

Schriftelijk tentamen **CTB2210**
ConstructieMechanica 3
Totaal aantal pagina's **23 pagina's excl voorblad**
Datum en tijd **30-01-2017 van 13:30-16:30 uur**
Verantwoordelijk docent **J.W. (Hans) Welleman**

Alleen het op dit uitwerkformulier geschreven werk / antwoord wordt beoordeeld, tenzij onder 'aanvullende informatie' anders is aangegeven.

Tentamenvragen (in te vullen door examiner)

Totaal aantal tentamenvragen: 5, allen open vragen

- ☐ alle vragen tellen even zwaar
☒ de vragen hebben verschillende gewing (het gewicht is in tijd weergegeven)

Gebruik hulpmiddelen en informatiebronnen tijdens tentamen (in te vullen door examiner)

Niet toegestaan:

- Nietje loshalen
- Mobiele telefoon, smart Phone of apparaten met vergelijkbare functies.
- Antwoord geschreven met rode pen of met potlood.
- Hulpmiddelen en/of informatiebronnen tenzij hieronder anders vermeld.

Toegestaan:

- ☐ boeken ☐ aantekeningen ☐ woordenboeken ☐ dictaten
☐ formulebladen (zie ook onder aanvullende informatie) ☒ rekenmachines ☐ computer
☒ grafische rekenmachine ☒ tekenmaterialen waaronder een passer

Aanvullende informatie (eventueel in te vullen door examiner)

...

Uiterlijke datum nakijken tentamen: (de uiterlijke nakijktermijn is 15 werkdagen)



Elk vermoeden van fraude wordt
gemeld bij de examencommissie.

NIETJE NIET LOSHALEN !!

**Mobiel UIT en
opgeborgen in tas**

--	--	--	--	--	--	--	--

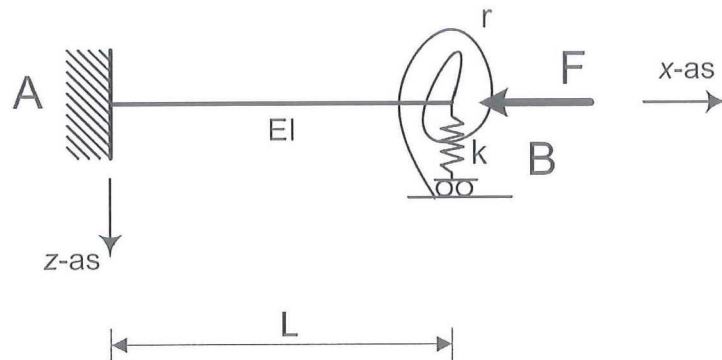
Opgave 1: Theorie

(ongeveer 40 minuten)

Onderdeel 1 : Stabiliteit

(ca 20 min)

In de onderstaande figuur is een deels ingeklemde ligger gegeven die op druk wordt belast. In A is de ligger ingeklemd en in B verend ondersteund en verend ingeklemd met een translatieveer k en een rotatieveer r .



Vragen:

- a) Geef kort aan uit welke stappen de bepaling van de kniklast bestaat en wat u op voorhand daarbij weet/aanneemt.

- DV van buigingsknik gebruiken als model $5EIW'''' + FW'' = 0$
- randvoorwaarden opstellen (4 stukjes)
- ontstaat homogeen stelsel verpl.
- niet triviale oplossing als determinant v/h stelsel 0 is
- transcendentale vergelijking voor kniklast
- iteratief bepalen van kniklast of een passende benaderingsformule zoeken
- $\rightarrow$ ingenieurs formule.
- vorm kan worden bepaald maar niet de uitwijking
- kniklast kan worden gevonden.

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

- b) Stel de bijbehorende vergelijking(en) op en geef aan welke onbekende(n) daarmee kunnen worden bepaald.

4 arb. integratie constanten en de kniklast
1 integratie constante blijft onbepaald

$$x=0 \quad W=0$$

$$\varphi=0$$

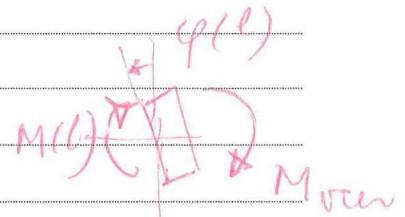
$$x=l \quad S_2 + l W = 0$$

$$M + r \varphi = 0$$

$$S_2(l)$$



$$F_{vier} = l \cdot W(l)$$



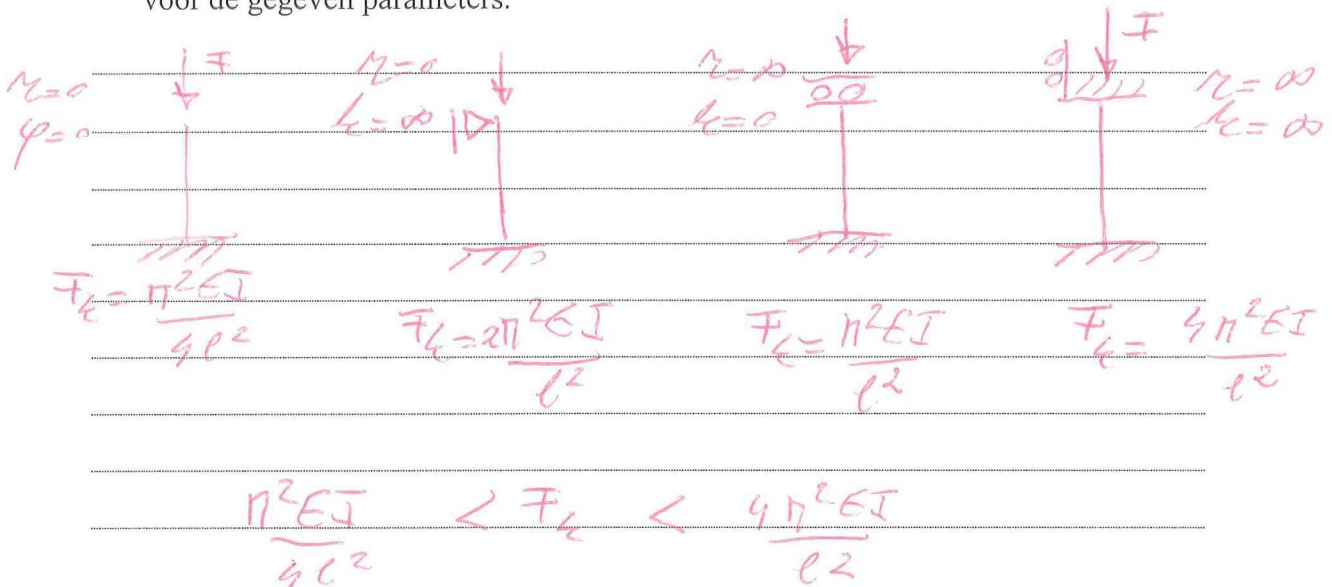
met:

$$W(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x + C_3 x + C_4 \quad \text{en } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\varphi(x) = -W'(x)$$

$$S_2(x) = -F \cdot C_3$$

- c) Geef een afschatting van de grenzen waarbinnen de kniklast zich moet bevinden voor de gegeven parameters.

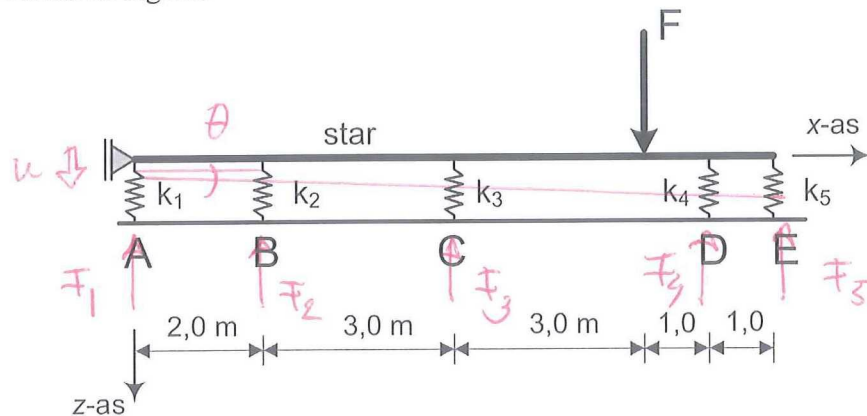


--	--	--	--	--	--	--

Onderdeel 2 : Verplaatsingenmethode

(ca 20 min)

De onderstaande starre ligger wordt ondersteund met 5 translatieveren. Aan de linker zijde is de ligger opgelegd door middel van een verticale roloplegging. De belasting is aangegeven in de figuur.



Gegeven : $F = 2580 \text{ kN}$; $k_1 = 100 \text{ kN/m}$; $k_2 = 2k_1$; $k_3 = 3k_1$; $k_4 = 4k_1$; $k_5 = 5k_1$;

- d) Welke onbekende(n) kiest U om de krachtsverdeling in de veren te bepalen met behulp van de verplaatsingenmethode?

keus u en θ (2 dof's)

$$F_1 = k_1 \cdot u; \quad F_2 = k_2(u + 2\theta); \quad F_3 = k_3(u + 5\theta);$$

$$F_4 = k_4(u + 9\theta); \quad F_5 = k_5(u + 10\theta);$$

vergelijkingen (2 e.v.)

$$\sum F_V = 0 \quad F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 - F = 0$$

$$\sum T_A = 0 \quad F_2 \cdot 2 + F_3 \cdot 5 + F_4 \cdot 9 + F_5 \cdot 10 - F \cdot 8 = 0$$

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- e) Stel de noodzakelijke vergelijking(en) op waarmee deze onbekenden kunnen worden opgelost.

$$(1) \quad 100 \cdot u + 200(u + 2\theta) + 300(u + 5\theta) + 400(u + 9\theta) + 500(u + 10\theta) - F = 0$$

$$(1) \quad 1500u + 10500\theta - 2580 = 0$$

$$(2) \quad 200(u + 2\theta) \cdot 2 + 300(u + 5\theta) \cdot 5 + 400(u + 9\theta) \cdot 9 + 500(u + 10\theta) \cdot 10 - 8F = 0$$

$$(2) \quad 10500u + 90700\theta - 20640 = 0$$

- f) Los de onbekende(n) op.

$$\theta = \frac{3}{20} = 0,15 ; \quad u = \frac{67}{100} = 0,67$$

- g) Bepaal de grootte van de kracht in veer 1 en 5 en geef aan of het hier om een trek of een drukkracht gaat.

$$F_1 = k_1 \cdot u = 100 \cdot \frac{67}{100} = 67 \text{ kN}$$

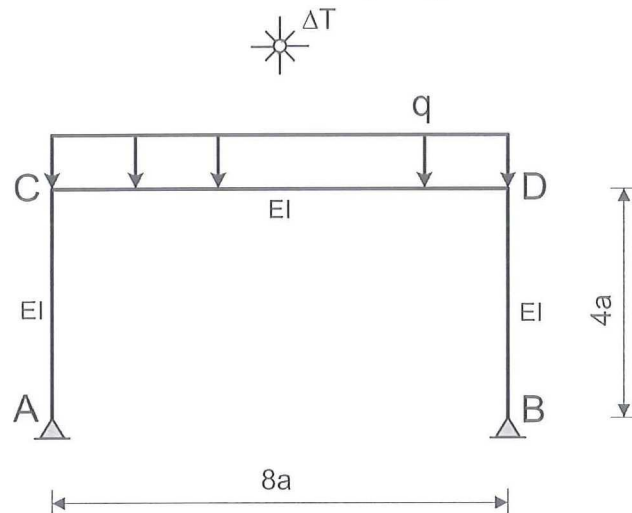
$$F_5 = k_5 \cdot (u + 10\theta) = 1085 \text{ kN}$$

--	--	--	--	--	--	--	--

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 40 minuten)

De onderstaande spantconstructie wordt aan de buitenzijde opgewarmd. Het spant wordt tevens belast op de bovenregel CD met een gelijkmatig verdeelde belasting q zoals aangegeven in de figuur. Alle staven hebben dezelfde materiaal eigenschappen en doorsnede $b \times h$. De doorsnede is zo geplaatst dat deze op buiging om de sterke as wordt belast. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegeven : $\Delta T = 30^\circ$; $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $q = 8 \text{ kN/m}$;
 $a = 1,0 \text{ m}$; $h = 0,6 \text{ m}$; $EI = 32000 \text{ kNm}^2$;

Vragen:

a) Bepaal de momentenverdeling t.g.v. alleen de gelijkmatig verdeelde belasting q .

niet verplaatst naar i.v.m symmetrie
 1 arb. → 1 vergl. (symmetrie)

$$\varphi_C = \varphi_D \quad - \frac{M \cdot 4a}{3EI} = \frac{M \cdot 8a}{3EI} - \frac{q(8a)^2}{24EI} + \frac{M \cdot 8a}{6EI}$$

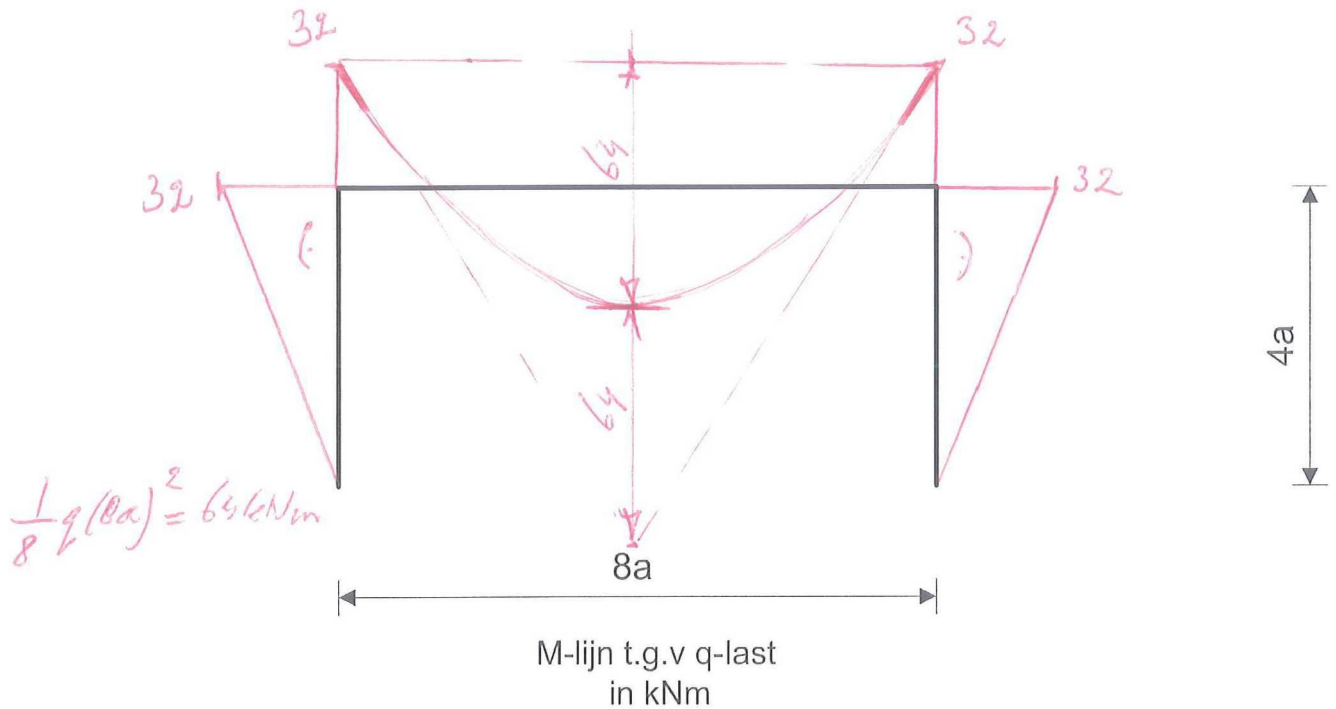
invullen : $M = 32 \text{ kNm}$

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

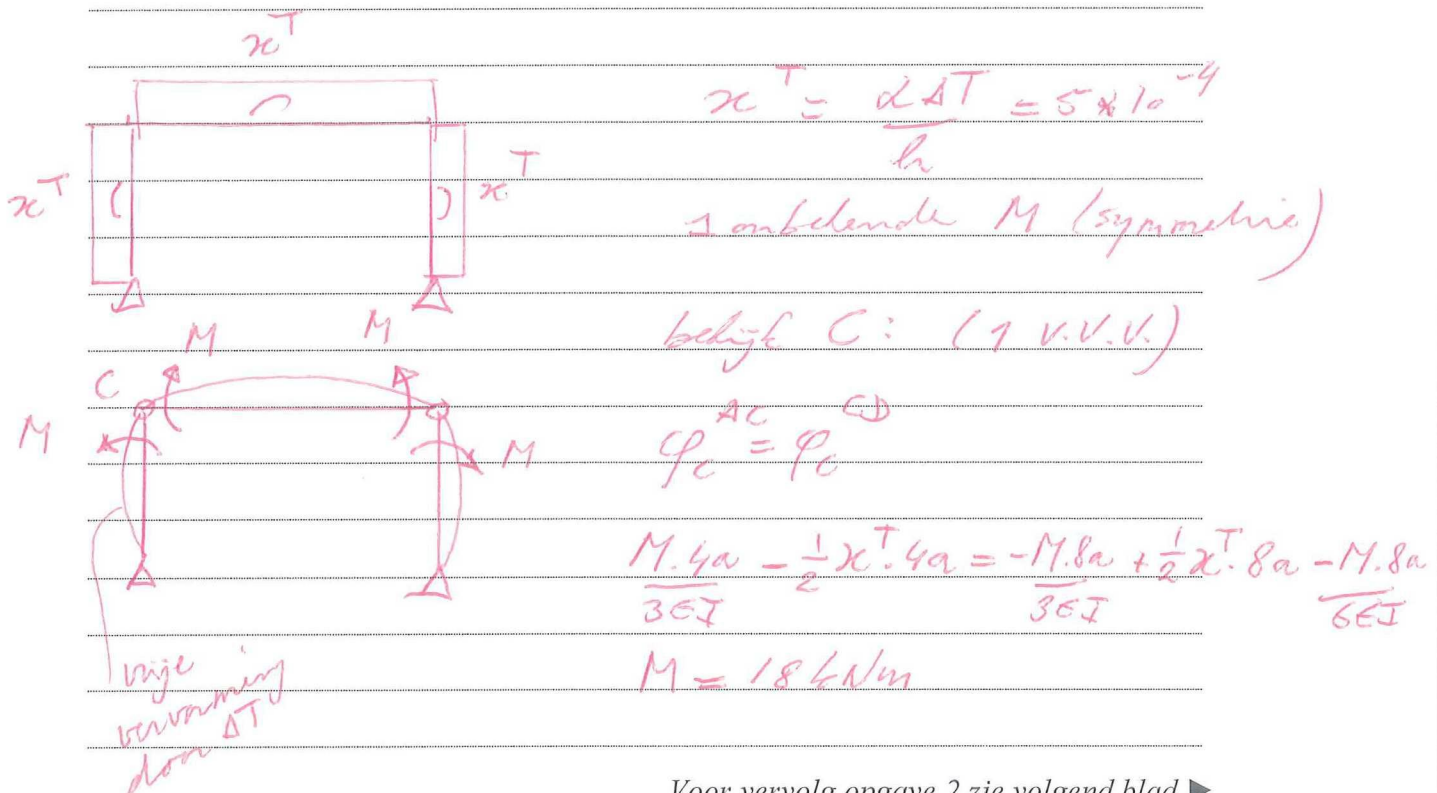
--	--	--	--	--	--	--

Antwoordformulier van het tentamen :
 CM3, 30 jan 2017

- b) Teken de momentenlijn voor deze belasting inclusief vervormingstekens en schrijf de waarden op karakteristieke punten erbij.



- c) Bepaal de momentenverdeling t.g.v. alleen de temperatuursbelasting.

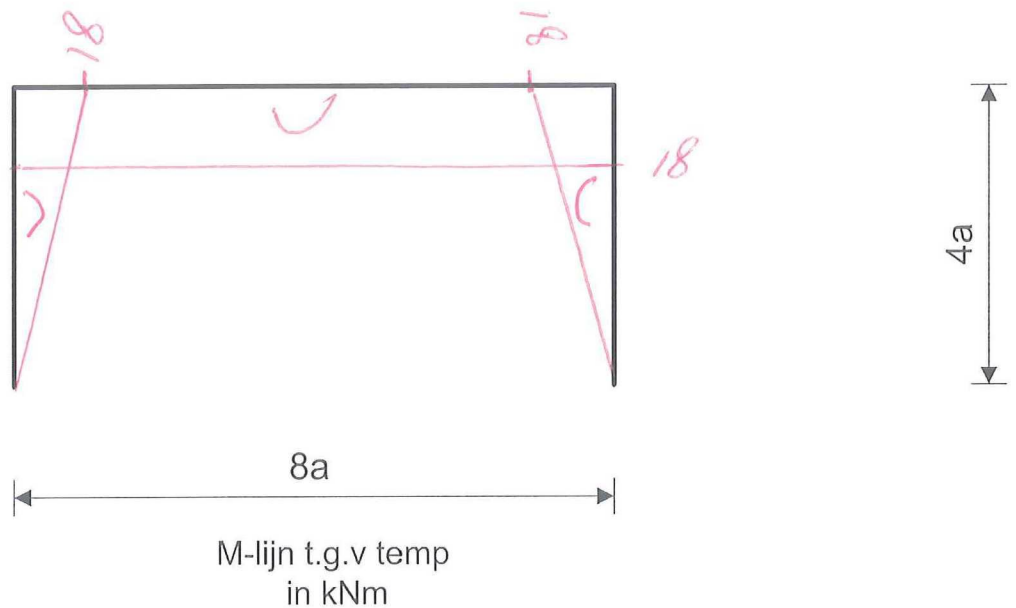


Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

(niet gebruikt)

- d) Teken de momentenlijn voor deze belasting inclusief vervormingstekens en schrijf de waarden op karakteristieke punten erbij.



Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

e) Welke uitspraken zijn correct?

[markeer indien correct]

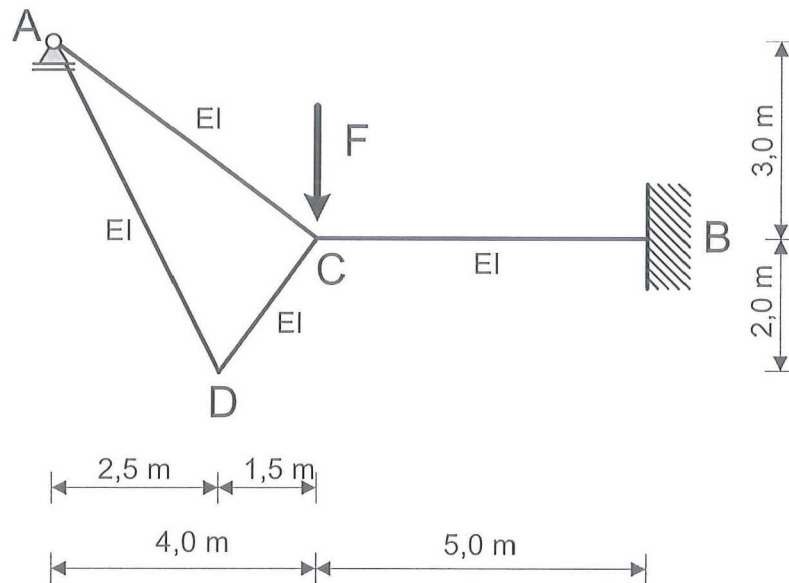
- ☒ Het moment in C t.g.v. alleen q is afhankelijk van a
- ☐ Het moment in C t.g.v. alleen de temperatuurslast is afhankelijk van a
- ☐ Het superpositie beginsel geldt niet voor de genoemde belastingen.

--	--	--	--	--	--	--	--

Opgave 3: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 30 minuten)

De onderstaande statisch onbepaalde constructie wordt belast door de aangegeven puntlast in C. De constructie is in A opgelegd op een rol en in B volledig ingeklemd. Alleen de staafverbinding in A is scharnierend, de rest is star. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegeven : $F = 50 \text{ kN}$; $EI = 1000 \text{ kNm}^2$;

Vragen:

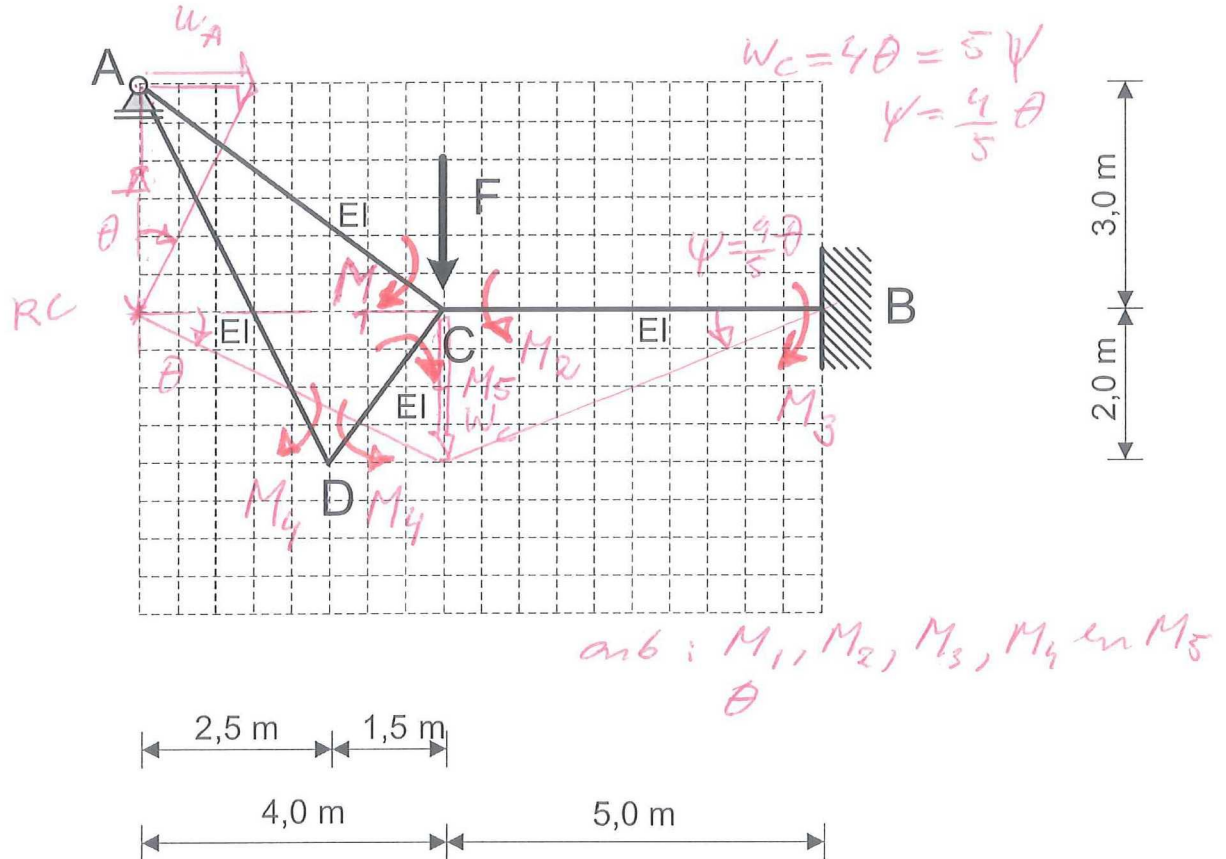
a) Welke uitspraken zijn correct?

[markeer indien correct]

- ☐ Het moment in B is de helft van het moment in C van deel CB.
- ☐ Het moment in B is twee maal het moment in C van deel CB.
- ☒ De invloed van de puntlast zit alleen in de virtuele arbeidsvergelijking.

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

- b) Geef in de onderstaande schets aan welke onbekende(n) u kiest om de krachtsverdeling te kunnen bepalen.



- c) Stel de vergelijking(en) op in de door u gekozen onbekenden waarmee u deze kunt oplossen. (merk op: los de onbekenden niet op, dat mag u thuis doen)

$$\begin{aligned}
 1 \quad \varphi_{CA} &= \varphi_{CB} \quad \frac{-M_1 \cdot 5}{3EI} - \theta = \frac{M_2 \cdot 5}{3EI} + \frac{M_3 \cdot 5}{6EI} + \frac{4}{5}\theta \\
 2 \quad \varphi_{CA} &= \varphi_{CD} \quad \frac{-M_1 \cdot 5}{3EI} - \theta = -\frac{M_4 \cdot 2\frac{1}{2}}{6EI} - \frac{M_5 \cdot 2\frac{1}{2}}{3EI} - \theta \\
 3 \quad \varphi_{DA} &= \varphi_{DC} \quad \frac{-M_4 \cdot 2\frac{1}{2}}{3EI} - \theta = \frac{M_4 \cdot 2\frac{1}{2}}{3EI} + \frac{M_5 \cdot 2\frac{1}{2}}{6EI} - \theta \\
 4 \quad \varphi_B &= 0 \quad \frac{-M_2 \cdot 5}{6EI} + \frac{M_3 \cdot 5}{3EI} + \frac{4}{5}\theta = 0 \\
 5 \quad M_1 + M_5 - M_2 &= 0 \quad (\text{groep C in momenten evenwicht}) \\
 6 \quad \delta_A &= 0
 \end{aligned}$$

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

Antwoordformulier van het tentamen :

CM3, 30 jan 2017

$$\delta A = \underbrace{M_1 \cdot \delta \theta + M_5 \cdot \delta \theta - M_4 \cdot \delta \theta + M_4 \cdot \delta \theta}_{ACD} + \underbrace{M_2 \cdot \frac{4}{5} \delta \theta - M_3 \cdot \frac{4}{5} \delta \theta}_{CB} + F \cdot 4 \delta \theta = 0$$

$$VA : M_1 + M_5 + \frac{4}{5} M_2 - \frac{4}{5} M_3 + 4 F = 0.$$

d) Hoe groot is de horizontale verplaatsing in A uitgedrukt in uw onbekende(n)?

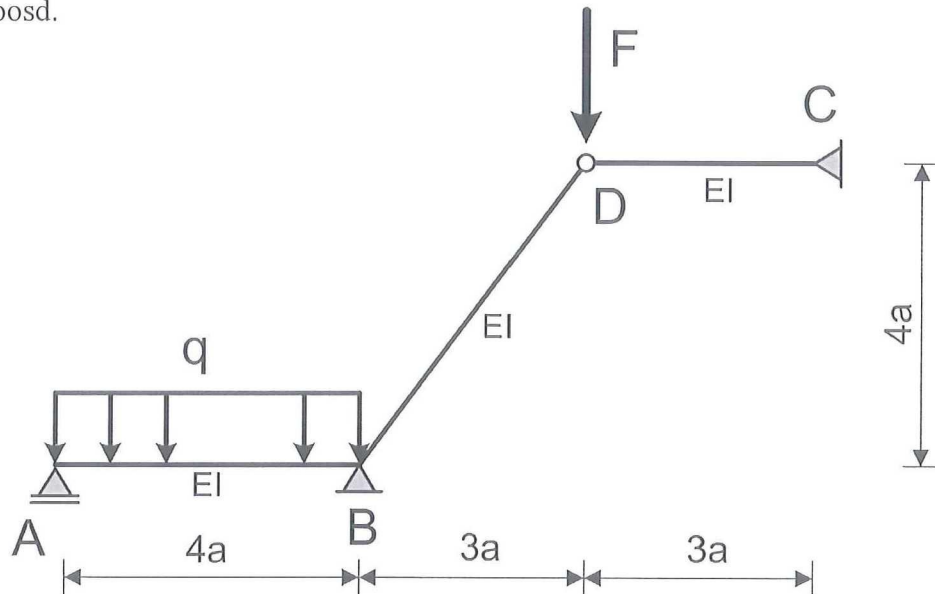
$$u_A = 3 \theta$$

--	--	--	--	--	--	--	--

Opgave 4 : Stabiliteit

(ongeveer 30 minuten)

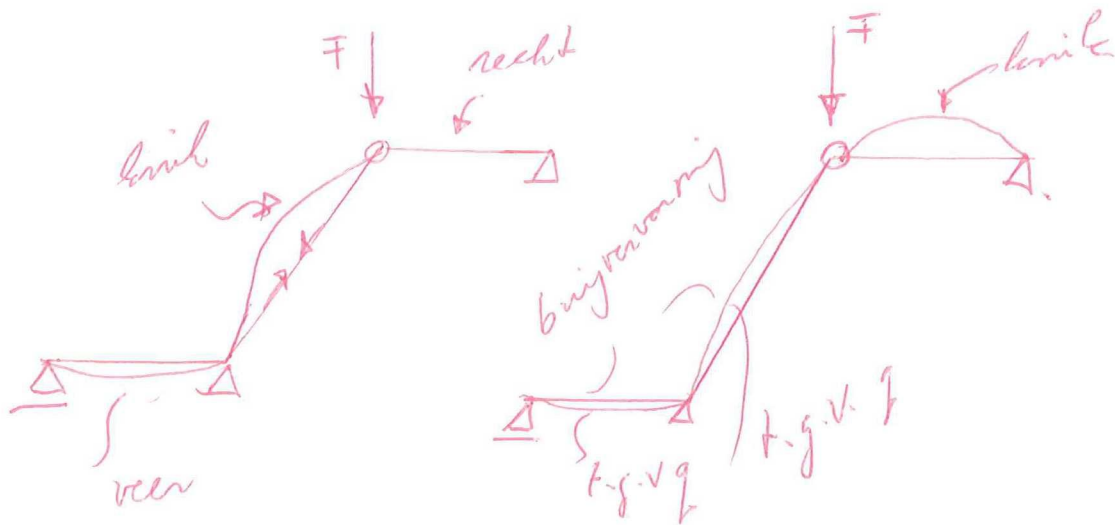
De onderstaande constructie bestaat uit een schuine kolom BD die in D gesteund wordt door een horizontale *pendelstaaf* en in B momentvast verbonden is met de ligger AB. Alle buigstijfheden zijn gelijk. De gelijkmatig verdeelde belasting q op veld AB is permanent aanwezig. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegevens: $a = 1,0 \text{ m}$; $EI = 1000 \text{ kNm}^2$; $q = 36 \text{ kN/m}$; $F = 100 \text{ kN}$;

Vragen:

- a) Teken de knikvorm(en) van deze constructie. Geef duidelijk aan welke delen mogelijk uitknikken en welke delen alleen buigen.



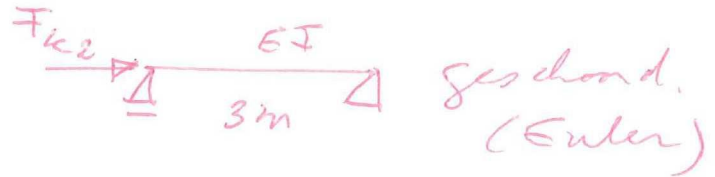
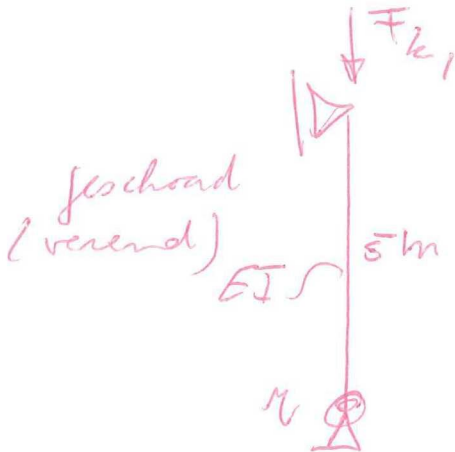
(schets)

Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

Antwoordformulier van het tentamen :
 CM3, 30 jan 2017

- b) Geef een schets van de rekenmodel(len) om de bijbehorende knikkracht van deze delen te bepalen en bepaal alle noodzakelijke parameters in uw model(len) en geef deze aan in de schets.



knikkracht v/d elementen
 BD en DC
 (niet gelijk aan uitwendige
 belasting!)

$$\mu = \frac{3EI}{4a} \quad \gamma = \frac{\mu \cdot 5}{EI} = \frac{15}{4}$$

- c) Bepaal met uw model de maatgevende kniklast voor F , maak zo nodig gebruik van het formuleblad.

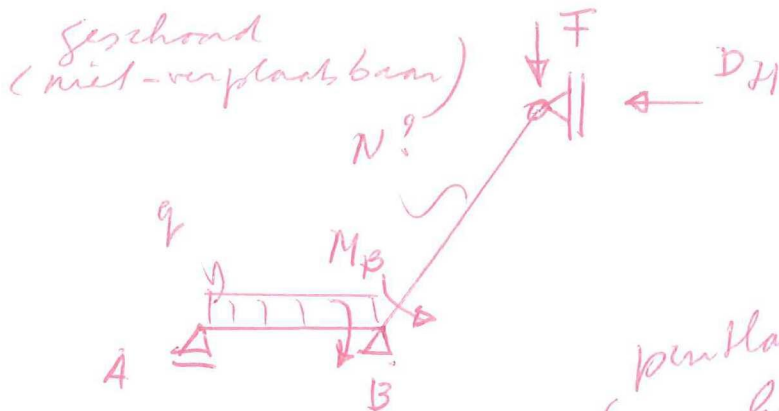
$$F_{k1} = \frac{(5+29)(5)}{(5+9)(5)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{5^2} = 5646 \text{ N} \quad (571 \text{ met } \pi^2=10)$$

$$F_{k2} = \frac{\pi^2 EI}{(3\pi)^2} = 10974 \text{ N} \quad (11116 \text{ N met } \pi^2=10)$$

normaalkracht bepalen in BC en DC
 (let op : 50 constructie)

Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--



penklast F op niet-verplaatsbare
hooft kan niet
in v.v.v. ∇
Das levert geen moment-
bijdrage, wel normaal-
kracht ∇

$$\varphi_B^{BA} = \varphi_B^{BD} \quad -\frac{M_B \cdot 4}{3EI} + \frac{q \cdot 4^3}{24EI} = \frac{M_B \cdot 5}{3EI}$$

$$M_B = 32 \text{ kNm}$$

$$D_H = \frac{3}{4} F - \frac{M_B}{4} = 67 \text{ kN}$$

$$N = -\frac{5}{4} F + \frac{3}{5} \times 8 = -120,2 \text{ kN}$$

(-125 wordt ook
goed gerekend)

control (toets):

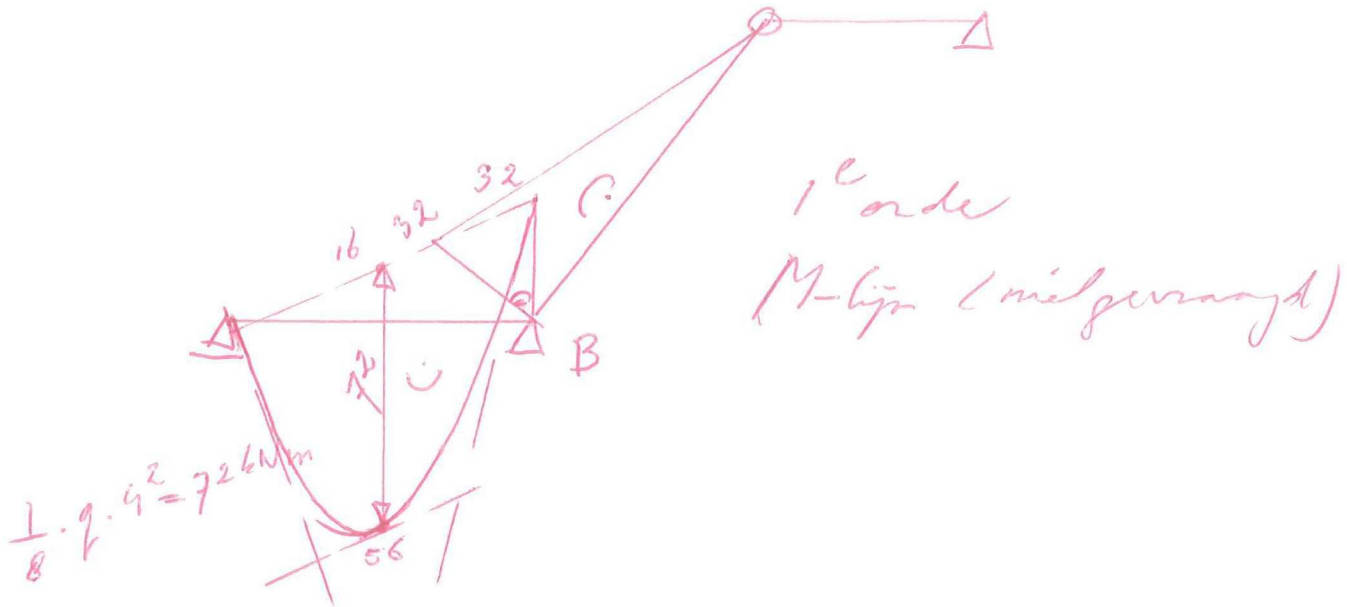
$$67 < 1111 \text{ of } 1077 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

$$120,2 < 571 \text{ of } 569 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

(of 125)

--	--	--	--	--	--	--	--

d) Bepaal het 1^e orde moment in B.



$$M_{B1} = 32 \text{ kNm}$$

e) Bepaal het 2^e orde moment in B (mag een goede afschatting zijn).

$$n = \frac{F_k}{F} = \frac{571}{120,2} = 4,75$$

$$\frac{n}{n-1} = 1,26$$

$$M_{2B} = 1,26 M_{1B} = 40,56 \text{ kNm}$$

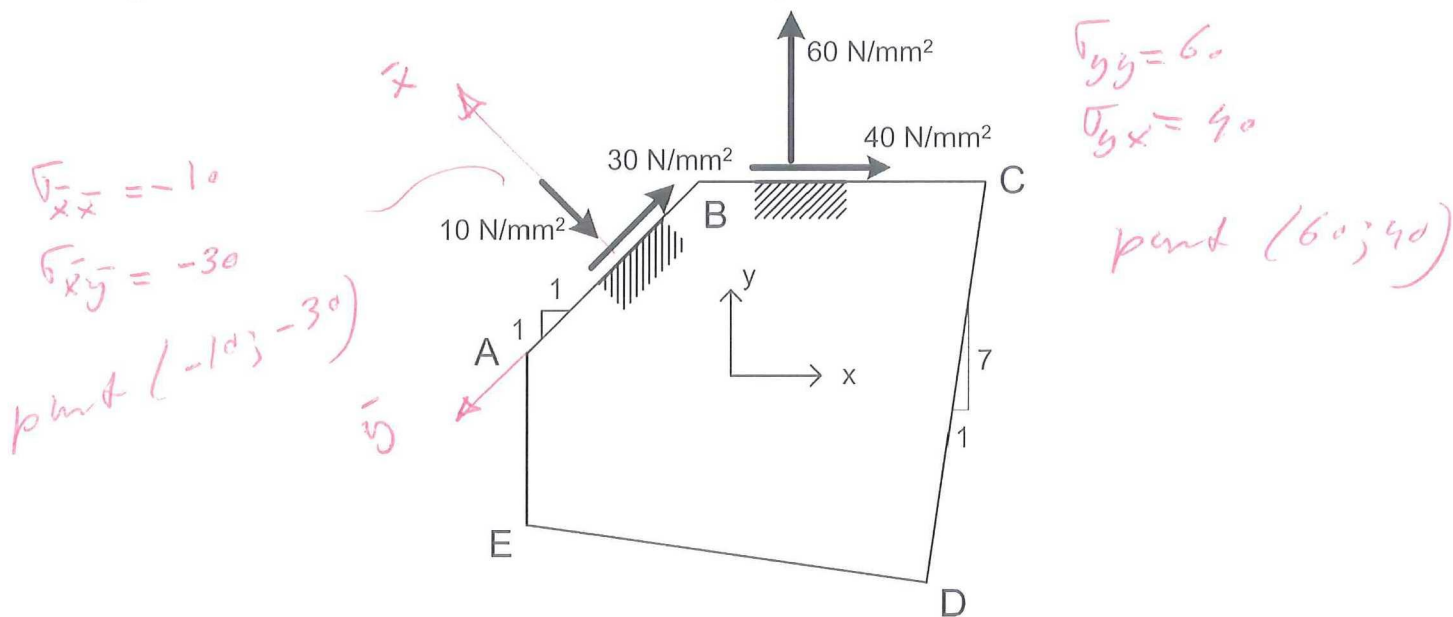
door rekenfouten
worden twee
niet genomen.

--	--	--	--	--	--	--	--

Opgave 5 : Elasticiteitstheorie

(ongeveer 40 minuten)

Een proefstuk ABCDE verkeert in een homogene isotrope vlakspanningstoestand. Van twee vlakken zijn de normaal en schuifspanning bekend. Deze vlakjes zijn hieronder getekend samen met het assenstelsel dat wordt aangehouden.



Gegeven: $E = 10000 \text{ N/mm}^2$; $G = 4000 \text{ N/mm}^2$; $f_y = 140 \text{ N/mm}^2$;

Vragen

a) Welke bewering is **niet** correct?

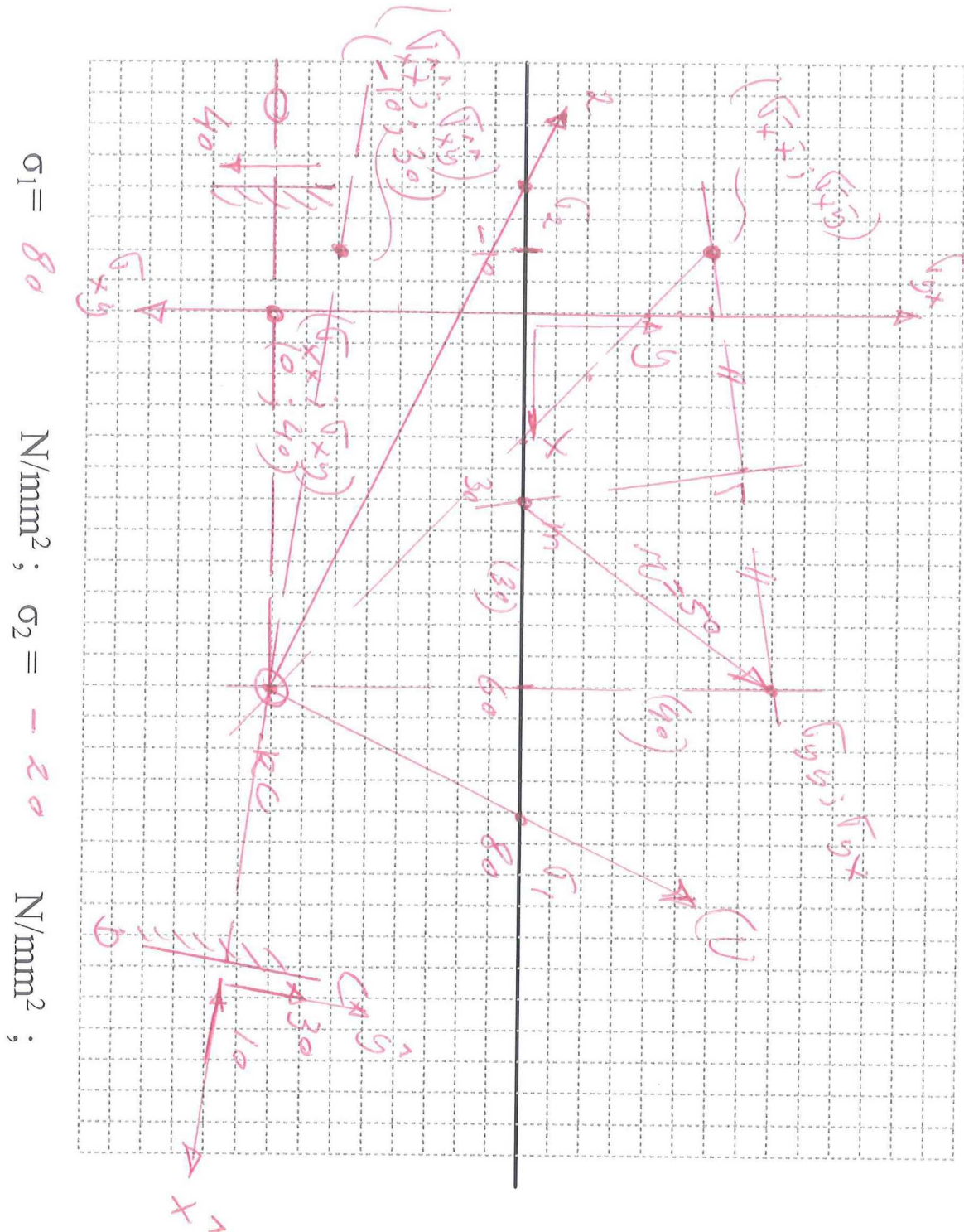
[markeer indien **niet** correct]

- ☒ Een positieve hoofdspanning 1 en 2 geeft een hogere capaciteit als Tresca wordt gehanteerd i.p.v. von Mises (op basis van een trekproef).
- ☒ Een positieve hoofdspanning 1 in combinatie met een negatieve hoofdspanning 2 levert een gelijke capaciteit als waarbij beiden positief zijn.
- ☐ Het Tresca criterium valt precies samen met het von Mises criterium (op basis van een trekproef) indien de hoofdspanningen in absolute zin gelijk zijn aan de vloeispanning.

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

- b) Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en geef duidelijk het **richtingencentrum** en de **hoofdrichtingen** en **hoofdspanningen** aan. Draai dit blad linksom. Bepaal de hoofdspanningen m.b.v. een berekening op basis van de cirkelinformatie.



Cirkel van Mohr

Schaal: 1 hokje = 5,0 N/mm²

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- c) Bepaal met de cirkel van Mohr de spanningen op het vlak AE en DC en teken deze zoals ze in werkelijkheid werken en zet de getalswaarde erbij.

$$(\sigma_{xx} ; \tau_{xy}) = (-10 ; -30)$$

$$(\sigma_{yy} ; \tau_{yx}) = (60 ; 40)$$

AE = x-vlakje (negatief) 40 ↓

DC = x-vlakje 30 ↑
10 ←

- d) Bepaal de rektensor op basis van de gevonden spanningstensor.

$$E = 10.000 \text{ en } G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 4000 \text{ dus } \nu = 0,25$$

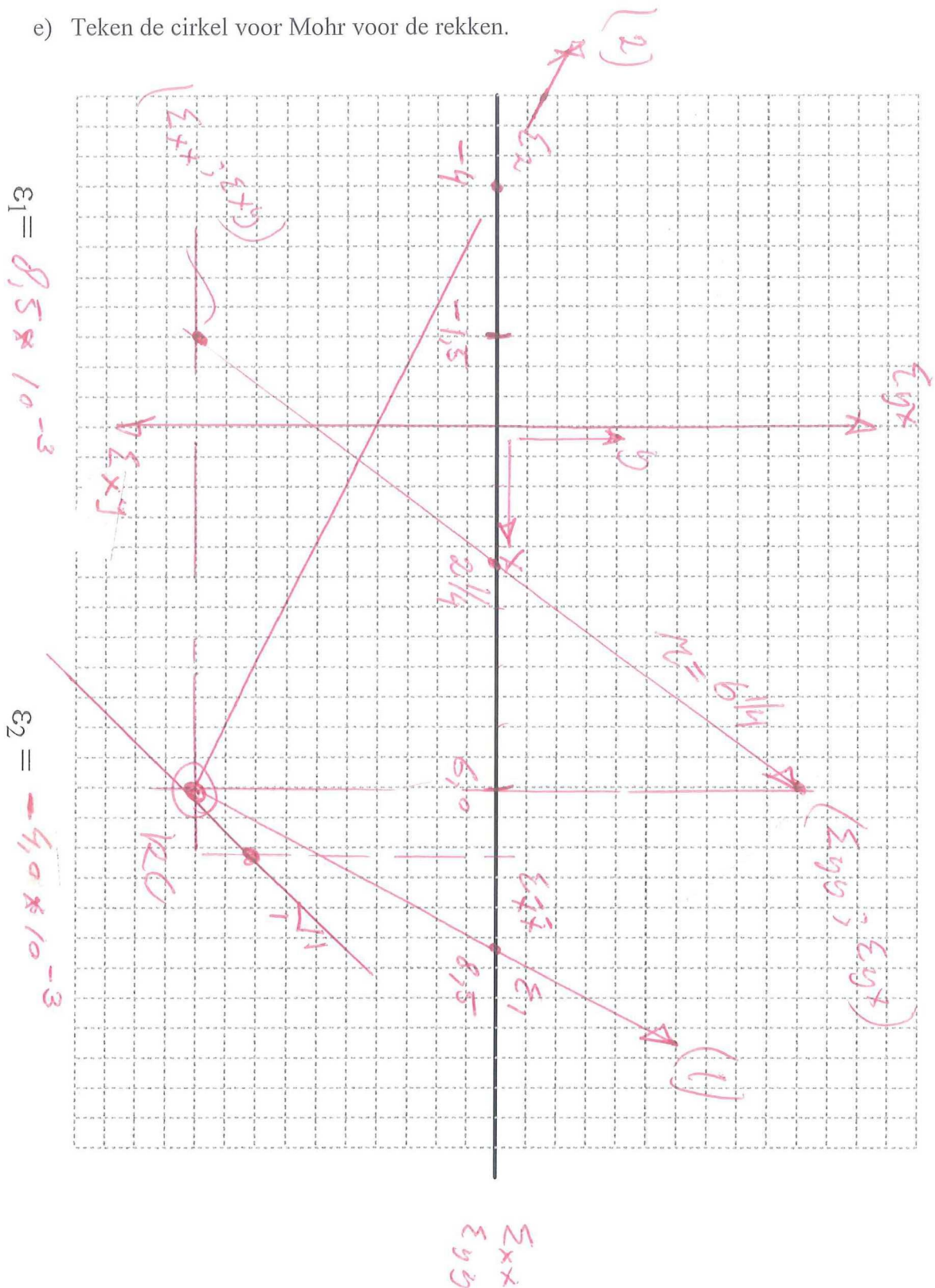
$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} \left(0 - \frac{1}{4} \cdot 40 \right) = -1,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} \left(60 - \frac{1}{4} \cdot 0 \right) = 6,0 \cdot 10^{-3}$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} = 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} -1,5 & 5,0 \\ 5,0 & 6,0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

e) Teken de cirkel voor Mohr voor de rekken.



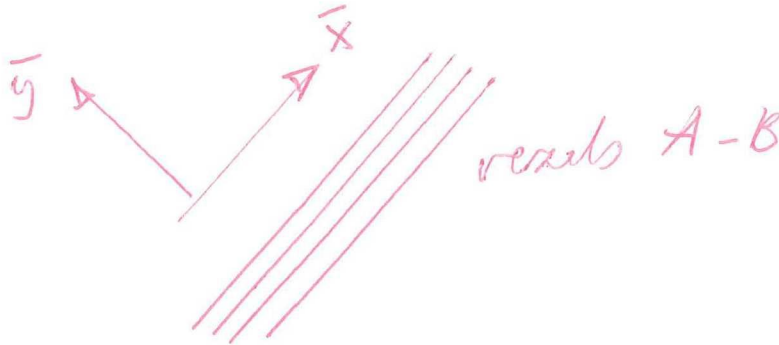
Cirkel van Mohr

Schaal: $1 \text{ hokje} = 0,5 \times 10^{-3}$

Voor vervolg opgave 5 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- f) Bepaal de rek in een vezel evenwijdig aan AB. (mag exact of door deze af te lezen uit de rekcirkel)



lees $\varepsilon_{\bar{x}\bar{x}}$ af in cirkel $= 7,25 \times 10^{-3}$
afleesfout van $\pm 0,25$ is ook goed.

FORMULEBLAD

(scheur dit blad en verder los van het werk)

(1)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Tl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Tl^3}{48EI}$
(2)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Fl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{48EI}$
(3)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{ql^2}{16EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{384EI}$
(4)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Fl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{48EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Fl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{48EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{ql^2}{16EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{384EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Tl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Tl^3}{48EI}$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

(7)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Tl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Tl^3}{48EI}$
(8)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Fl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{48EI}$
(9)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{ql^2}{16EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{384EI}$
(10)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Fl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{48EI}$
(11)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{ql^2}{16EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{384EI}$
(b)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Tl}{6EI}; \quad w_2 = \frac{Tl^3}{48EI}$

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) \\ \epsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}) \\ \epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{yy} + \nu\epsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = G\gamma_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

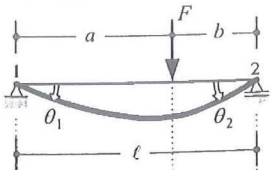
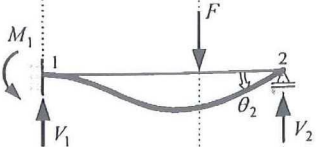
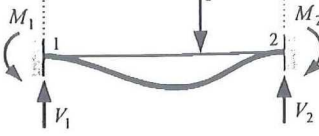
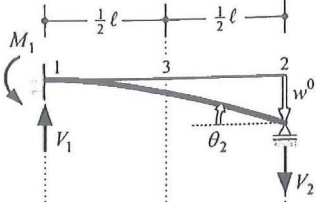
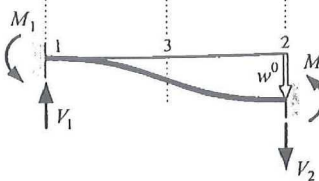
$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

$$\gamma_{ij} = 2\epsilon_{ij}$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

(c)		$\theta_1 = \frac{F a b (\ell + b)}{6 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{6 E I} \left(2 \frac{a}{\ell} - 3 \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{F a b (\ell + a)}{6 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{6 E I} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{F b (\ell^2 - b^2)}{2 \ell^2} = F \ell \left(\frac{a}{\ell} - \frac{3}{2} \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2} \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{F b (3 \ell^2 - b^2)}{2 \ell^3} = F \left(1 - \frac{3}{2} \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2} \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{F a^2 (3 \ell - a)}{2 \ell^3} = F \left(\frac{3}{2} \frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2} \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{F a^2 b}{4 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{4 E I} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{F a b^2}{\ell^2} = F \ell \left(\frac{a}{\ell} - 2 \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{F b^2 (\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3 \frac{a^2}{\ell^2} + 2 \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{F a^2 b}{\ell^2} = F \ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{F a^2 (\ell + 2b)}{\ell^3} = F \left(3 \frac{a^2}{\ell^2} - 2 \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3 E I}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3 E I}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6 E I}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12 E I}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen

Tensortransformatie formules:

$$k_{\overline{x}\overline{x}} = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) + \frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha + k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{y}\overline{y}} = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) - \frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha - k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{x}\overline{y}} = -\frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \sin 2\alpha + k_{xy} \cos 2\alpha$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen:

$$\tan 2\alpha = \frac{2k_{xy}}{(k_{xx} - k_{yy})}; \quad k_1, k_2 = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \right]^2 + k_{xy}^2}$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w''' + \alpha^2 w' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

η -formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

ρ -formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

Kromming t.g.v. temperatuursgradient:

“Vrije” kromming t.g.v. lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$