

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

23 Januari 2012 van 14:00 – 17:00 uur

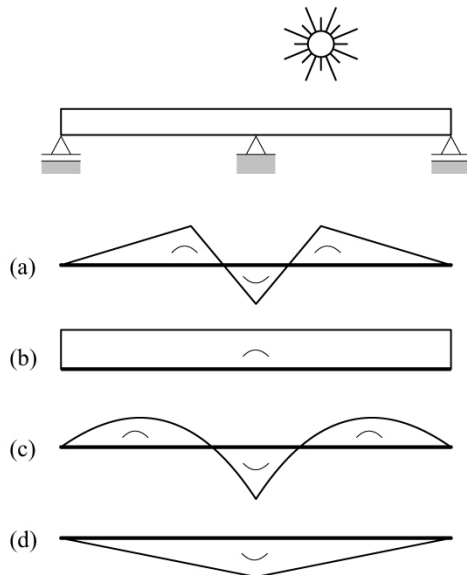
Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

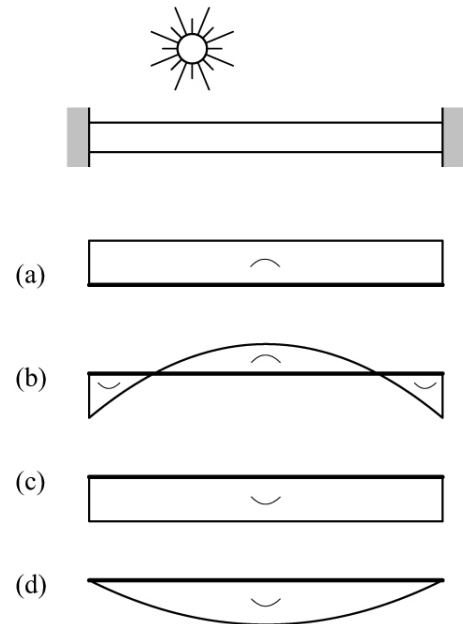
VRAAGSTUK 1 : Theorie, statisch onbepaald**(ca 15 min)**

Van een statisch onbepaalde ligger worden hieronder drie situaties geschetst waar de bovenzijde van de ligger door zonbestraling warmer wordt. Gevraagd wordt naar de juiste momentenlijn voor iedere getekende situatie. Omcirkel de juiste oplossing (a), (b), (c) of (d).

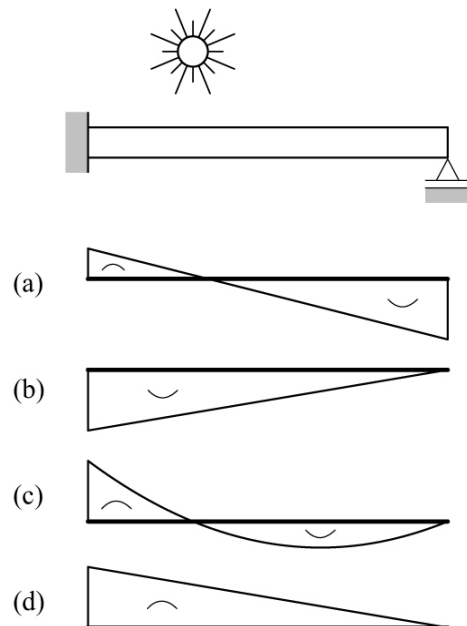
Situatie 1



Situatie 2

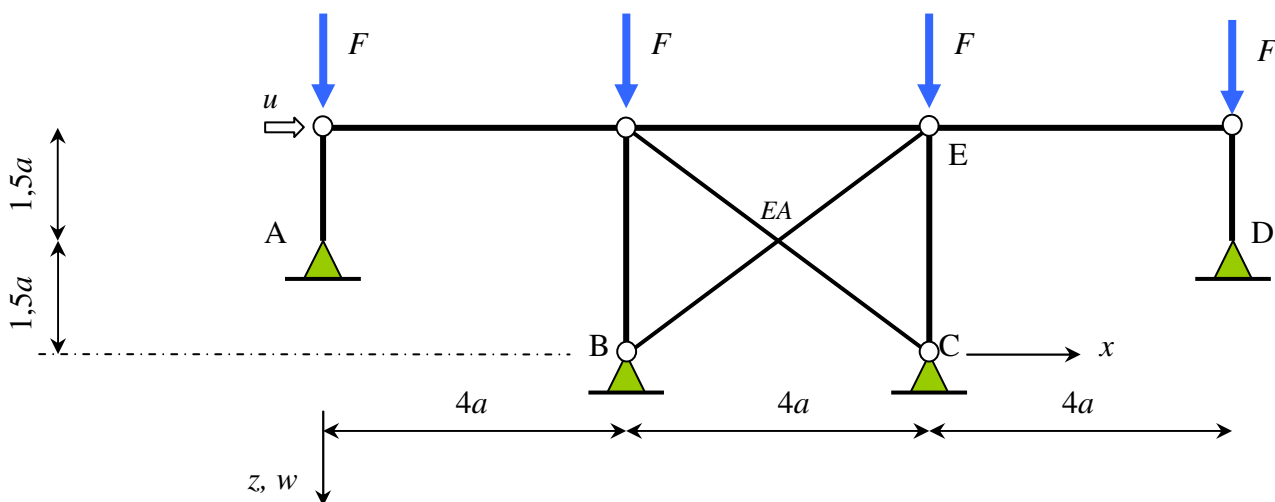


Situatie 3



VRAAGSTUK 2 : Theorie, knik**(ca 25 min)**

Een geschoorde constructie bestaat uit starre staven voor de kolommen en liggers die scharnierend met elkaar zijn verbonden. De schoren zijn kruisende diagonalen met een rekstijfheid EA zoals in de figuur is aangegeven. De schoor heeft geen enkele buigstijfheid. Bij een horizontale verplaatsing u zoals aangegeven, wordt op slechts één van de schoren een beroep gedaan om als schorend element te gaan fungeren.



Gegevens : $a = 2 \text{ m}$; $EA = 20000 \text{ kN}$

Vragen:

- a) Teken de knikvorm en laat zien welke diagonaal in uw situatie, als schoor dienst doet en geef aan waarom?

Voorgesteld wordt om de schorende werking te modelleren met behulp van een *horizontale* translatieveer in E.

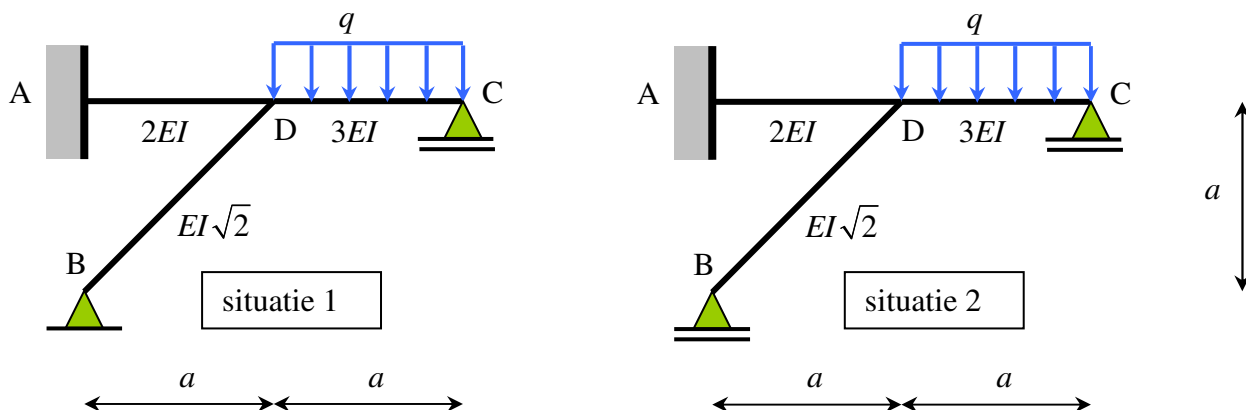
- b) Teken het voorgestelde model waarmee de kniklast kan worden bepaald en toon aan dat de veerstijfheid van de translatieveer gelijk is aan:

$$k = \frac{16}{125} \frac{EA}{a} \quad (\text{aantonen m.b.v. schets en berekening!})$$

- c) Bepaal de kniklast.
- d) Wat vindt U van de modellering met één enkele veer?

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 60 min)**

Een raamwerkconstructie in **situatie 1** wordt op de overspanning DC belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q . Alle staven hebben een afwijkende buigstijfheid zoals in de figuur is aangegeven. In D zijn de aansluitende staven momentvast met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De krachtsverdeling in de constructie moet worden bepaald met behulp van de krachtenmethode.



!!! LET OP DE BUIGSTIJFHEDEN VAN DE STAVEN !!!

Gegevens : $a = 4 \text{ m}$; $q = 1140 \text{ kN/m}$; $EI = 150000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Schets de vervormde constructie van situatie 1 en geef aan hoeveel voudig statisch onbepaald deze constructie is. Bepaal een statisch bepaald hoofdsysteem en geef uw statisch onbepaalden aan in een schets waardoor duidelijk wordt wat de door U gekozen positieve richtingen zijn van de statisch onbepaalden.
- Stel de vormveranderingsvoorwaarde(n) op en bepaal de statisch onbepaalde(n). U mag gebruik maken van alle mogelijke handigheidjes om het probleem zo snel mogelijk op te lossen, dus ook de GR!
- Teken de M -lijn voor dit belastingsgeval inclusief de vervormingstekens en zet de karakteristieke waarden erbij.

De constructie wordt vervolgens gemodificeerd, oplegging B verandert in een horizontale roloplegging. Zie hiervoor de constructie van **situatie 2**.

- Wat verandert er aan de oplossingsstrategie door deze ingreep? Geef dit kort en bondig weer!
- Schets de vervormde constructie en laat duidelijk zien waar de invloed van het veranderde statische systeem, tot uitdrukking komt.
- Stel de noodzakelijke vergelijkingen op waarmee de krachtsverdeling kan worden gevonden. Ondersteun het antwoord zonodig met duidelijke schetsjes.
- Los de onbekende op en teken de M -lijn. Gebruik indien nodig de GR!

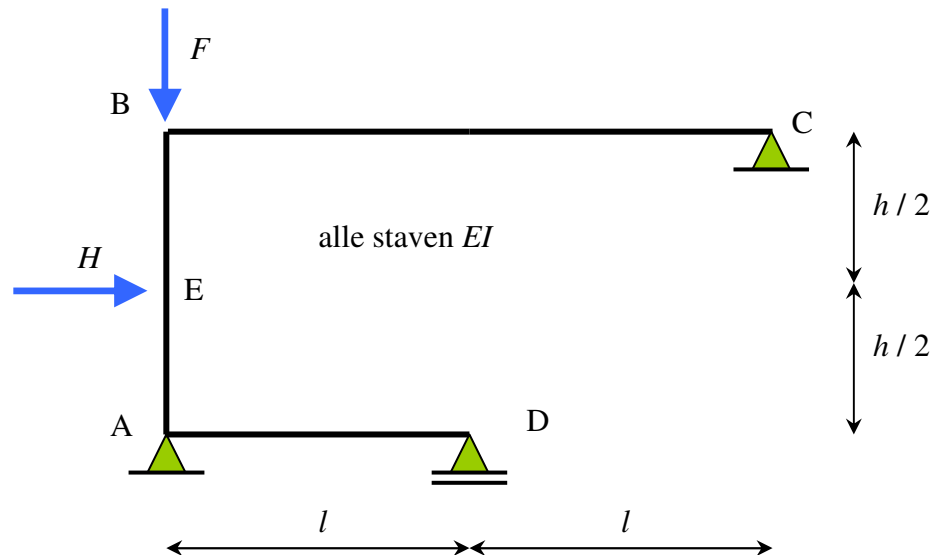
© Ter controle :

- Het grootste moment in staaf BD is in absolute zin gelijk aan 400 kNm .
- Het aansluitmoment in D van staaf DC is in absolute zin 2880 kNm .

- Hoe groot is de horizontale verplaatsing van roloplegging B?

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 40 min)**

Van de onderstaande (educatieve) constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Alle staven hebben dezelfde buigstijfheid EI en zijn star met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkrachtvervorming en de invloed van de dwarskrachten op het evenwicht in de vervormde stand, mogen worden verwaarloosd. De kracht H is een constante kracht, de verticale puntlast F kan variëren. Ons onderzoek is gericht op met name staaf AB.



Gegevens : $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $h = 4 \text{ m}$; $l = 4 \text{ m}$; $F = 300 \text{ kN}$; $H = 92 \text{ kN}$

Vragen:

- a) Bepaal van deze constructie de 1^e orde momentenverdeling en toon daarbij aan dat voor het moment in E, in absolute zin, geldt:

$$M_E = 68 \text{ kNm}$$

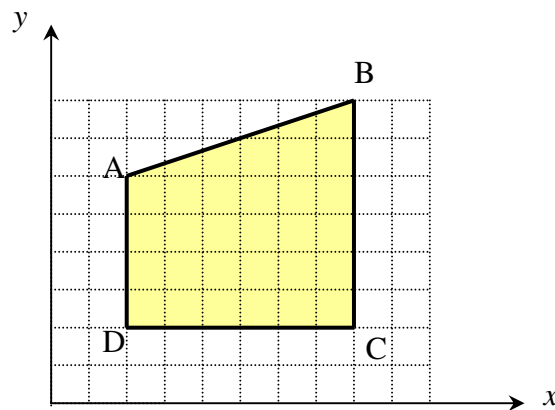
- b) Bepaal de 1^e orde horizontale oplegreactie in C.
 c) Bepaal de 1^e orde verplaatsing in E.
 d) Geef het model weer waarmee de kniklast van deze constructie kan worden bepaald.
 e) Bepaal de kniklast F_k van deze constructie.
 f) Geef een afchatting van de tweede orde uitbuiging van deze constructie in E.
 g) Hoe groot zal het 2^e orde moment in E zijn?
 h) Heeft U nog aanvullende opmerkingen?

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitstheorie**(ca 40 min)**

Van een plaat in een homogene isotrope vlakspanningstoestand zijn de randen ABCD belast. Van twee vlakken zijn de spanningen bekend. Voor de aanduiding van de spanningen wordt gebruik gemaakt van een lokale x -as die samenvalt met de uitwendige normaal van het oppervlak:

- Op AB, normaalspanning 50 N/mm^2 , schuifspanning 40 N/mm^2
- Op BC, normaalspanning 65 N/mm^2 , schuifspanning -35 N/mm^2

Het proefstuk is gemaakt van een materiaal waarvan het vloeigedrag goed te beschrijven is met de vloeivoorwaarde van von Mises.

**Cirkel van Mohr**

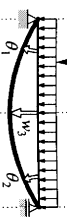
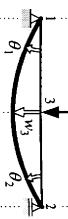
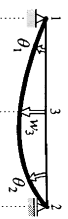
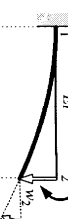
In verband met de getalswaarden is het belangrijk de cirkels zo nauwkeurig mogelijk te tekenen dus gebruik een scherp potlood. Eventuele kleine afwijkingen zijn onvermijdelijk maar de docent zal daar rekening mee houden bij de beoordeling.

Gegevens: $E = 27841,15 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,3813$; $f_y = ? \text{ N/mm}^2$

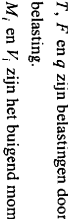
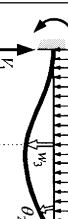
Vragen:

- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen. Geef duidelijk aan waar het middelpunt en het richtingencentrum ligt en schrijf de waarden erbij. Kies zelf een geschikte schaal en geef duidelijk de hoofdrichtingen en hoofdspansingen aan.
- Bereken uit de cirkel van Mohr (of lees de waarden zo nauwkeurig als mogelijk af) wat de spanningen worden op rand DC.
- Het materiaal is bij de gegeven spanningen belast tot het uiterste. Bepaal hiermee de waarde van de vloeispanning f_y op basis van het vloeicriterium van von Mises.
- Teken de cirkel van Mohr voor de rekken. Geef duidelijk aan waar het richtingencentrum ligt en bepaal de hoofdrekken. Kies zelf een geschikte schaal.
- Bepaal met behulp van de cirkel de rek in vezels die onder een hoek α van 120 graden staan met de horizontale as.

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^2}{2EI}$
--	---	--	--	---	---	--

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) vergeet-mij-nietjes

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^2}{2EI}$
--	---	--	--	---	---	--

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right\} \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

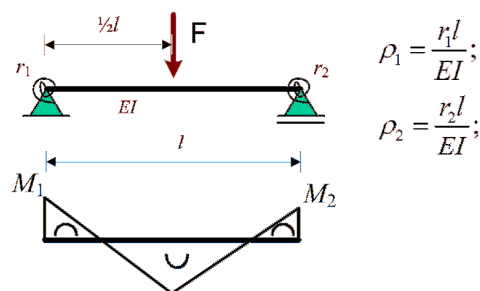
Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

VGN voor verend ingeklemde statisch onbepaalde ligger



$$M_1 = \frac{\rho_1(\rho_2 + 6)}{8\rho_1(\rho_2 + 4) + 32(\rho_2 + 3)} Fl$$

$$M_2 = \frac{\rho_2(\rho_1 + 6)}{8\rho_2(\rho_1 + 4) + 32(\rho_1 + 3)} Fl$$