

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

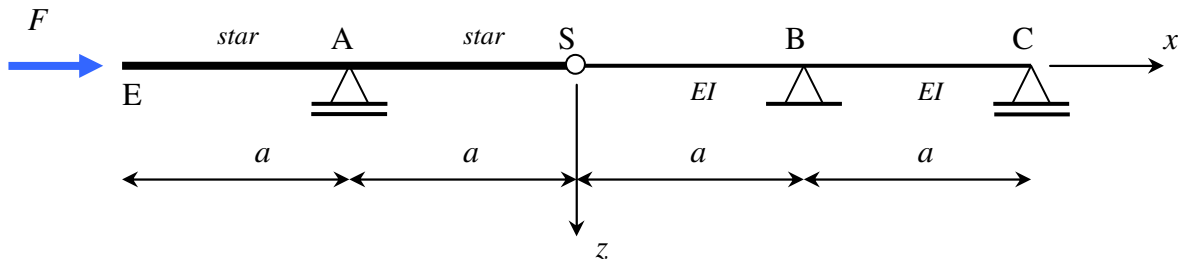
21 Januari 2010 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen en of PDA's al dan niet met UMTS verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie stabiliteit**(ca 30 min)**

De onderstaande constructie bestaat uit een starre staaf EAS die in S scharnierend is verbonden met een buigzame staaf SBC. De constructie wordt op druk belast met een horizontale puntlast F zoals in de figuur is aangegeven. Het aangegeven assenstelsel is aangenomen in S.



Differentiaalvergelijking voor buigingsknik: (zie verder ook formuleblad)

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met:} \quad \alpha^2 = \frac{F}{EI} \quad \text{en} \quad S_z = M' - Fw'$$

Vragen:

- Teken de knikvorm van deze constructie
- Stel voor zowel het starre als buigzame deel de evenwichtsvergelijking in de verplaatste stand op. Maak hierbij schetsjes van de vrijgemaakte delen in de verplaatste stand!

Aanwijzing : Voor het buigzame deel mag gebruik worden gemaakt van de bekende DV voor buigingsknik. Vergeet daarbij niet de juiste randvoorwaarden te vermelden.

- Geef kort, in woorden, aan hoe de kniklast m.b.v. deze vergelijkingen kan worden bepaald.

Merk op : Ga niet rekenen, een uitwerking wordt hier niet gevraagd.

Voor deze constructie heeft de docent de volgende transcendente vergelijking gevonden:

$$\tan(\alpha a) = \frac{3\alpha a}{2 + (\alpha a)^2}$$

- Geef aan waar in uw beschrijving van onderdeel c) deze oplossing verschijnt.
- Bepaal met dit gegeven de kniklast voor deze constructie en druk deze uit in π , EI en a .

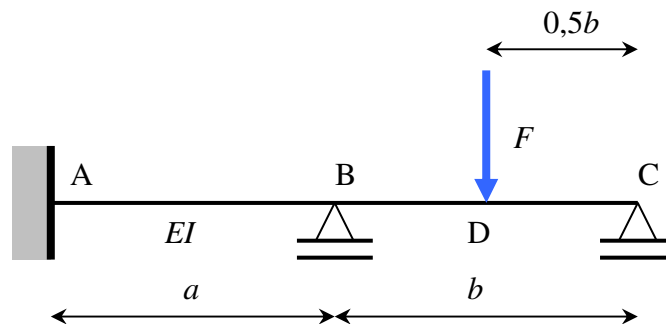
Stel dat het starre deel niet aanwezig zou zijn en de belasting direct aangrijpt op alleen het buigzame deel.

- Bepaal de kniklast en vergelijk deze met de gevonden kniklast van onderdeel e). Wat is naar uw mening de invloed van het starre deel op de kniklast, m.a.w. hoe interpreteert U uw uitkomsten?

Merk op : U mag hierbij gebruik maken van de formules op het formuleblad.

VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 30 min)**

Een ingeklemde ligger wordt halverwege overspanning BC in punt D belast met een puntlast F . De doorgaande ligger is in B en C opgelegd op horizontale rollen.



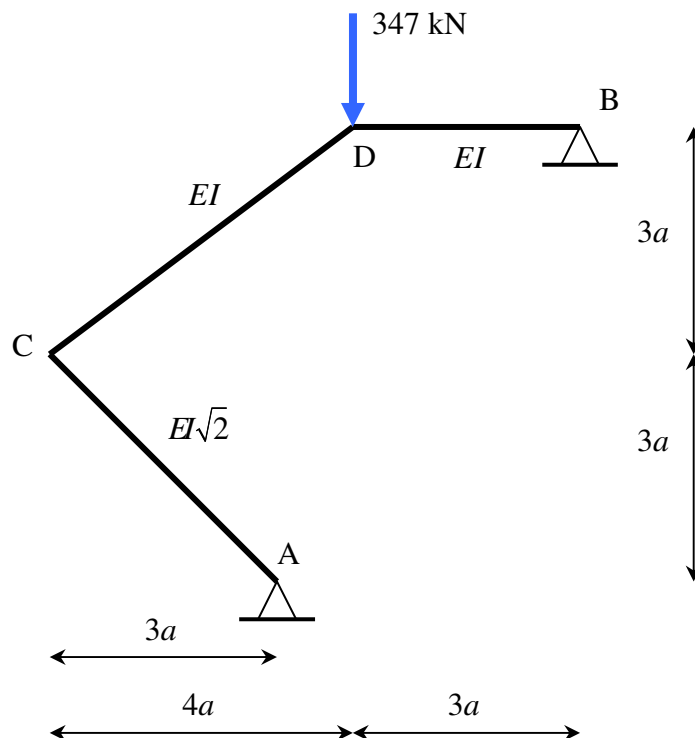
Gegevens : $a = 4 \text{ m}$; $b = 6 \text{ m}$; $F = 40 \text{ kN}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Schets de vervormde constructie en geef aan hoeveel voudig statisch onbepaald deze constructie is. Bepaal een statisch bepaald hoofdsysteem en geef uw statisch onbepaalden aan in een schets waardoor duidelijk wordt wat de door U gekozen positieve richtingen zijn van de statisch onbepaalden.
- Stel de vormveranderingsvoorwaarde(n) op en bepaal de statisch onbepaalde(n).
- Teken de M - en V -lijn voor dit belastingsgeval en bepaal de meest kritische doorsnede voor de controle op sterkte (veiligheid). Geef deze doorsnede duidelijk aan in de M - en V -lijn.

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 45 min)**

De onderstaande XXL-raamwerkconstructie uit de mijnbouw wordt belast met de aangegeven verticale puntlast in D. Let op de aangegeven buigstijfheden bij het bepalen van de krachtsverdeling. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag buiten beschouwing worden gelaten.



Gegevens : $a = 4 \text{ m}$; $F = 347 \text{ kN}$; $EI = 2 \times 10^6 \text{ kNm}^2$

Vragen:

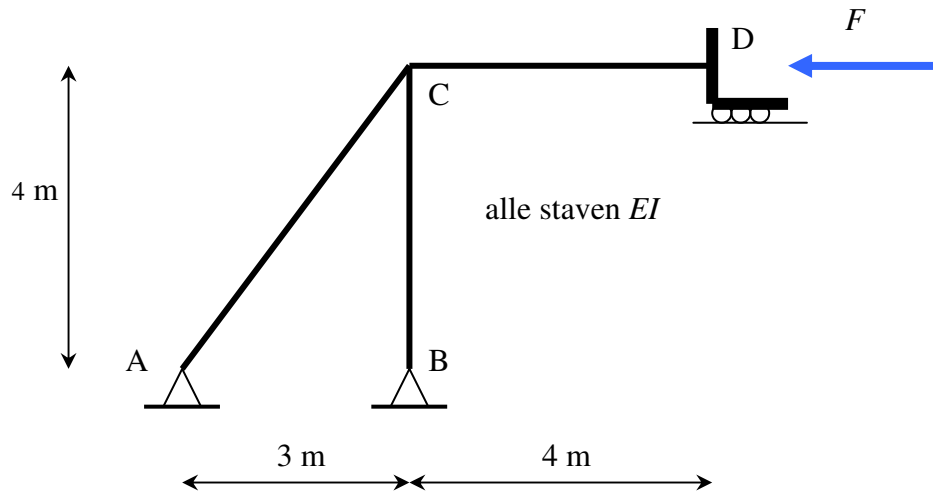
- Geef met een schetsje aan hoe het model eruit ziet waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald en laat duidelijk zien wat de onbekenden zijn.
- Stel de vergelijkingen op waarmee de onbekenden kunnen worden bepaald.
- Los de onbekenden op en teken voor de gegeven waarden de momentenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij.

Ter controle van uw resultaten: het grootste moment in absolute zin is 1995 kNm.

- Bepaal de verplaatsing van punt C.

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 30 min)**

Van de onderstaande constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Alle staven hebben dezelfde buigstijfheid EI . De constructie is in D ingeklemd maar kan hier wel horizontaal verplaatsen. De invloed van de normaalkrachtvervorming en de invloed van de dwarskrachten op het evenwicht in de vervormde stand, mogen worden verwaarloosd.



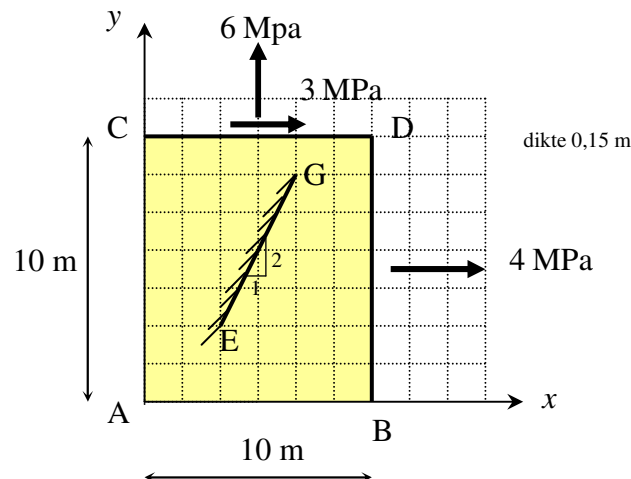
Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$;

Vragen:

- Teken de mogelijke knikvormen en
- Bepaal van de gegeven constructie de maatgevende belasting F op basis van een stabiliteitsonderzoek.

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitstheorie**(ca 45 min)**

Van een homogene vlakspanningstoestand zijn op twee, onderling loodrechte, vlakken de onderstaande spanningen gegeven. Op rand CD zijn zowel de normaal- als de schuifspanning bekend. Op rand BD is alleen een normaalspanning bekend. De dikte van het proefstuk van 10×10 m is 0,15 m. Het proefstuk is gemaakt van een materiaal waarvan het vloeigedrag goed te beschrijven is met de vloeivoorwaarde van von Mises.

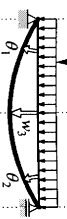
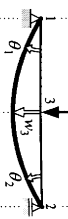
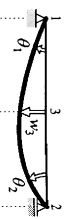


Gegevens: $E = 2000 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,5$; $f_y = 10 \text{ N/mm}^2$

Vragen:

- Bepaal de spanningstensor in het x - y -assenstelsel.
- Aan welke voorwaarde(n) moet de dwarscontractie-coëfficiënt voldoen voor een lineair elastisch materiaal?
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en zet daarin de relevante waarden en geef duidelijk het richtingencentrum aan. Geef tevens de hoofdspanningen en hoofdrichtingen weer.
- Bepaal voor het aangegeven vlak EG de normaal- en schuifspanning en geef deze aan zoals ze in werkelijkheid werken op het vlakje.
- Bepaal de veiligheid m.b.t. bezwijken volgens het criterium van von Mises.
- Teken de rekcirkel van Mohr.
- Bepaal de lengteverandering (verlenging of verkorting) in [mm] van het proefstuk langs lijnstuk BC.

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)				vergeet-mij-nietjes		

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI. T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting. M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.		 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $w_3 = \frac{1}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q \ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q \ell$	 $w_3 = \frac{1}{192} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F \ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{168} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F \ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)				statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)			

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right\} \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is maatgevend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$