

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

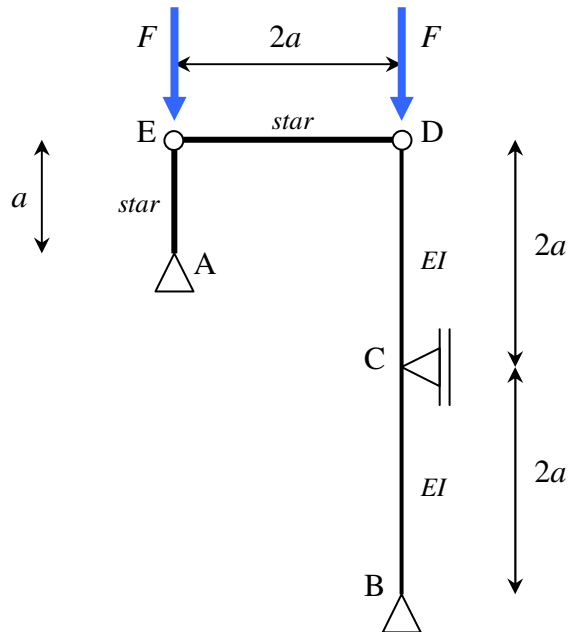
30 Maart 2009 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen en of PDA's al dan niet met UMTS verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Stabiliteit**(ca 15 min)**

De onderstaande constructie bestaat uit twee starre pendelstaven die “leunen” tegen een buigzame, op druk belaste staaf. De constructie wordt belast door twee verticale puntlasten F zoals is aangegeven.



Gegevens : $a = 2 \text{ m}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

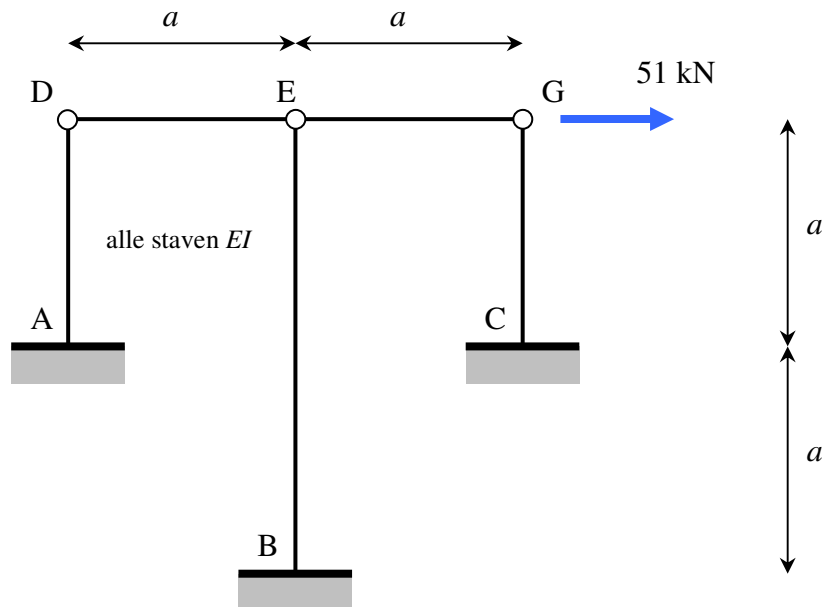
Vragen:

- Geef het model weer waarmee de kniklast (snel) kan worden bepaald.
- Bepaal de kniklast, u mag daarbij gebruik maken van de vereenvoudigingen en formules die gebruikelijk zijn.

Opmerking: Het gaat hier om een snelle beantwoording, niet om een bewijs!

VRAAGSTUK 2 : Verplaatsingsmethode**(ca 35 min)**

Een raamwerk bestaande uit drie ingeklemde staven die gekoppeld zijn d.m.v. twee pendelstaven, wordt in G belast door een horizontale puntlast van 51 kN. Er wordt gevraagd om de onderstaande vragen te beantwoorden met behulp van de *verplaatsingsmethode*.



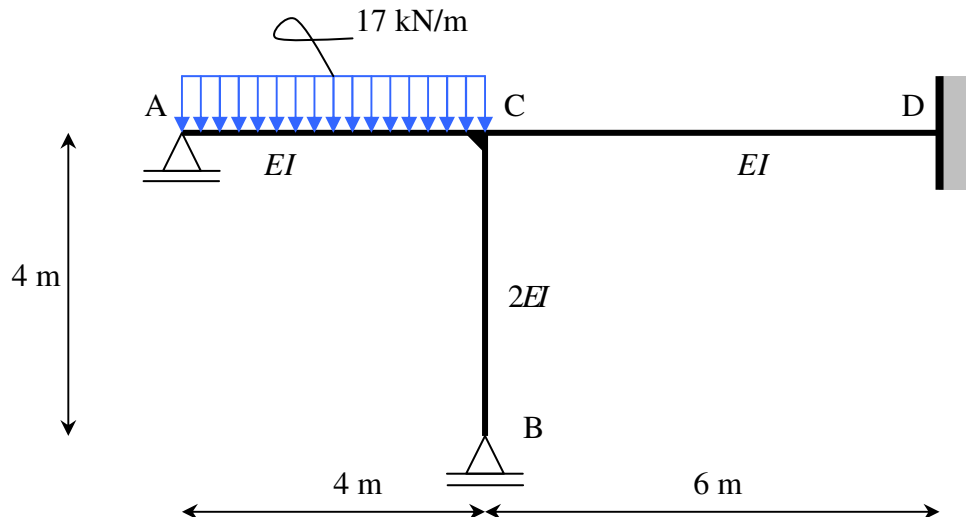
Gegevens : $a = 2 \text{ m}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$

Vragen:

- Welke (echte) vrijheidsgraden heeft dit systeem?
- Stel de evenwichtsvergelijking(en) op waarbij gebruik wordt gemaakt van de aanpak volgens de verplaatsingsmethode en bepaal de uitdrukking(en) voor de verplaatsing in de richting van de vrijheidsgrad(en) ten gevolge van de aangegeven belasting.
- Bepaal de krachten in de pendelstaven DE en EG
- Bepaal de inklemmingsmomenten t.p.v. A, B en C en geef aan hoe deze in werkelijkheid werken.

VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies**(ca 45 min)**

De onderstaande raamwerkconstructie wordt belast met de aangegeven belasting. De regel ACD heeft een buigstijfheid EI , de kolom BC heeft een buigstijfheid $2EI$. In zowel A als B is de constructie opgelegd m.b.v. een horizontale roloplegging. In D is de constructie volledig ingeklemd. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag buiten beschouwing worden gelaten.



Gegevens : $EI = 34000 \text{ kNm}^2$

Vragen:**Deel 1:**

- Schets de vervormde constructie,
- Bepaal het model waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald m.b.v. de krachtenmethode en stel de noodzakelijke vergelijkingen op.
- Los de onbekenden op en teken voor de gegeven waarden de momentenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij,
- Teken de dwarskrachtenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij.
- Teken de normaalkrachtenlijn inclusief het teken voor trek en druk.

Deel 2:

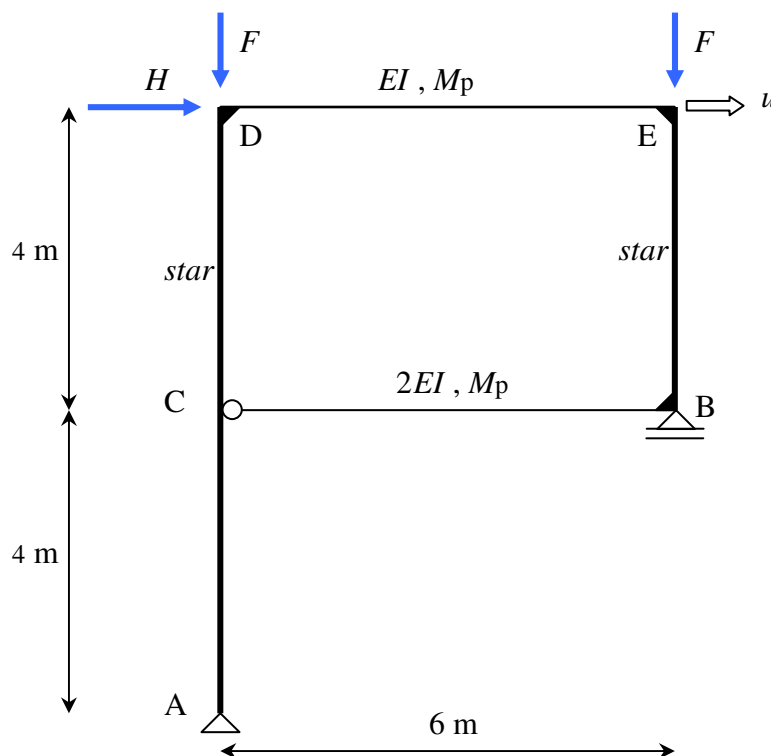
Door invloeden van buitenaf zakt steunpunt B 20 mm. Beantwoord voor deze nieuwe situatie de volgende vragen:

- Welke invloed heeft de zakking in B op de eerder gevonden momentenverdeling?
- Geef aan hoe de momentenverdeling voor deze nieuwe situatie kan worden bepaald.
- Bepaal met de door U geschetste methode de momentenverdeling en teken de momentenlijn inclusief de vervormingstekens en zet de waarden erbij.

VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit**(ca 40 min)**

In de onderstaande figuur zijn de staven ACD en BE starre staven. De Ligger DE met buigstijfheid EI en volplastisch moment M_p is momentvast verbonden aan de beide starre staven. De ligger CB met buigstijfheid $2EI$ en volplastisch moment M_p is alleen in B star verbonden met de kolom BE en in C scharnierend verbonden met ACD. De constructie wordt in D en E verticaal belast met puntlasten F en in D horizontaal belast met een puntlast H . De horizontale uitwijking van de regel DE wordt aangeduid met u . De invloed van de normaalkrachtvervorming en de invloed van de dwarskrachten op het evenwicht in de vervormde stand, mogen worden verwaarloosd.

Let op : In B is de constructie opgelegd m.b.v. een horizontale roloplegging!



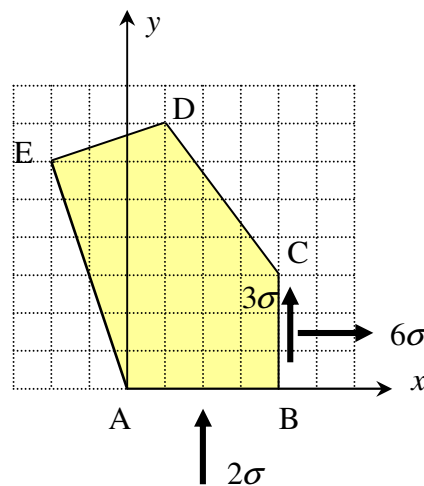
Gegevens : $EI = 8000 \text{ kNm}^2$; $F = 800 \text{ kN}$; $H = 4,5 \text{ kN}$; $M_p = 40 \text{ kNm}$

Vragen:

- Teken de constructie in de vervormde stand (doe dit zorgvuldig!) en bepaal de evenwichtsvergelijking voor het systeem voor zowel elastisch als plastisch gedrag.
- Bepaal van de gegeven constructie de kniklast F_k .
- Hoe groot is de eerste orde verplaatsing u voor $F = 800 \text{ kN}$ en $H = 4,5 \text{ kN}$?
- Bepaal de 1^e orde bezwijkbelasting H_p ?
- Hoe groot is de tweede orde verplaatsing u voor $F = 800 \text{ kN}$ en $H = 4,5 \text{ kN}$?
- Bepaal de grootte van de verticale belasting F_c voor $H = 4,5 \text{ kN}$ waarbij bezwijken door instabiliteit optreedt.
- Teken voor de situatie $H = 4,5 \text{ kN}$ het verband tussen de belasting F en de verplaatsing u .

VRAAGSTUK 5 : Elasticiteitstheorie**(ca 45 min)**

Van een homogene vlakspanningstoestand zijn op twee zijden de onderstaande spanningen gegeven. Op rand BC zijn zowel de normaal- als de schuifspanning bekend. Op rand AB is alleen een normaalspanning bekend. De dikte van het proefstuk is constant en de verhoudingen kunnen worden afgelezen m.b.v. het weergegeven raster. Het proefstuk is gemaakt van een materiaal waarvan het vloeigedrag goed te beschrijven is met de vloeivoorwaarde van Tresca.

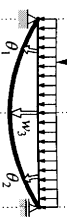
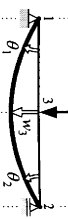
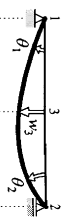


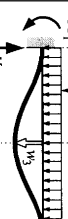
Gegevens: $E = 150.000 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,25$; $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$

Vragen:

- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en zet daarin de relevante waarden en geef duidelijk het richtingencentrum aan. Druk voorlopig alles uit in veelvouden van σ .
- Bepaal de nog onbekende normaal- en schuifspanningen op alle vlakken van het proefstuk en teken deze zoals ze in werkelijkheid werken op het proefstuk. Druk alle spanningen voorlopig nog uit in veelvouden van σ .
- Bij welke waarde van σ treedt in de plaat vloeien op?
- Teken in een vlak dat is opgespannen door de hoofdspansingen, de vorm van de vloeicontour en geef aan waar de maximale spanningssituatie in deze figuur kan worden aangegeven.
- Bepaal de grootste rek en geef aan in welke richting deze optreedt.

FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)				vergeet-mij-nietjes		

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI. T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting. M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegcrachten.		 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	 $w_3 = \frac{1}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q \ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q \ell$	 $w_3 = \frac{1}{192} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F \ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{168} \frac{F \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F \ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$	 $\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T \ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)		statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)					

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right\} \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met: $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$