

Schriftelijk tentamen	CTB2210
	ConstructieMechanica 3
Totaal aantal pagina's	9 pagina's excl voorblad
Datum en tijd	30-01-2017 van 13:30-16:30 uur
Verantwoordelijk docent	J.W. (Hans) Welleman

Alleen het op het uitwerkformulier geschreven werk / antwoord wordt beoordeeld, tenzij onder 'aanvullende informatie' anders is aangegeven.

Tentamenopgaven (in te vullen door examinerator)

Totaal aantal tentamenopgaven: 5, allen met open vragen

☐ **alle opgaven tellen even zwaar**

☒ **de opgaven hebben verschillende weging** (het gewicht is in tijd weergegeven)

Gebruik hulpmiddelen en informatiebronnen tijdens tentamen (in te vullen door examinerator)

Niet toegestaan:

- Nietje verwijderen
- Mobiele telefoon, smart Phone of apparaten met vergelijkbare functies.
- Antwoord geschreven met rode pen of met potlood.
- Hulpmiddelen en/of informatiebronnen tenzij hieronder anders vermeld.

Toegestaan:

- ☐ **boeken** ☐ **aantekeningen** ☐ **woordenboeken** ☐ **dictaten**
- ☐ **formulebladen (zie ook onder aanvullende informatie)** ☒ **rekenmachines** ☐ **computer**
- ☒ **grafische rekenmachine** ☒ **tekenmaterialen waaronder een passer**

Aanvullende informatie (eventueel in te vullen door examinerator)

Het antwoordformulier wordt door een scanner ingelezen en verder digitaal verwerkt. Het is dus van het grootste belang binnen de aangegeven ruimte te blijven en duidelijk te schrijven.

Uiterlijke datum nakijken tentamen: (de uiterlijke nakijktermijn is 15 werkdagen)



Elk vermoeden van fraude wordt
gemeld bij de examencommissie.

NIETJE NIET LOSHALEN !!

**Mobiel UIT en
opbergen in tas**

Opgave 1: Theorie

(ongeveer 40 minuten)

Deze opgave bestaat uit twee onderdelen. Ieder onderdeel betreft een afzonderlijk probleem.

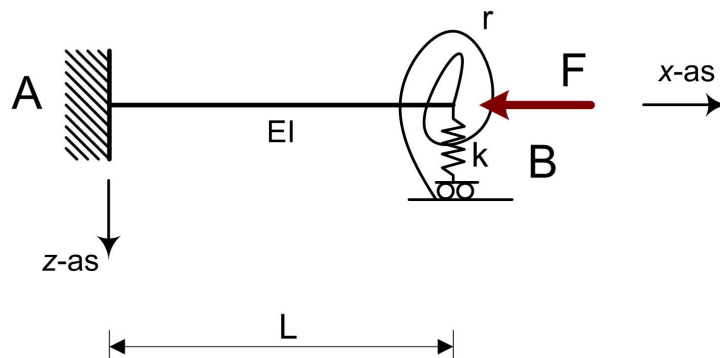
INDIEN ANS : LET OP BIJ DE BEANTWOORDING:

Gebruik uitsluitend het antwoordformulier en blijf binnen de aangegeven ruimte. De antwoordbladen gaan door de scanner en het tentamen wordt verder digitaal verwerkt. Alle bladen zijn uniek gekoppeld aan uw naam en kunnen dus niet vervangen worden door nieuwe bladen. **Vraag om assistentie van de surveillanten als u grote problemen ondervindt.**

Onderdeel 1 : Stabiliteit

(ongeveer 20 min)

In de onderstaande figuur is een deels ingeklemde ligger gegeven die op druk wordt belast. In A is de ligger ingeklemd en in B verend ondersteund en verend ingeklemd met een translatieveer k en een rotatieveer r .



Vragen:

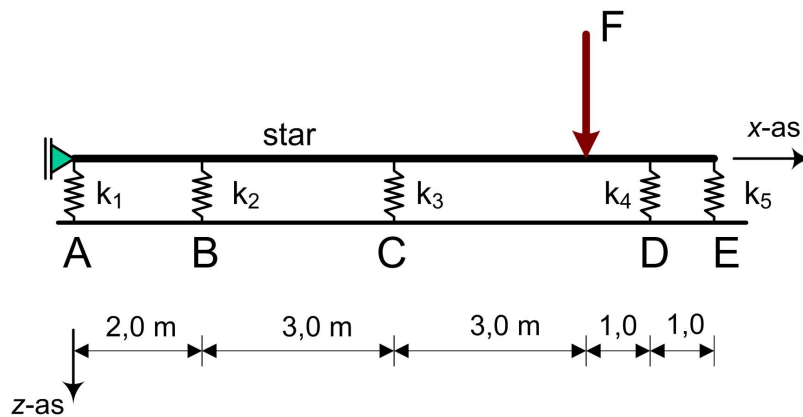
- Geef kort aan uit welke stappen de bepaling van de kniklast bestaat en wat u op voorhand daarbij weet/aanneemt.
- Stel de bijbehorende vergelijking(en) op en geef aan welke onbekende(n) daarmee kunnen worden bepaald.
- Geef een afschatting van de grenzen waarbinnen de kniklast zich moet bevinden voor de gegeven parameters.

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

Onderdeel 2 : Verplaatsingenmethode

(ongeveer 20 min)

De onderstaande starre ligger wordt ondersteund met 5 translatieveren. Aan de linker zijde is de ligger opgelegd door middel van een verticale roloplegging. De belasting is aangegeven in de figuur.



Gegeven : $F = 2580 \text{ kN}$; $k_1 = 100 \text{ kN/m}$; $k_2 = 2k_1$; $k_3 = 3k_1$; $k_4 = 4k_1$; $k_5 = 5k_1$;

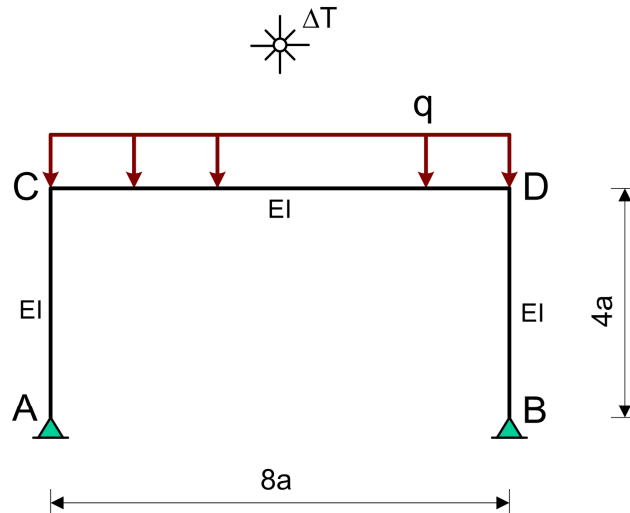
Vragen:

- d) Welke onbekende(n) kiest U om de krachtsverdeling in de veren te bepalen met behulp van de verplaatsingenmethode?
- e) Stel de noodzakelijke vergelijking(en) op waarmee deze onbekenden kunnen worden opgelost.
- f) Los de onbekende(n) op.
- g) Bepaal de grootte van de kracht in veer 1 en 5 en geef aan of het hier om een trek of een drukkracht gaat.

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 40 minuten)

De onderstaande spantconstructie wordt aan de buitenzijde opgewarmd. Het spant wordt tevens belast op de bovenregel CD met een gelijkmatig verdeelde belasting q zoals aangegeven in de figuur. Alle staven hebben dezelfde materiaal eigenschappen en doorsnede $b \times h$. De doorsnede is zo geplaatst dat deze op buiging om de sterke as wordt belast. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegeven : $\Delta T = 30^\circ$; $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $q = 8 \text{ kN/m}$;
 $a = 1,0 \text{ m}$; $h = 0,6 \text{ m}$; $EI = 32000 \text{ kNm}^2$;

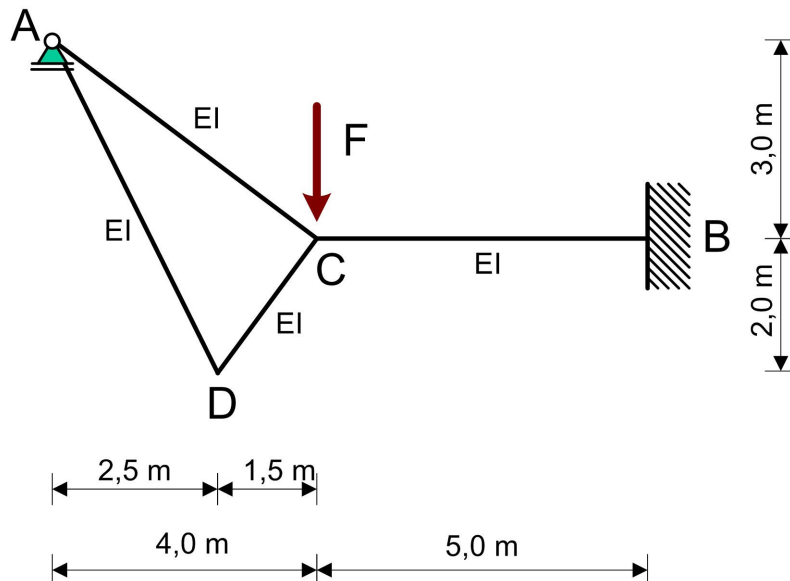
Vragen:

- Bepaal de momentenverdeling t.g.v. alleen de gelijkmatig verdeelde belasting q .
- Teken de momentenlijn voor deze belasting inclusief vervormingstekens en schrijf de waarden op karakteristieke punten erbij.
- Bepaal de momentenverdeling t.g.v. alleen de temperatuursbelasting.
- Teken de momentenlijn voor deze belasting inclusief vervormingstekens en schrijf de waarden op karakteristieke punten erbij.
- Welke uitspraken zijn correct? [markeer indien correct]
 - ☐ Het moment in C t.g.v. alleen q is afhankelijk van a
 - ☐ Het moment in C t.g.v. alleen de temperatuurslast is afhankelijk van a
 - ☐ Het superpositie beginsel geldt niet voor de genoemde belastingen.

Opgave 3: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 30 minuten)

De onderstaande statisch onbepaalde constructie wordt belast door de aangegeven puntlast in C. De constructie is in A opgelegd op een rol en in B volledig ingeklemd. Alleen de staafverbinding in A is scharnierend, de rest is star. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegeven : $F = 50 \text{ kN}$; $EI = 1000 \text{ kNm}^2$;

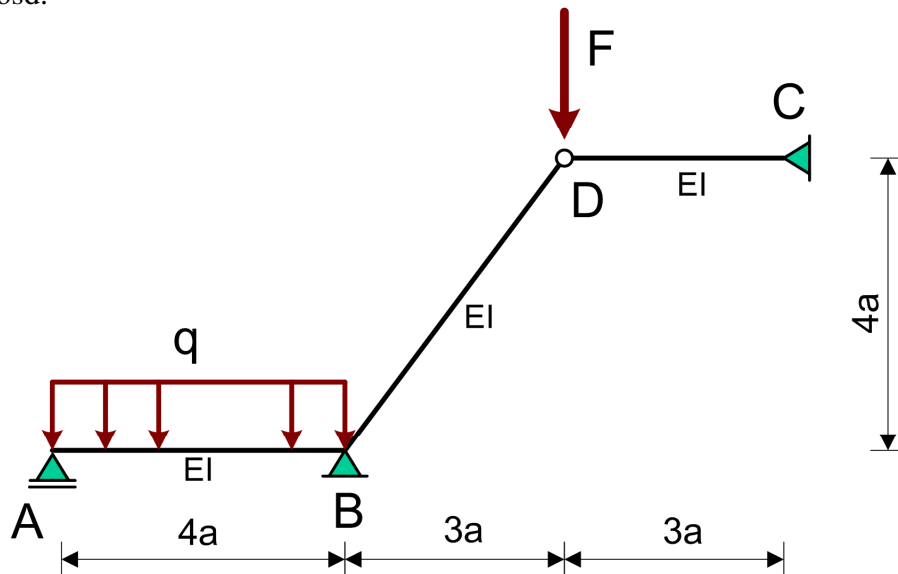
Vragen:

- a) Welke uitspraken zijn correct? [markeer indien correct]
- ☐ Het moment in B is de helft van het moment in C van deel CB.
 - ☐ Het moment in B is twee maal het moment in C van deel CB.
 - ☐ De invloed van de puntlast zit alleen in de virtuele arbeidsvergelijking.
- b) Geef in een schets aan welke onbekende(n) u kiest om de krachtsverdeling te kunnen bepalen.
- c) Stel de vergelijking(en) op in de door u gekozen onbekenden waarmee u deze kunt oplossen. (**merk op:** los de onbekenden niet op, dat mag u thuis doen)
- d) Hoe groot is de horizontale verplaatsing in A uitgedrukt in uw onbekende(n)?

Opgave 4 : Stabiliteit

(ongeveer 30 minuten)

De onderstaande constructie bestaat uit een schuine kolom BD die in D gesteund wordt door een horizontale *pendelstaaf* en in B momentvast verbonden is met de ligger AB. Alle buigstijfheden zijn gelijk. De gelijkmatig verdeelde belasting q op veld AB is permanent aanwezig. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegevens: $a = 1,0 \text{ m}$; $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $q = 36 \text{ kN/m}$; $F = 100 \text{ kN}$;

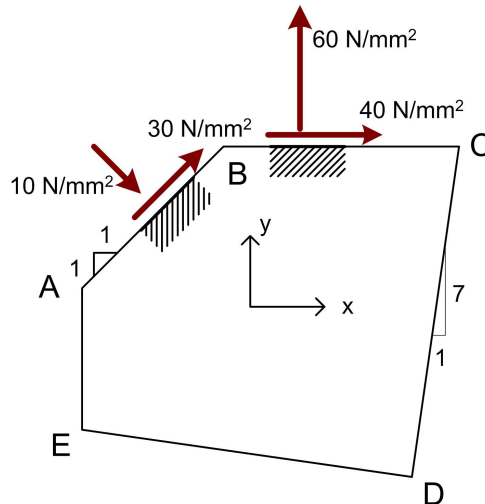
Vragen:

- Teken de knikvorm(en) van deze constructie. Geef duidelijk aan welke delen mogelijk uitknikken en welke delen alleen buigen.
- Geef een schets van de rekenmodel(len) om de bijbehorende knikkracht van deze delen te bepalen en bepaal alle noodzakelijke parameters in uw model(len) en geef deze aan in de schets.
- Bepaal met uw model de maatgevende kniklast voor F , maak zo nodig gebruik van het formuleblad.
- Bepaal het 1^e orde moment in B.
- Bepaal het 2^e orde moment in B (mag een goede afschatting zijn).

Opgave 5 : Elasticiteitstheorie

(ongeveer 40 minuten)

Een proefstuk ABCDE verkeert in een homogene isotrope vlakspanningstoestand. Van twee vlakken zijn de normaal en schuifspanning bekend. Deze vlakjes zijn hieronder getekend samen met het assenstelsel dat wordt aangehouden.



Gegeven: $E = 10000 \text{ N/mm}^2$; $G = 4000 \text{ N/mm}^2$; $f_y = 140 \text{ N/mm}^2$;

Vragen

- Welke bewering is niet correct?
 - ☐ Een positieve hoofdspanning 1 en 2 geeft een hogere capaciteit als Tresca wordt gehanteerd i.p.v. von Mises (op basis van een trekproef).
 - ☐ Een positieve hoofdspanning 1 in combinatie met een negatieve hoofdspanning 2 levert een gelijke capaciteit als waarbij beiden positief zijn.
 - ☐ Het Tresca criterium valt precies samen met het von Mises criterium (op basis van een trekproef) indien de hoofdspanningen in absolute zin gelijk zijn aan de vloeispanning.
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en geef duidelijk het **richtingencentrum** en de **hoofdrichtingen** en **hoofdspanningen** aan. Bepaal de hoofdspanningen m.b.v. een berekening op basis van de cirkelinformatie.
- Bepaal met de cirkel van Mohr de spanningen op het vlak AE en DC en teken deze zoals ze in werkelijkheid werken en zet de getalswaarde erbij.
- Bepaal de rektensor op basis van de gevonden spanningstensor.
- Teken de cirkel voor Mohr voor de rekken.
- Bepaal de rek in een vezel evenwijdig aan AB. (mag exact of door deze af te lezen uit de rekcirkel)

FORMULEBLAD

(scheur dit blad en verder los van het werk)

(1)		$\theta_2 = \frac{TL}{EI}; w_2 = \frac{TL^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}; w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}; w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{Fl}{EI}; \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{Fl}{EI}; w_3 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}; w_3 = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}; w_3 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{TL}{EI}; \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{TL}{EI}; w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{TL}{EI}; w_2 = \frac{1}{32} \frac{TL^2}{EI}; M_1 = \frac{1}{2} T; V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{Fl^2}{EI}; w_2 = \frac{7}{168} \frac{Fl^3}{EI}; M_1 = \frac{3}{16} Fl; V_1 = \frac{11}{16} F; V_2 = \frac{5}{16} F$
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{ql^3}{EI}; w_2 = \frac{1}{192} \frac{ql^4}{EI}; M_1 = \frac{1}{8} ql^2; V_1 = \frac{5}{8} ql; V_2 = \frac{3}{8} ql$
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{Fl^3}{EI}; M_1 = M_2 = \frac{1}{8} Fl; V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}; M_1 = M_2 = \frac{1}{12} ql^2; V_1 = V_2 = \frac{1}{2} ql$
(b)		$\theta_2 = \frac{1}{16} \frac{TL}{EI}; w_3 = 0; M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Enkele formules voor prisma's met buigstijfheid EI .
 T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \epsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yy} + \nu \epsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = G \gamma_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

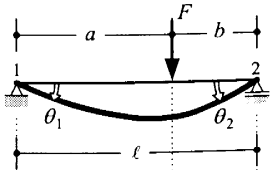
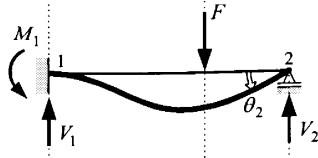
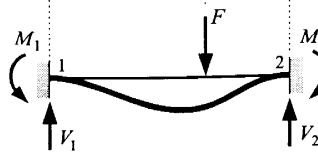
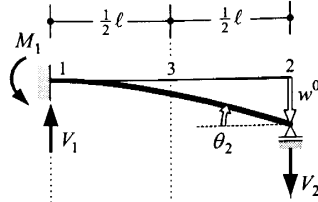
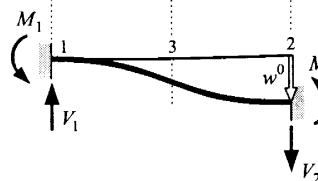
$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \text{ voor } i, j = x, y$$

$$\gamma_{ij} = 2\epsilon_{ij}$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

(c)		$\theta_1 = \frac{Fab(\ell + b)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fab(\ell + a)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{Fb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{2\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{2\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(3\ell - a)}{2\ell^3} = F \left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{Fab^2}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb^2(\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(\ell + 2b)}{\ell^3} = F\ell \left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen

Tensortransformatie formules:

$$k_{\bar{x}\bar{x}} = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) + \frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha + k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{\bar{y}\bar{y}} = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) - \frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha - k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{\bar{x}\bar{y}} = -\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \sin 2\alpha + k_{xy} \cos 2\alpha$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen:

$$\tan 2\alpha = \frac{2k_{xy}}{(k_{xx} - k_{yy})}; \quad k_1, k_2 = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \right]^2 + k_{xy}^2}$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}} \quad \text{met: } \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

η -formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

ρ -formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

Kromming t.g.v temperatuursgradient:

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$