

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

21 Januari 2013 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **4 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

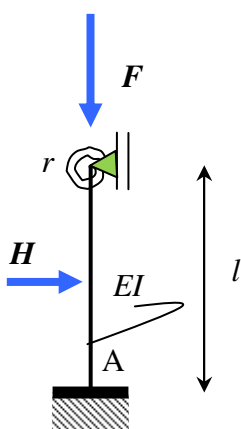
VRAAGSTUK 1 : Theorie**(ca 45 min)****Onderdeel 1**

Van een homogene vlakspanningstoestand worden m.b.v. rekstrookjes rekken gemeten in de richting van de rekstrookjes. Van het te onderzoeken materiaal is de elasticiteitsmodulus en de dwarscontractie coëfficiënt bekend.

- Wat is het minimum aantal rekstrookjes dat nodig is om de spanningstensor te kunnen bepalen?
- Hoe worden de rekstrookjes ten opzichte van elkaar geplaatst?

Onderdeel 2

Van een buigzame op druk belaste staaf is hieronder de schematisatie weergegeven. De staaf is aan een zijde volledig ingeklemd en aan de andere zijde verend ingeklemd d.m.v. een rotatieveer.



- Geef de grenzen aan waartussen de kniklengte van de op druk belaste buigzame staaf moet liggen.
- Wat is uw oordeel over de onderstaande stellingen en motiveer uw antwoord in één of twee zinnen:
 - Het 2^e orde inklemmingsmoment kan exact worden bepaald m.b.v. de vergrotingsfactor en het 1^e orde inklemmingsmoment.
 - Er is voor dit probleem een gesloten uitdrukking te bepalen voor de kniklast.

Onderdeel 3

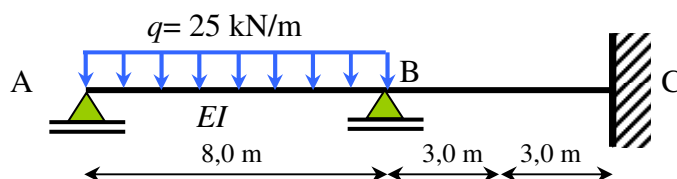
Een doorgaande vloer van een parkeerdek in een parkeergarage wordt belast door een temperatuurbelasting vanwege een brand op het onderliggende parkeerdek. We gaan er gemakshalve van uit dat de temperatuurbelasting gelijkmatig verdeeld is voor de gehele doorgaande ligger.

- Laat zien m.b.v. een schets voor een aantal velden (meer dan 3) hoe de vrije vervorming van de vloer wordt verhinderd.
- Laat duidelijk zien welke momenten hierdoor ontstaan en schets op basis hiervan de momentenlijn voor uw doorgaande ligger.

Onderdeel 4

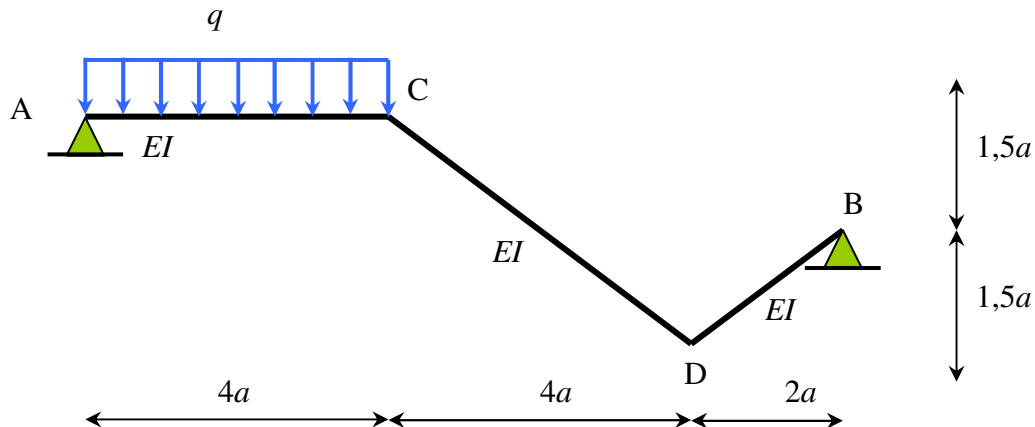
Analyseer de statisch onbepaalde ligger met buigstijfheid EI .

- Bepaal de plaats en de grootte van het maximale veldmoment in veld AB.



VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 45 min)**

Een raamwerkconstructie wordt over het deel AC belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q . Alle staven hebben een gelijke buigstijfheid zoals in de figuur is aangegeven. In C en D zijn de aansluitende staven momentvast met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De krachtsverdeling in de constructie moet worden bepaald met behulp van de hybride krachtenmethode.



Gegevens : $a = 1 \text{ m}$; $q = 41 \text{ kN/m}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Analyseer de constructie en beschrijf kort hoe u de krachtsverdeling gaat bepalen. Ondersteun uw betoog met schetsjes waaruit duidelijk blijkt wat uw (positieve) aannamen zijn.
- Stel alle noodzakelijke voorwaarden op en bepaal uw onbekenden. U mag gebruik maken van de GR om het probleem zo snel mogelijk op te lossen. Geef dan wel overzichtelijk weer welke vergelijkingen er worden opgelost en wat het antwoord uit de GR is.
- Teken de M - en V -lijn inclusief de vervormingstekens en zet de karakteristieke waarden erbij.

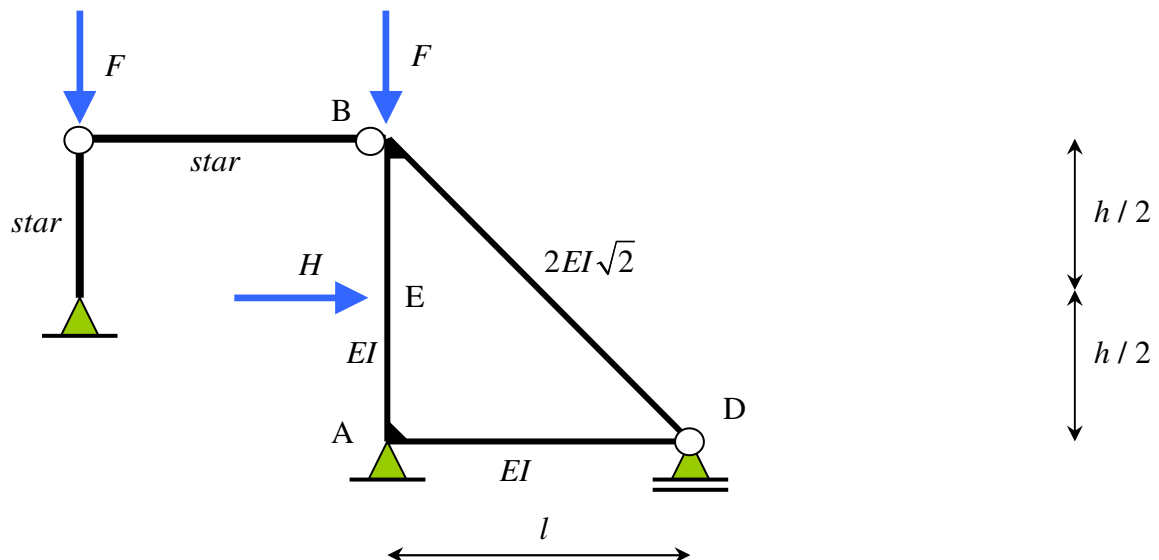
© Ter controle :

- Het grootste moment in staaf CD is in absolute zin gelijk aan 208 kNm.
- Het grootste moment in staaf BD is in absolute zin 32 kNm.

- Bepaal de oplegreacties in B.
- Hoe groot is de horizontale verplaatsing van punt D?

VRAAGSTUK 3 : Stabiliteit**(ca 45 min)**

Van de onderstaande (educatieve) constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Let op de aangegeven buigstijfheden van de afzonderlijke staven en de positionering van de scharnieren. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De kracht H is een constante kracht, de verticale puntlast F kan variëren. Ons onderzoek is gericht op met name staaf AB.



Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $h = 4 \text{ m}$; $l = 4 \text{ m}$; $F = 100 \text{ kN}$; $H = 88 \text{ kN}$

TIP : Maak zo nodig gebruik van de formules op het formuleblad.

Vragen:

- a) Bepaal van deze constructie de 1^e orde momentenverdeling en toon daarbij aan dat voor het moment in E, in absolute zin, geldt:

$$M_E = 58 \text{ kNm}$$

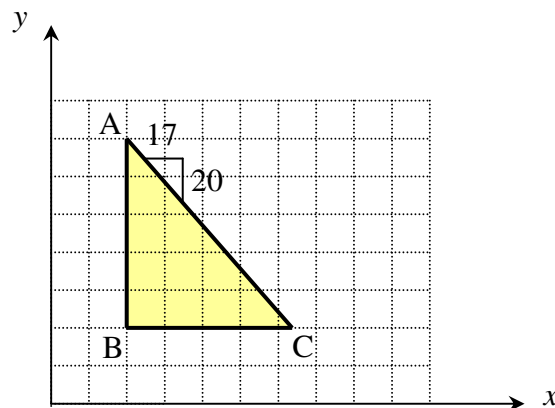
- b) Bepaal de 1^e orde verplaatsing in E.
 c) Bepaal de 1^e orde dwarskracht in staaf BD.
 d) Geef het model weer waarmee de kniklast van deze constructie kan worden bepaald.
 e) Bepaal de kniklast F_k van deze constructie.
 f) Geef een afschatting van de tweede orde uitbuiging van deze constructie in E.
 g) Bepaal de 2^e orde dwarskracht in staaf BD.

VRAAGSTUK 4 : Elasticiteitstheorie**(ca 45 min)**

Van een plaat in een homogene isotrope vlakspanningstoestand zijn de randen ABC belast. Van twee vlakken zijn de spanningen bekend. Voor de aanduiding van de spanningen wordt gebruik gemaakt van een lokale x -as die samenvalt met de uitwendige normaal van het oppervlak:

vlak AC : normaalspanning $+8,5 \text{ N/mm}^2$, schuifspanning $-6,0 \text{ N/mm}^2$
 vlak BC : normaalspanning $-1,5 \text{ N/mm}^2$, schuifspanning $-2,5 \text{ N/mm}^2$

Het proefstuk is gemaakt van een materiaal waarvan het vloeigedrag goed te beschrijven is met de vloeivoorwaarde van von Mises. De helling van het vlak AC is in de figuur aangegeven.

**Cirkel van Mohr**

In verband met de getalswaarden is het belangrijk de cirkels zo nauwkeurig mogelijk te tekenen dus gebruik een scherp potlood. Eventuele kleine afwijkingen zijn onvermijdelijk maar de docent zal daar rekening mee houden bij de beoordeling.

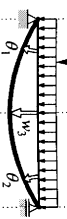
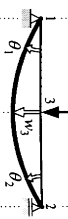
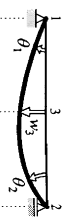
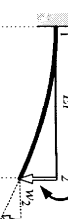
Gegevens: $E = ? \text{ N/mm}^2$; $\nu = ?$; $f_y = 10 \text{ N/mm}^2$

Vragen:

- Teken de vlakken AC en BC en laat zien in welke richting de gegeven spanningen werken op deze vlakken.
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen. Geef duidelijk aan waar het middelpunt en het richtingencentrum ligt en schrijf de waarden erbij. Kies als een geschikte schaal $1 \text{ cm} = 1 \text{ N/mm}^2$ en geef duidelijk de hoofdrichtingen en hoofdspanningen aan.
- Bepaal met behulp van de cirkel van Mohr de spanningstensor in het x - y -assenstelsel.
- Bepaal de elasticiteitsmodulus en de dwarscontractiecoëfficiënt als gegeven is dat geldt:

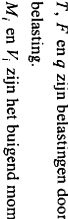
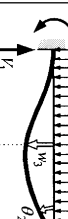
$$\epsilon_{xx} = \frac{3}{2000}; \quad \epsilon_{yy} = -\frac{1}{1500}$$
- Bepaal voor een vezelrichting die een hoek van $10,5^\circ$ maakt met de x -as de rek.
- Controleer de veiligheid van de gegeven spanningssituatie op basis van de vloeivoorwaarde van von Mises.

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
--	---	--	--	---	---	--

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
--	---	--	--	---	---	--

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \text{ voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

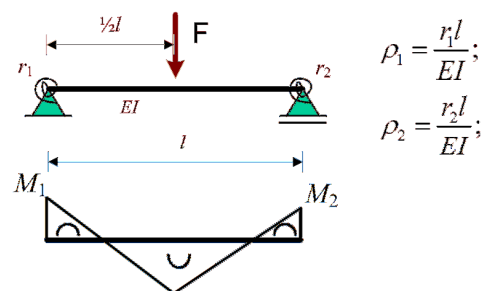
Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

VGN voor verend ingeklemde statisch onbepaalde ligger



$$M_1 = \frac{\rho_1(\rho_2 + 6)}{8\rho_1(\rho_2 + 4) + 32(\rho_2 + 3)} Fl$$

$$M_2 = \frac{\rho_2(\rho_1 + 6)}{8\rho_2(\rho_1 + 4) + 32(\rho_1 + 3)} Fl$$