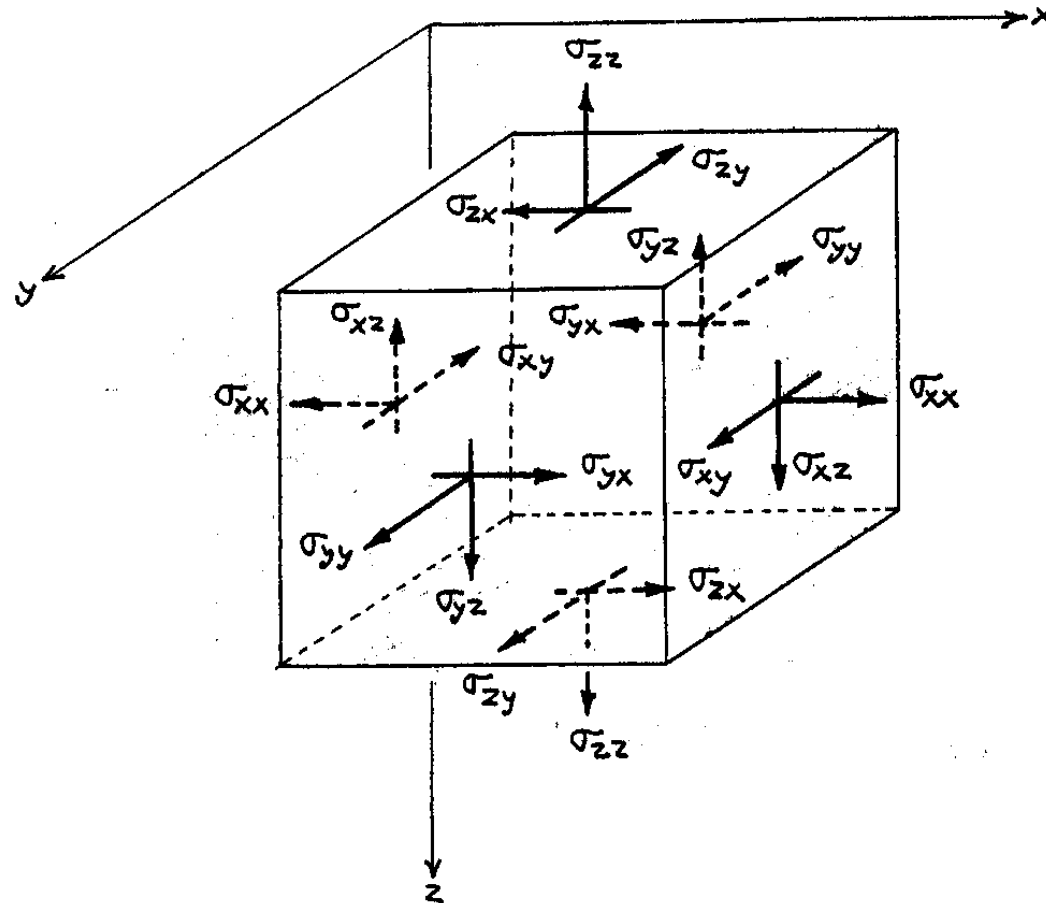


COLLEGE ONDERWERPEN

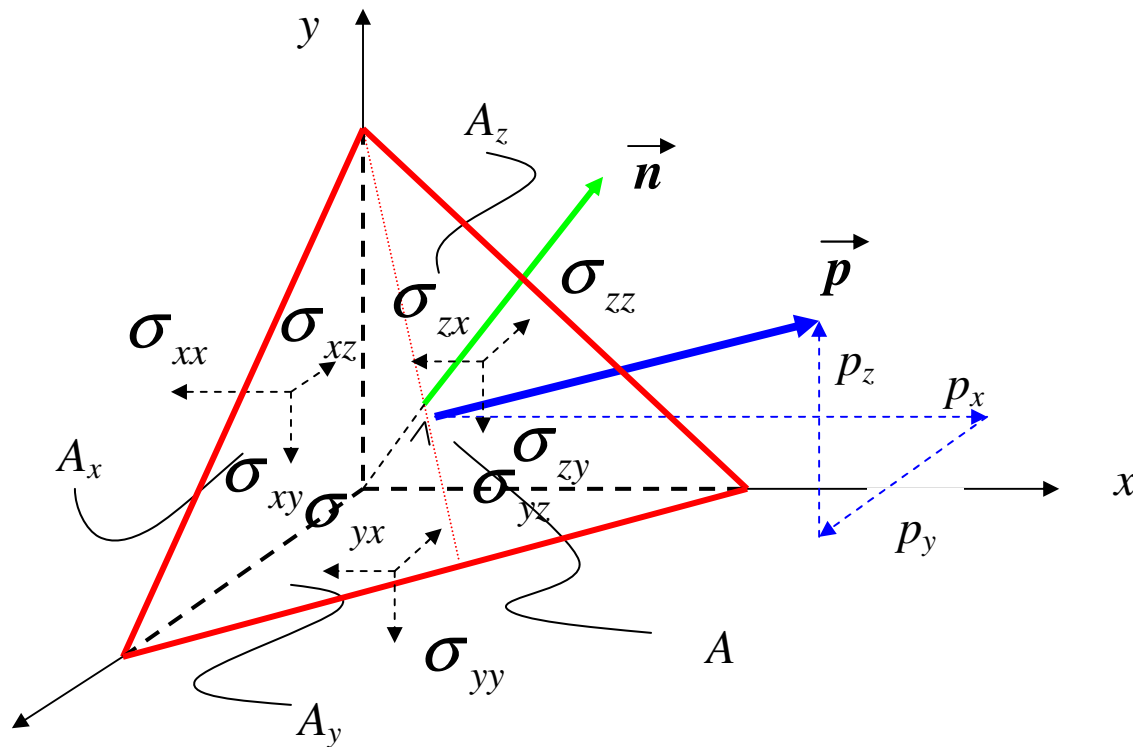
- **1 Spanningstensor**
 - Spanningsdefinitie
 - Spanningstoestanden en voorbeelden
- **2 Rektensor**
 - Relatieve verplaatsingen
 - Rekdefinities
 - Rektensor
- **3 Tensoreigenschappen**
 - Introductie van tensoren
 - Transformatieregels
 - Cirkel van Mohr
 - Voorbeeld
- **4 Spannings-rek relatie**
 - Cirkel van Mohr voor spanning en rek
 - Voorbeelden
- **5 Bezwijktoestanden**
 - Spanningen in 3D
 - Von Mises en Tresca

bladnr 2

SPANNINGEN in 3D



SPANNINGSTENSOR



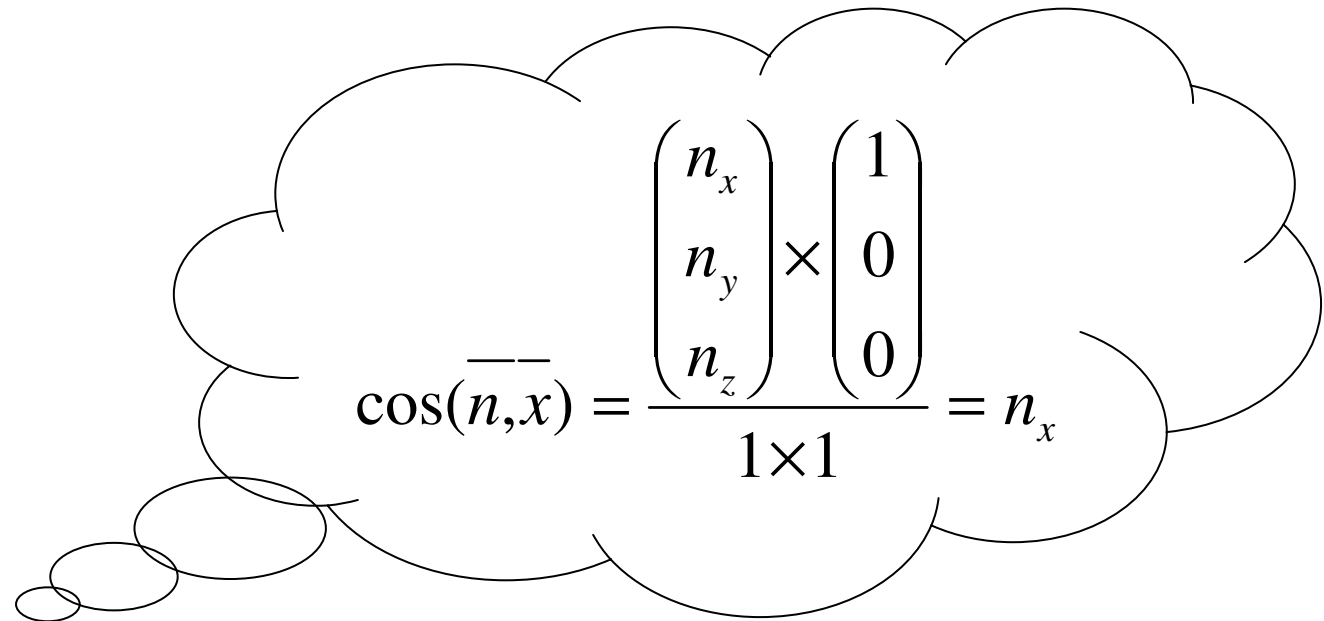
Gegeven :

Spanningen $\vec{p}$ op een vlakje A (rode driehoek) met normaal $\vec{n}$

Gevraagd :

Spanningen op de x , y en z -vlakken

EVENWICHT :



$$\cos(\bar{n}, \bar{x}) = \frac{\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{1 \times 1} = n_x$$

$$Ap_x = \sigma_{xx} A \cos(\bar{n}, \bar{x}) + \sigma_{yx} A \cos(\bar{n}, \bar{y}) + \sigma_{zx} A \cos(\bar{n}, \bar{z})$$

$$Ap_y = \sigma_{xy} A \cos(\bar{n}, \bar{x}) + \sigma_{yy} A \cos(\bar{n}, \bar{y}) + \sigma_{zy} A \cos(\bar{n}, \bar{z})$$

$$Ap_z = \sigma_{xz} A \cos(\bar{n}, \bar{x}) + \sigma_{yz} A \cos(\bar{n}, \bar{y}) + \sigma_{zz} A \cos(\bar{n}, \bar{z})$$

RELATIE TUSSEN DE SPANNINGSVECTOR EN DE NORMAALVECTOR VAN HET SPANNINGSVLAK:

$$\begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(\bar{n}, \bar{x}) \\ \cos(\bar{n}, \bar{y}) \\ \cos(\bar{n}, \bar{z}) \end{Bmatrix}$$

dus :

$$\begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

GEZOCHTE RELATIE :

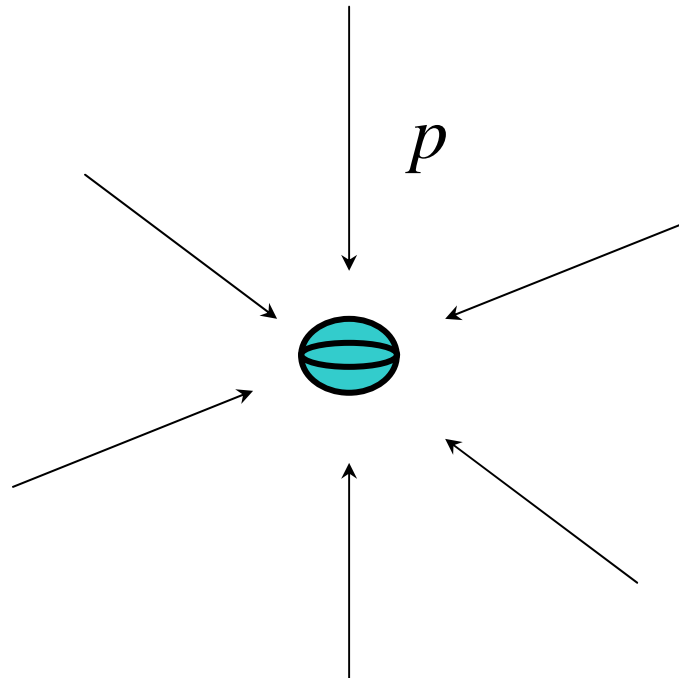
$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$$

vector $\mathbf{p}$ vector $\mathbf{n}$

SPANNINGSMATRIX

ISOTROPE SPANNING

- Alle normaalspanningen even groot
- Schuifspanningen zijn nul



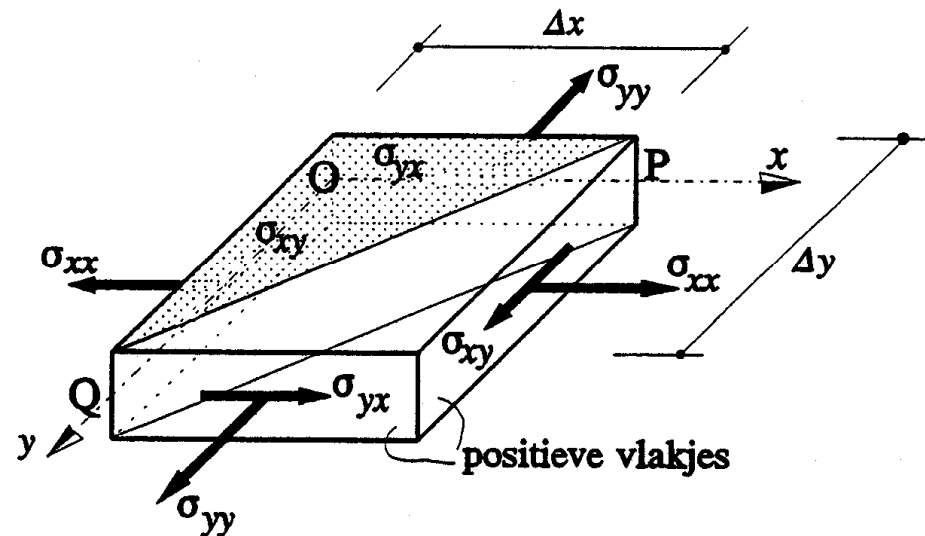
HOMOGENE¹ VLAKSPANNINGSTOESTAND²

1. DE SPANNINGSTOESTAND IS OP IEDER PUNT (x,y) GELIJK
2. OP EEN VAN DE VLAKKEN ZIJN ALLE SPANNINGEN NUL

Voorbeeld :

$$\sigma_{zz} = 0$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 0$$

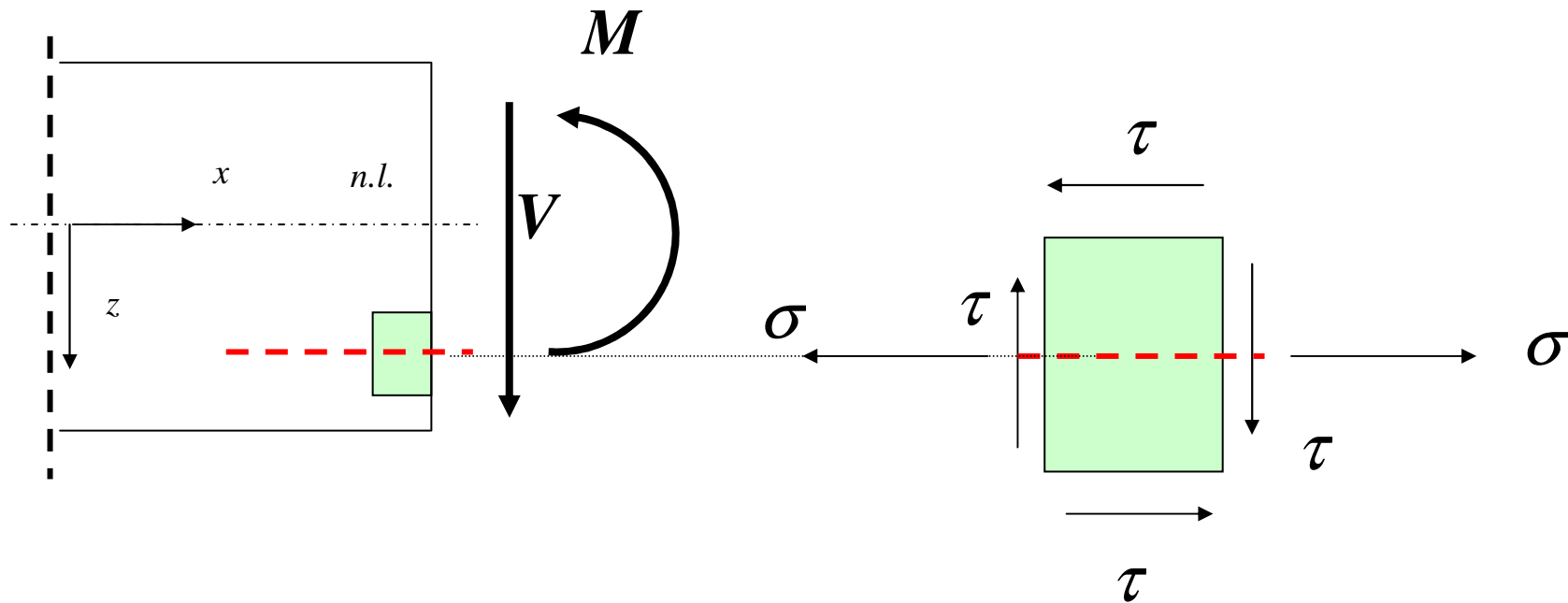


SPANNINGSMATRIX VOOR VLAKSPANNING

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix}$$

vector $\mathbf{p}$ vector $\mathbf{n}$

VLAKSPANNING IN EEN BALK



BEGRIPPEN

ISOTROPE EN DEVIATORISCHE SPANNING

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_o & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_o & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_o & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma_o & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma_o \end{bmatrix}$$

isotrope deel

deviatorisch deel