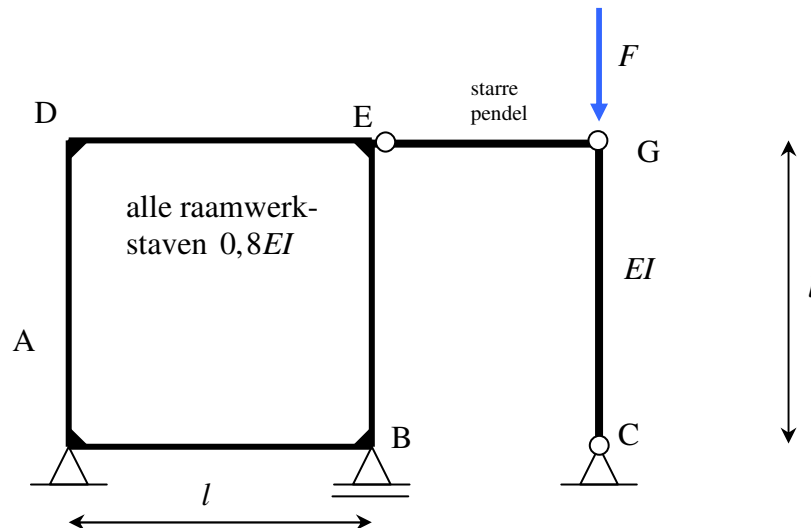
TIP : maak zonodig gebruik van symmetrie.

- Bepaal de onder a) beschreven vergelijkingen en stel het stelsel op dat moet worden opgelost,
- Los de onbekenden op en teken voor de gegeven waarden de momentenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij,
- Teken de dwarskrachtenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij.
- Toon aan dat voor de horizontale verplaatsing van C geldt:

$$u_c = \frac{Hl^3}{12EI}$$

VRAAGSTUK 3 : Stabiliteit**(ca 40 min)**

De onderstaande raamwerkconstructie steunt via een starre pendel EG een op druk belaste pendelkolom GC met buigstijfheid EI . Alle raamwerkstaven in de constructie hebben buigstijfheid $0,8EI$. In A en C is de constructie scharnierend ondersteund en in B opgelegd m.b.v. een horizontale rol. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag buiten beschouwing worden gelaten.



Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $l = 4,0 \text{ m}$; $F = 200 \text{ kN}$

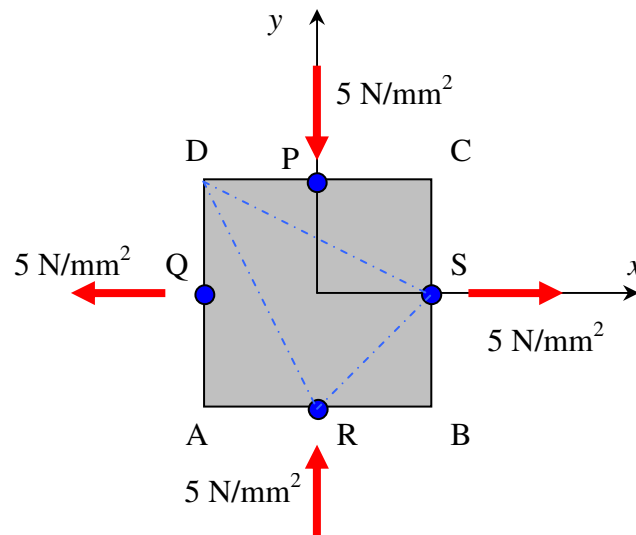
- Bepaal het model waarmee de kniklast van de pendelkolom kan worden bepaald en geef dit model in een schets weer. Gebruik voor eventuele verende delen veerstijfheden maar werk deze hier nog niet verder uit.
- Bepaal m.b.v. de differentiaalvergelijking voor buigingsknik de kniklast van uw model. Gebruik hiervoor het gereedschap van het formuleblad en let met name op de randvoorwaarden.

Merk op: Als u een goede alternatieve methode weet mag u die uiteraard ook gebruiken.

- Bepaal de eventueel door u gebruikte veerstijfheden in uw model.
- Bepaal met de nu bekende gegevens de kniklast van de constructie.
- Geef een goede schatting voor de vergrotingsfactor en geef aan of de constructie met deze belasting gevoelig is voor 2^e orde effecten.

VRAAGSTUK 4 : Cirkel van Mohr**(ca 40 min)**

Een vierkant proefstuk met afmetingen $a \times a$ en dikte t wordt in het vlak belast volgens de spanningssituatie uit de onderstaande figuur. Op de buitenvlakken wordt er louter en alleen een gelijkmatig verdeelde normaalspanning van 5 N/mm^2 aangebracht in de aangegeven richtingen. De spanningen uit het vlak zijn op alle vlakken gelijk aan nul.



- Hoe noemen we deze spanningstoestand?
- Teken de cirkel van Mohr op basis van de spanningen in het x - y -assenstelsel en geef daarbij het richtingencentrum, de hoofdspanningen en de hoofdrichtingen aan.
- Bepaal de spanningen op vlak DS, SR en DR
- Als we het evenwicht van het deel DSR willen controleren is alleen het horizontale en verticale evenwicht voldoende. Bent u het hier mee eens? (motiveer uw antwoord)
- Welke waarde moet de vloeispanning van het materiaal hebben, op basis van een trekproef, opdat er volgens het von Mises bezwijkcriterium geen bezwijken optreedt?

FORMULEBLAD

(1)		$\theta_2 = \frac{Tl}{EI}; \quad w_2 = \frac{Tl^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{Tl}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{Tl^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{Tl}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

(b)		$\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
(11)		$\theta_3 = \frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{12} \frac{ql^4}{EI}; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} ql$
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{Fl^3}{EI}; \quad M_1 = M_2 = \frac{1}{8} Fl; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{192} \frac{ql^4}{EI}; \quad M_1 = \frac{1}{8} ql^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} ql; \quad V_2 = \frac{3}{8} ql$
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{768} \frac{Fl^3}{EI}; \quad M_1 = \frac{3}{16} Fl; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$
(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{Tl^2}{EI}; \quad M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

Enkele formules voor prismaatische liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_1 en V_1 zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede 1 van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \epsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \text{ of } \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yy} + \nu \epsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \epsilon_{xy} \end{cases} \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10\rho}{r l}} \quad \text{met: } \rho = \frac{r l}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$