

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

31 Maart 2008

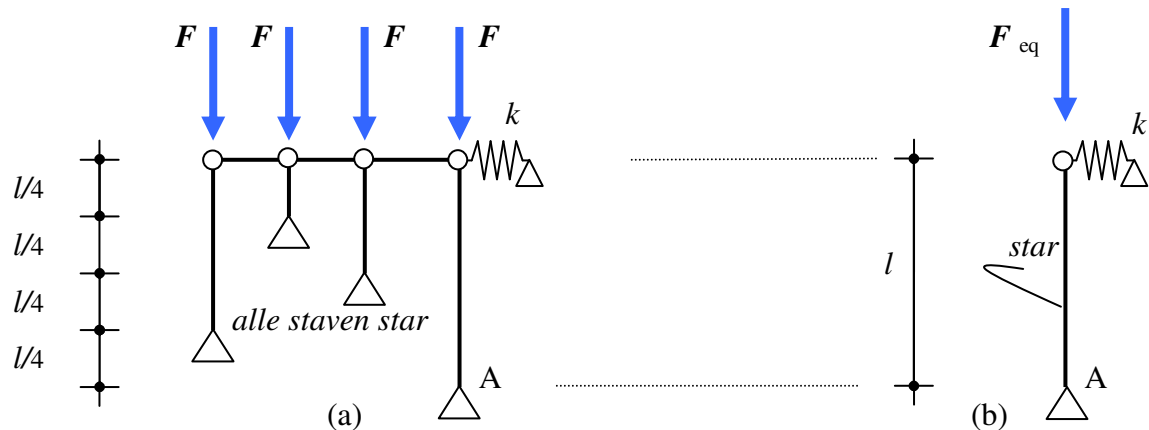
van 18:30 – 21:30 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen en of PDA's al dan niet met UMTS verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie**(ca 30 min)****Deel 1:**

Op een gekoppeld systeem van starre pendelstaven werken vier even grote verticale krachten zoals aangegeven in figuur (a). De lengte van de pendels zijn verschillend. De rechter pendel met lengte l wordt horizontaal gesteund met behulp van een translatieveer met veerstijfheid k .



- Is het mogelijk om model (a) te vervangen door een gelijkwaardig model (b) ? (motiveer uw antwoord)
- Bepaal van het gegeven probleem van figuur (a) de kritieke last en laat zien indien vraag a) met ja is beantwoord wat de equivalente last F_{eq} op het systeem in figuur (b) moet zijn.

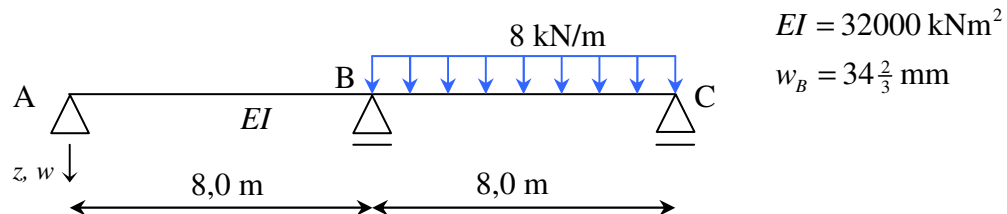
Deel 2:

In een ligger is op een bepaald punt in een snede de schuifspanning $\tau = 60 \text{ N/mm}^2$ en de normaalspanning $\sigma = 160 \text{ N/mm}^2$. Het materiaal van de doorsnede heeft een vloeispanning $f_y = 200 \text{ N/mm}^2$. Er wordt een homogene vlakspanningstoestand verondersteld voor deze gegeven spanningssituatie.

- Wat is een homogene vlakspanningstoestand ?
- Kies zelf een assenstelsel voor de liggerdoorsnede en geef de spanningstensor voor deze spanningstoestand. Wat is er bijzonder aan deze vlakspanningstoestand ?
- Toets de spanningstoestand m.b.v. de hoofdspanningen aan het von Mises criterium.

VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies-1 (30 min)

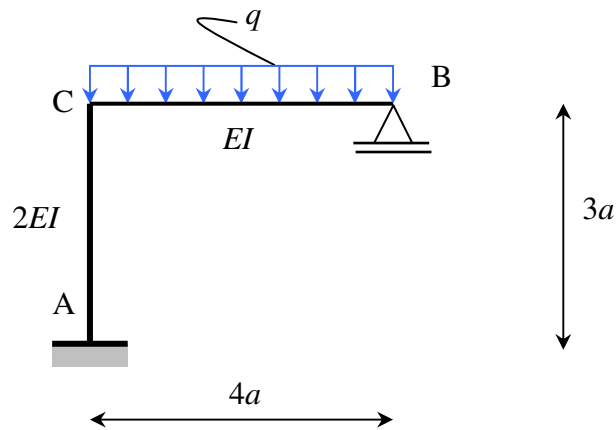
Van een doorgaande ligger is gegeven dat het veld BC is belast met een gelijkmatig verdeelde belasting van 8 kN/m. Door een constructiefout zakt de ligger t.p.v. steunpunt B met de aangegeven waarde.



- Bepaal het steunpuntsmoment t.g.v. **alleen** de verdeelde belasting op het rechter veld en teken de M -lijn voor dit belastingsgeval.
- Wat verwacht u dat er met dit steunpuntsmoment gebeurt als steunpunt B zakt ? (ondersteun uw antwoord met een schetsje)
- Bepaal het steunpuntsmoment in B t.g.v. de zakking van punt B **en** de gelijkmatig verdeelde belasting op het rechterveld en teken de momentenlijn voor deze belastingscombinatie.

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies-2 (ca 40 min)

De onderstaande geknikte constructie met een horizontale rol in B en een volledige inklemming in A, wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q over het gedeelte BC. Van deze constructie wordt gevraagd de krachtsverdeling te bepalen. Let op de aangegeven buigstijfheden voor de kolom en de regel!



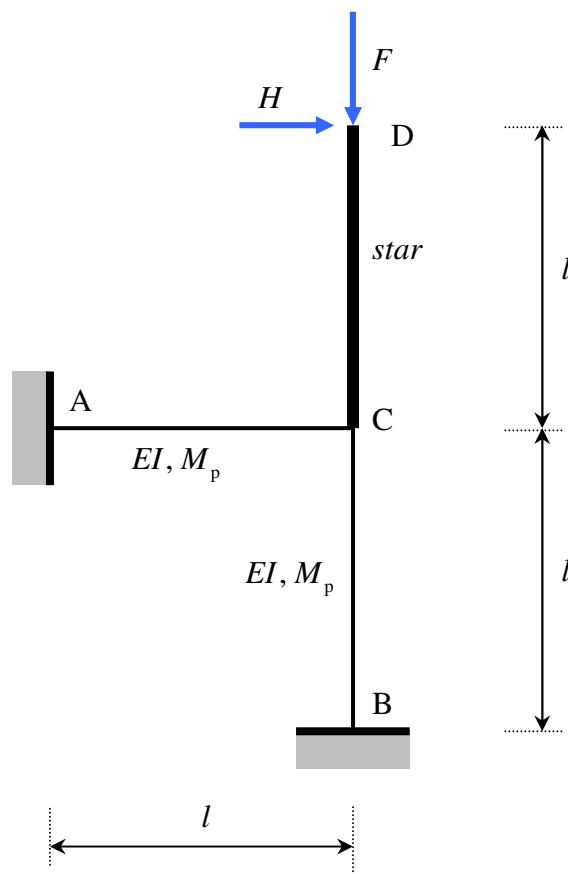
Gegeven : $EI = 10000 \text{ kNm}^2$; $q = 17 \text{ kN/m}$; $a = 1,0 \text{ m}$;

- Schets de vervormde constructie zoals u verwacht dat deze erbij gaat staan ten gevolge van de aangegeven belasting.
- Stel alle vergelijkingen op waarmee de krachtsverdeling kan worden bepaald.
- Los de onbekenden op en teken de M -lijn en geef daarbij duidelijk de vervormingstekens aan en zet de relevante waarden erbij.
- Teken de V -lijn en geef daarbij duidelijk de vervormingstekens aan en zet de relevante waarden erbij.
- Teken de N -lijn en geef daarbij duidelijk aan of het om trek of druk gaat en zet de relevante waarden erbij.
- Bepaal alle oplegreactie in A en B.
- Bepaal de verticale en horizontale verplaatsing van knoop B.

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 40 min)**

De onderstaande raamwerkconstructie wordt belast in D met een verticale en horizontale puntlast. De geknikte ligger ACB met buigstijfheid EI en volplastisch moment M_p is in C momentvast verbonden met het starre deel CD. De constructie is in A en B volledig ingeklemd.

Noot : In de aangegeven waarde van EI zit een eventuele invloed van een drukkracht al verwerkt.



Gegevens : $EI = 2000 \text{ kNm}^2$; $H = 25 \text{ kN}$; $l = 2,0 \text{ m}$; $M_p = 100 \text{ kNm}$

- Schets de mogelijke knikvorm(en) en modelleer dit probleem voor een stabiliteitsonderzoek.
TIP : Maak gebruik van de verplaatsingenmethode om de verende werking van (delen van) de constructie te modelleren.
- Stel de evenwichtsvergelijking op voor deze constructie waarmee de stabiliteit van het evenwicht kan worden onderzocht.
- Hoe groot is de horizontale verplaatsing in D volgens een 1^e orde berekening als $H = 25 \text{ kN}$?
- Hoe groot is de horizontale verplaatsing in D volgens een 2^e orde berekening voor de combinatie $H = 25 \text{ kN}$ en $F = 1000 \text{ kN}$?

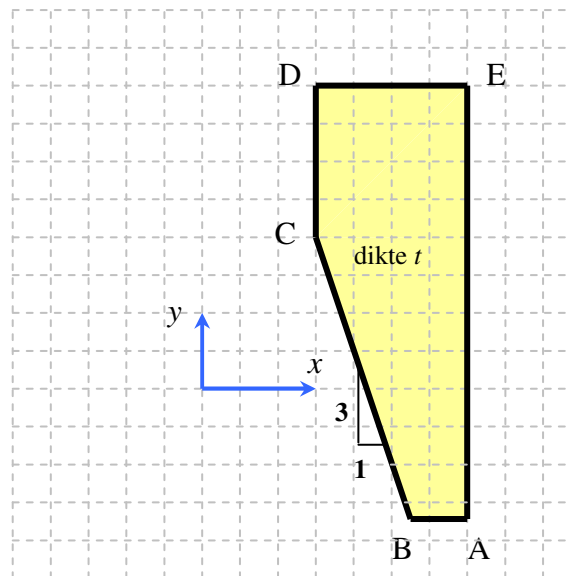
Opmerking : de formule $\frac{n}{n-1}$ mag hier niet gebruikt worden, gebruik het antwoord van b).

- Bij welke waarde van F treedt bezwijken door instabiliteit op ?

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitsleer**(ca 40 min)**

Van een belast proefstuk, homogeen isotroop plaatmateriaal, met een plaatdikte t , is bekend dat het om een homogene vlakspanningstoestand handelt. Van deze spanningstoestand zijn alleen rekmetingen bekend en de elasticiteits en glijdingsmoduli gegeven. De rektensor in het hieronder aangegeven x - y assenstelsel is gegeven als:

$$\varepsilon = 10^{-4} \begin{bmatrix} 28 & 12 \\ 12 & -4 \end{bmatrix}$$



Gegevens : $E=200000 \text{ N/mm}^2$, $G = 80000 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

Vragen:

- Teken de cirkel van Mohr voor de gegeven rekken en neem daarbij als schaal : $1 \text{ cm} \hat{=} 4^{-4}$. Geef duidelijk het Richtingen Centrum, de hoofdrekken en de hoofdrichtingen aan. De hoofdrekken mogen worden afgelezen uit de cirkel.
- Bepaal de spanningstensor voor het gegeven assenstelsel en laat zien welke richting deze spanningen in werkelijkheid hebben op positieve vlakjes.
- Bepaal de spanningen op het vlak CB en laat zien welke richting deze spanningen in werkelijkheid hebben op dit vlak.
- Bepaal de veiligheid van de gegeven spanningstoestand volgens het criterium van Tresca als gegeven is dat de vloeispanning van het materiaal 360 N/mm^2 is.

FORMULEBLAD

	$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}; \quad w_2 = \frac{T\ell^2}{2EI}$
	$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
	$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
	$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T\ell^2}{EI}$
	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F\ell^3}{EI}$
	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$
	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

	$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T\ell^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
	$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{768} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F\ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$
	$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{192} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} q\ell^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} q\ell; \quad V_2 = \frac{3}{8} q\ell$
	$w_3 = \frac{1}{192} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F\ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
	$w_3 = \frac{1}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q\ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q\ell$
	$\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

Enkele formules voor prisma's met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \cdot C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$