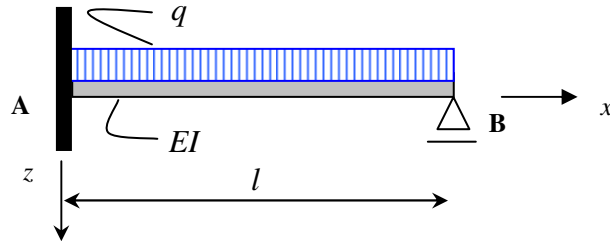


OPGAVE 4 : ARBEID EN ENERGIE

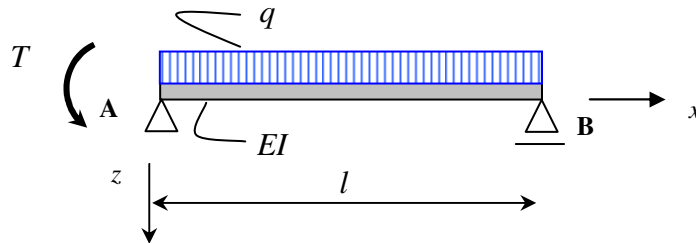
Van de onderstaande ligter wordt gevraagd het inklemmingsmoment in A te bepalen m.b.v. een energiemethode. Beantwoord daartoe de onderstaande twee vragen.



Vragen:

- Teken de momentenlijn t.g.v. de gegeven q -last en het (nog onbekende) inklemmingsmoment in A.
- Bepaal m.b.v. de 2^e wet van Castigliano het inklemmingsmoment.

- a) We willen een inklemmingsmoment weten van een *enkelvoudig statisch onbepaalde ligger*. De vrijheidsgraad behorend bij een moment is de hoekverdraaiing en deze is bij de inklemming nul. Dit is in feite de *vormveranderingsvoorwaarde* voor het statisch bepaalde hoofdsysteem met het inklemmingsmoment als statisch onbepaalde.



Teken zelf de momentenlijn als superpositie van T en q .

- b) Toepassen van de 2^e wet van Castigliano betekent dat we in dit geval de vormveranderingsvoorwaarde die we hanteren bij statisch onbepaalde constructies kunnen opstellen in de vorm van:

$$\varphi = \frac{\partial E_v}{\partial T} = 0$$

In de uitdrukking voor de vormveranderingsenergie zit uiteraard naast de buigstijfheid EI , de statisch onbepaalde T , de belasting q en de overspanning l . De E_v is te bepalen met de bekende uitdrukking voor buiging:

$$E_v = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx \quad \varphi = \frac{\partial E_v}{\partial T} = \int_0^l \frac{M}{EI} \times \frac{\partial M}{\partial T} dx$$

De momentenverdeling t.g.v. de q -last en de statisch onbepaalde T is inmiddels een bekende uit opdracht 1 en 2:

$$M(x) = -T + \frac{Tx}{l} + \frac{1}{2}qx(l-x) \quad \text{en} \quad \frac{\partial M}{\partial T} = -1 + \frac{x}{l}$$

Uitwerken levert:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{EI} \int_0^l \left(-T + \frac{Tx}{l} + \frac{1}{2}qx(l-x) \right) \times \left(-1 + \frac{x}{l} \right) dx = 0 \\ \frac{1}{3}Tl - \frac{1}{4}ql^3 + \frac{1}{3}ql^3 - \frac{1}{8}ql^3 &= 0 \Leftrightarrow \\ T &= \frac{1}{8}ql^2 \end{aligned}$$

Dit resultaat is inderdaad in overeenstemming met wat we hadden mogen verwachten. Uiteraard kun je precies hetzelfde resultaat vinden door de krachtenmethode toe te passen waarbij de vormveranderingsvoorwaarde wordt uitgewerkt met hoekveranderingsvergelijkingen, ook zo'n prachtige methode