

COLLEGE ONDERWERPEN

- 1 Spanningstensor
 - Spanningsdefinitie
 - Spanningstoestanden en voorbeelden
- 2 Rektensor
 - Relatieve verplaatsingen
 - Rekdefinities
 - Rektensor
- 3 **Tensoreigenschappen**
 - Introductie van tensoren
 - Transformatieregels
 - Cirkel van Mohr
 - Voorbeeld
- 4 Spannings-rek relatie
 - Cirkel van Mohr voor spanning en rek
 - Voorbeelden
- 5 Bezwijktoestanden
 - Spanningen in 3D
 - Von Mises en Tresca

TENSOREN

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}}_{\text{Spanningen}} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad \text{met:} \quad \begin{aligned} \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} \\ \sigma_{xz} &= \sigma_{zx} \\ \sigma_{yz} &= \sigma_{zy} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta u_x \\ \Delta u_y \\ \Delta u_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}}_{\text{Rekken}} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_{xy} & \omega_{xz} \\ \omega_{yx} & 0 & \omega_{yz} \\ \omega_{zx} & \omega_{zy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad \text{met:} \quad \begin{aligned} \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} \end{aligned}$$

HOE VERANDEREN DE UITDRUKKINGEN VOOR DE REKKEN EN SPANNINGEN ALS HET ASSENSTELSEL WORDT GEROTEERD NAAR EEN NIEUW TE KIEZEN ASSENSTELSEL ?

MOGELIJKE ROUTES VOOR DE OPLOSSING

analytisch

- tensortransformatie (nette route) met als voorbeeld een stijfheidsprobleem
- directe transformatie (snelle methode) met als voorbeeld een spanningsprobleem

grafisch

- cirkel van Mohr

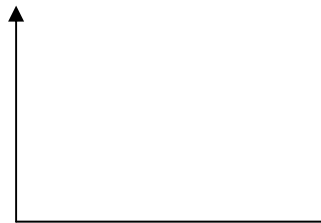
Extreme waarde van tensorcomponent blijkt een eigenwaardeprobleem te zijn.

eigenwaarde = hoofdwaarde en
eigenvector = hoofdrichting

METHODE 1 : TENSORTRANSFORMATIE m.b.v. de analogie van een stijfheidsprobleem

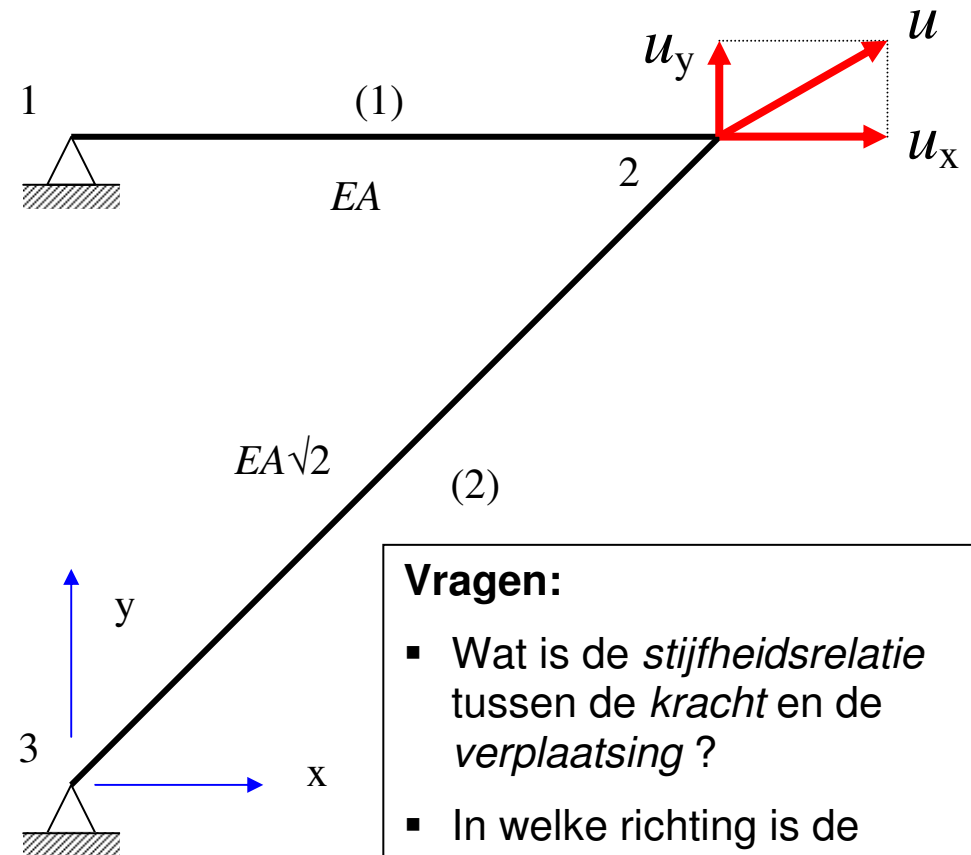
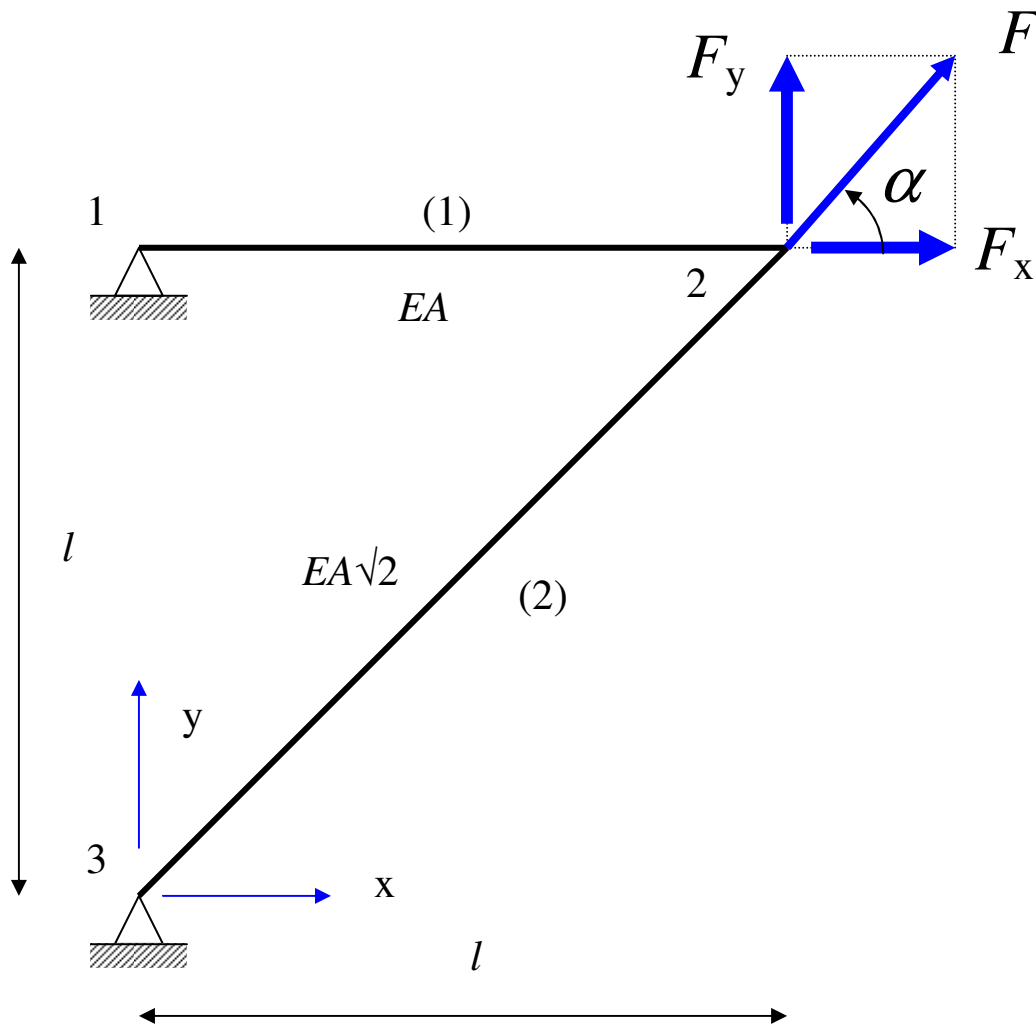
RELATIE TUSSEN **KRACHT** EN **VERPLAATSING**

$$F = k \cdot u$$



veerstijfheid

VOORBEELD VAN EEN STIJFHEIDSPROBLEEM



Vragen:

- Wat is de *stijfheidsrelatie* tussen de *kracht* en de *verplaatsing* ?
- In welke richting is de constructie het *stijfst* en hoe groot is deze stijfheid ?

VRAAG 1 : STIJFHEIDSRELATIE ?

Kracht :

$$f = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}$$

Verplaatsing :

$$u = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$$

$$f = K \cdot u$$

↑
stijfheidsmatrix

KINEMATISCHE RELATIE

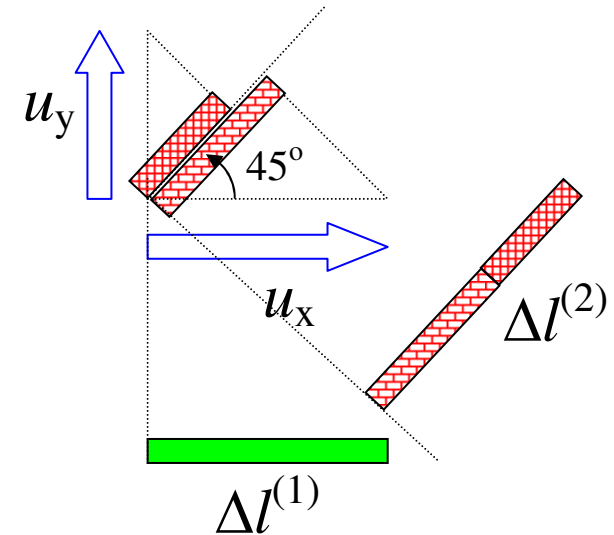
$$\Delta l^{(1)} = u_x$$

$$\Delta l^{(2)} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_y$$

CONSTITUTIEVE RELATIE

$$N^{(1)} = \frac{EA}{l} \Delta l^{(1)} = \frac{EA}{l} u_x$$

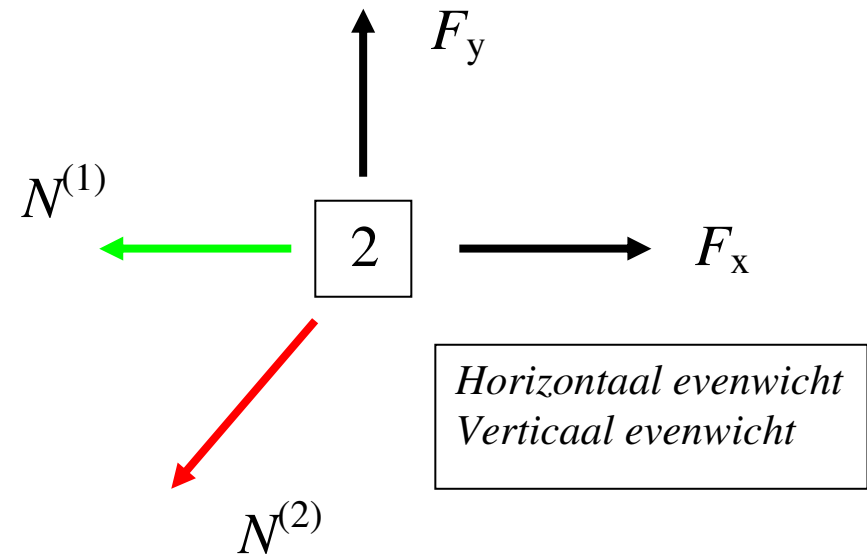
$$N^{(2)} = \frac{EA\sqrt{2}}{l\sqrt{2}} \Delta l^{(2)} = \frac{EA}{l} \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_y \right)$$



EVENWICHTS RELATIE

$$F_x = N^{(1)} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot N^{(2)}$$

$$F_y = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot N^{(2)}$$



INVULLEN:

$$F_x = \frac{EA}{l} \left[u_x + \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_y \right) \frac{1}{2}\sqrt{2} \right] = \frac{EA}{l} \left[\frac{3}{2}u_x + \frac{1}{2}u_y \right]$$

$$F_y = \frac{EA}{l} \left[\left(\frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot u_y \right) \frac{1}{2}\sqrt{2} \right] = \frac{EA}{l} \left[\frac{1}{2}u_x + \frac{1}{2}u_y \right]$$

STIJFHEIDSRELATIE

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$$


stijfheidsmatrix

Vector	aanduiding	componenten
krachtenvector	f	F_x, F_y
verplaatsingsvector	u	u_x, u_y

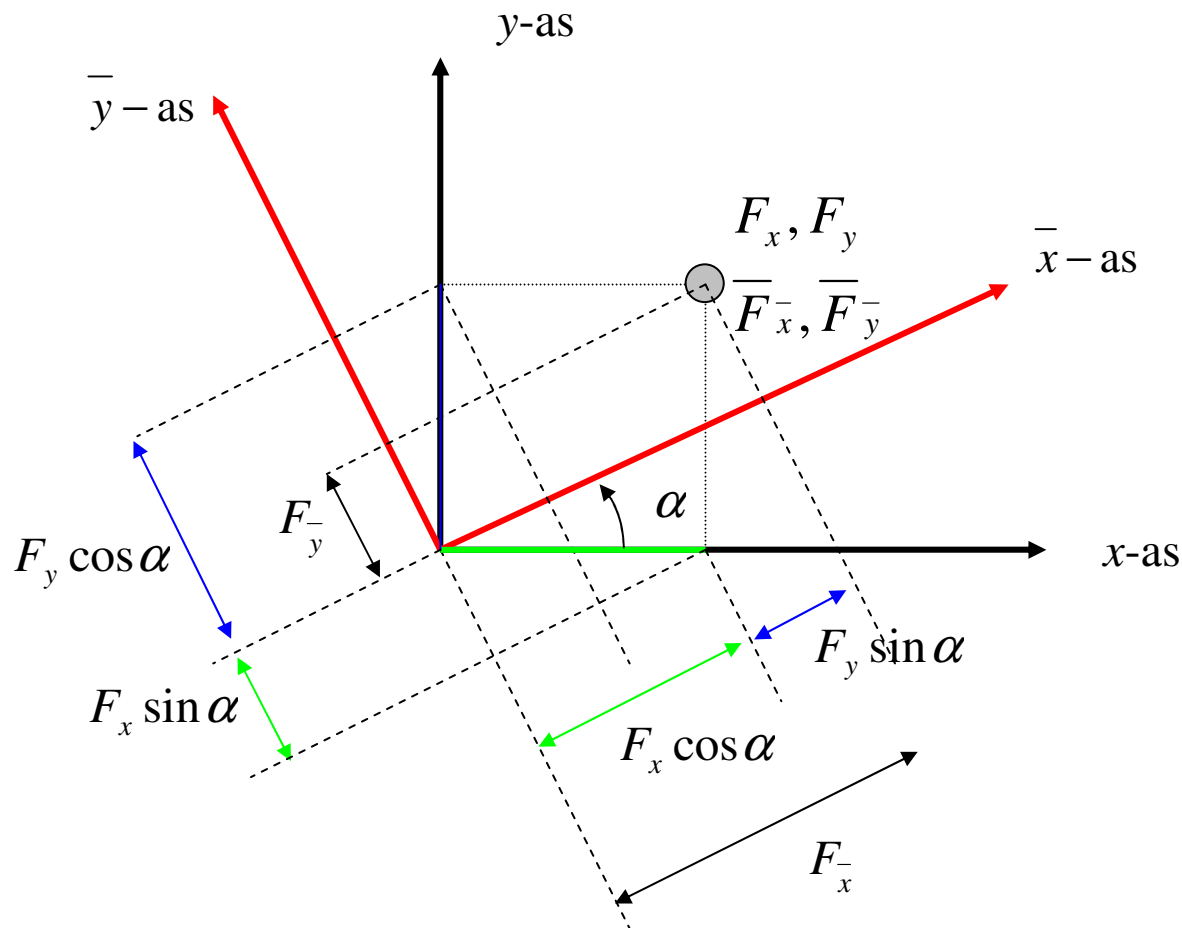
DEZE VECTOREN HEBBEN EEN GROOTTE EN EEN RICHTING EN HEBBEN EEN **FYSISCHE BETEKENIS** !

EIGENSCHAPPEN VAN DE KRACHTENVECTOR EN DE VERPLAATSINGENVECTOR

- GROOTTE
- RICHTING
- ASSENTTRANSFORMATIE

ALS EEN VECTOR VOLDOET AAN DE REGELS VOOR DE ASSENTTRANSFORMATIE DAN SPREKEN WE VAN EEN 1^e ORDE **TENSOR**

REGELS VOOR ASSENTRANSFORMATIE



$$\bar{F}_x = F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha$$

$$\bar{F}_y = -F_x \sin \alpha + F_y \cos \alpha$$

$$\text{dus: } \bar{f} = R \cdot f$$

$$\text{met: } R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

1^e ORDE TENSOREN

Krachtenvector f : $\bar{f} = R \cdot f$ en $f = R^T \cdot \bar{f}$

Verplaatsingenvector u : $\bar{u} = R \cdot u$ en $u = R^T \cdot \bar{u}$

Lengte van de vector verandert niet door een assentransformatie :

LENGTE = **INVARIANT**

$$|f| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2} = |\bar{f}| = \sqrt{(\bar{F}_x)^2 + (\bar{F}_y)^2} = F$$

RELATIE TUSSEN TENSOREN IS OOK EEN TENSOR

$$f = K \cdot u$$

K = tensor van de 2^e orde

ASSENTTRANSFORMATIE ?

$$\overline{f} = R \cdot f = R.K \cdot u = R.K.R^T \cdot \overline{u}$$

$$\overline{f} = \overline{K} \cdot \overline{u} \quad \text{met :} \quad \overline{K} = R.K.R^T$$

DEFINITIE

ALS DE COMPONENTEN VAN EEN 1^e ORDE TENSOR (b.v. $\mathbf{F}$) UIT DE COMPONENTEN VAN EEN ANDERE 1^e ORDE TENSOR (b.v. $\mathbf{u}$) KUNNEN WORDEN AFGELEID VIA EEN LINEAIRE BETREKKING $\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}$, DAN HEET

$\mathbf{K}$ EEN **TENSOR VAN DE 2^e ORDE**

Voorbeelden van andere tensoren :

- Spanningstensor
- Rektensor
- Traagheidsmomenten
- Buigende momenten in platen

$$(\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yx}, \sigma_{yy})$$

$$(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yy})$$

$$(I_{xx}, I_{xy}, I_{yx}, I_{yy})$$

$$(m_{xx}, m_{xy}, m_{yx}, m_{yy})$$

VRAAG 2 : VOOR WELKE RICHTING IS DE STIJFHEID v/d CONSTRUCTIE MAXIMAAL ?

$$\overline{K} = \begin{matrix} & \begin{matrix} R & K & R^T \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} k_{xx} &= k_{xx} \cos^2 \alpha & + k_{xy} \sin \alpha \cos \alpha & + k_{yx} \sin \alpha \cos \alpha & + k_{yy} \sin^2 \alpha \\ k_{xy} &= -k_{xx} \sin \alpha \cos \alpha & + k_{xy} \cos^2 \alpha & - k_{yx} \sin^2 \alpha & + k_{yy} \sin \alpha \cos \alpha \\ k_{yx} &= -k_{xx} \sin \alpha \cos \alpha & - k_{xy} \sin^2 \alpha & + k_{yx} \cos^2 \alpha & + k_{yy} \sin \alpha \cos \alpha \\ k_{yy} &= k_{xx} \sin^2 \alpha & - k_{xy} \sin \alpha \cos \alpha & - k_{yx} \sin \alpha \cos \alpha & + k_{yy} \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

Extreem ?

EXTREME WAARDEN VAN DE STIJFHEIDSCOMPONENTEN

Let op :

Zie uitwerking in het diktaat op pagina 17 en 22.

- ga over op de **dubbele hoek**
- differentiëren en **uitwerken**

$$\frac{dk_{xx}}{d\alpha} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{dk_{yy}}{d\alpha} = 0$$

Extreem voor een rotatie α :

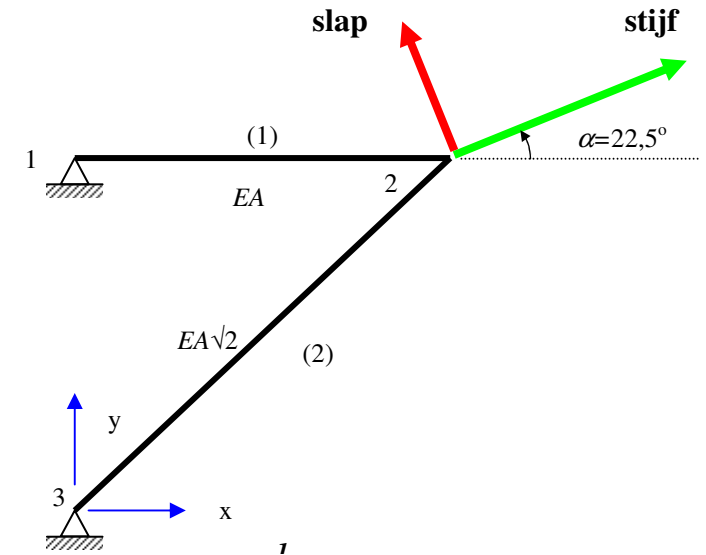
$$\tan 2\alpha = \frac{k_{xy}}{\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})} \Rightarrow k_{xx,yy} = k_{1,2} = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})\right]^2 + k_{xy}^2}$$

$$\Rightarrow k_{xy} = k_{yx} = 0$$

$$\bar{K}_\alpha = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad \text{dus:} \quad \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad f \text{ zelfde richting als } u$$

TOEPASSEN OP ONS PROBLEEM

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$$



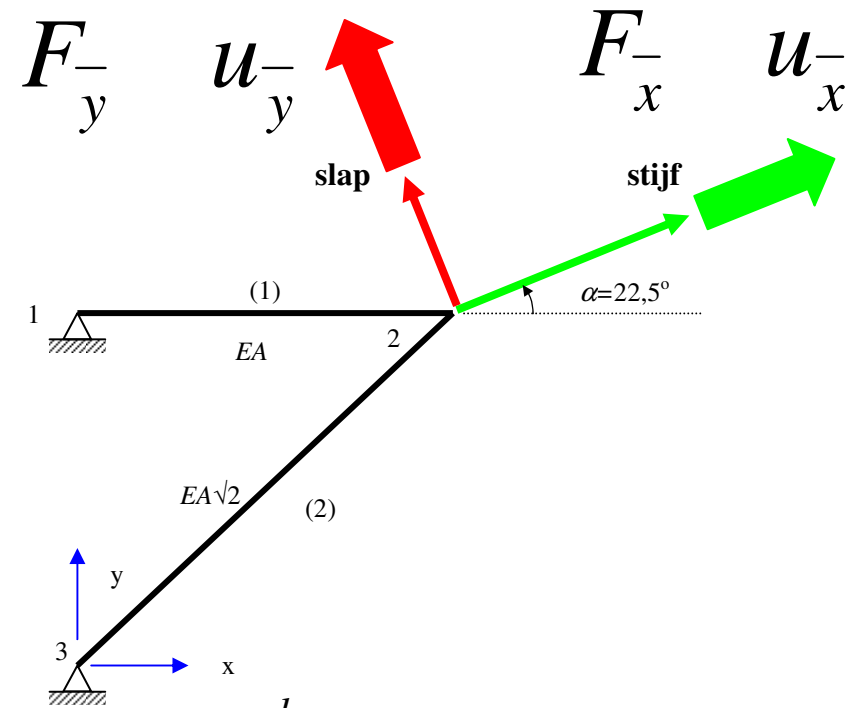
Extreme waarden (**hoofdwaarden**) voor de stijfheid :

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = 22,5^\circ, \alpha_2 = 112,5^\circ$$

$$k_1 = \frac{EA}{l} \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{2} \right), \quad k_2 = \frac{EA}{l} \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2} \right)$$

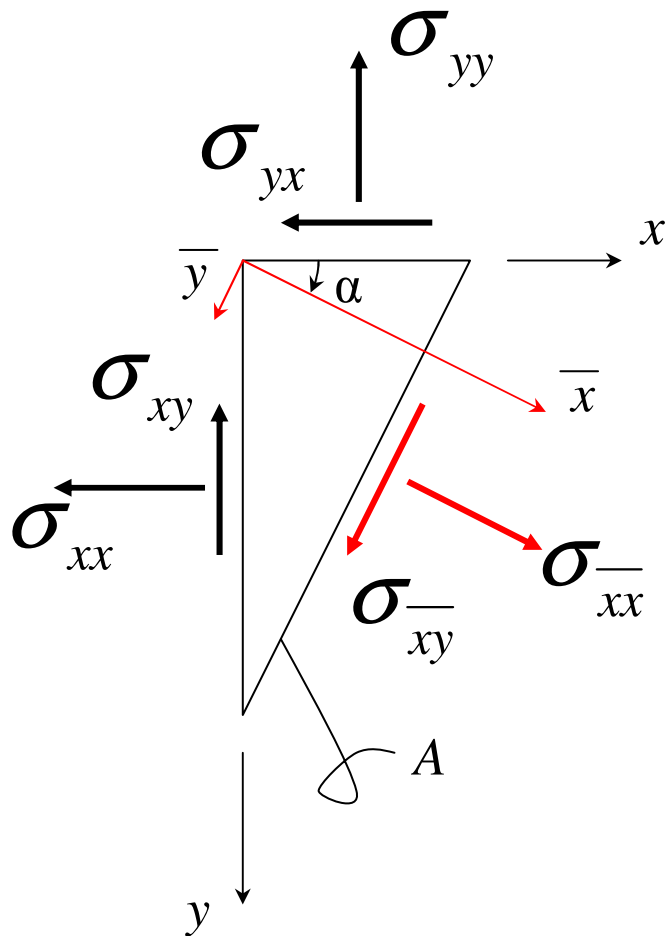
INTERPRETATIE

$$\begin{Bmatrix} F_x^- \\ F_y^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^- \\ u_y^- \end{Bmatrix}$$



kracht en verplaatsing in dezelfde richting !

METHODE 2 : DIRECTE METHODE a.h.v. een spanningsprobleem



Horizontaal evenwicht:

$$A\sigma_{xx}\cos\alpha - A\sigma_{xy}\sin\alpha = \sigma_{xx}A\cos\alpha + \sigma_{yx}A\sin\alpha$$

Verticaal evenwicht:

$$A\sigma_{xx}\sin\alpha + A\sigma_{xy}\cos\alpha = \sigma_{xz}A\cos\alpha + \sigma_{yy}A\sin\alpha$$

Herschrijven tot:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}\cos^2\alpha + \sigma_{yy}\sin^2\alpha + 2\sigma_{yx}\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sigma_{xy} = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx})\sin\alpha\cos\alpha - \sigma_{yx}(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)$$

identiek aan gevonden relaties op blz 15

EXTREME WAARDEN VAN DE SPANNINGEN

Let op :

- ga over op de **dubbele hoek**
- differentiëren en **uitwerken**

$$\frac{d\sigma_{xx}}{d\alpha} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{d\sigma_{yy}}{d\alpha} = 0$$

extreme waarden worden de **hoofdwaarden** genoemd

Extreem voor een rotatie α :

$$\tan 2\alpha = \frac{\sigma_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})} \Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\right]^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = 0$$

$$\bar{\sigma}_{\alpha} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \quad \text{dus:} \quad \begin{Bmatrix} \bar{p}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{n}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad p \text{ zelfde richting als } n$$

WISKUNDIGE BENADERING

Wanneer hebben *kracht* en *verplaatsing* dezelfde richting ?

$$f = \lambda u$$

stijfheidsrelatie:

$$f = K \cdot u$$

gelijkstellen

$$K \cdot u = \lambda u = \lambda \cdot I \cdot u$$

dus:

$$(K - \lambda \cdot I) \cdot u = 0$$

Let op :

K en *I* zijn MATRICES

EIGENWAARDEPROBLEEM

EIGENWAARDEPROBLEEM OPLOSSEN

$$\begin{bmatrix} k_{xx} - \lambda & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} - \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = 0$$

Alleen een oplossing $u \neq 0$ indien **Determinant** van de matrix nul is:

$$\lambda^2 - (k_{xx} + k_{yy}) \cdot \lambda + (k_{xx}k_{yy} - k_{xy}^2) = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \right]^2 + k_{xy}^2}$$

eigenwaarden zijn dus gelijk aan de **hoofdwaarden**

ANALYTISCHE TRANSFORMATIE : TRANSFORMATIEFORMULES

$$\overline{K} = \begin{matrix} & R & K & R^T \\ \begin{bmatrix} k_{xx}^- & k_{xy}^- \\ k_{yx}^- & k_{yy}^- \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (\text{sheet 15})$$

internationale aanpak met behulp van de dubbele hoek:

$$k_{xx}^- = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) + \frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha + k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{yy}^- = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) - \frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha - k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{xy}^- = -\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \sin 2\alpha + k_{xy} \cos 2\alpha$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen :

$$\tan 2\alpha = \frac{k_{xy}}{\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})} \Rightarrow k_{1,2} = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})\right]^2 + k_{xy}^2}$$

$$\Rightarrow k_{xy}^- = k_{yx}^- = 0$$

GENERALISATIE IN 3D (b.v. met spanningstensor)

Hoofdspanning en hoofdrichtingen in 3D: los eigenwaardeprobleem op

$$\begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

uitwerken:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

NIET TRIVIALE OPLOSSING: determinant is nul

Wortels van karakteristieke polynoom zijn hoofdwaarden en los eigenvectoren op voor deze hoofdrichtingen.

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0$$

with INVARIANTS I_1 , I_2 and I_3 :

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

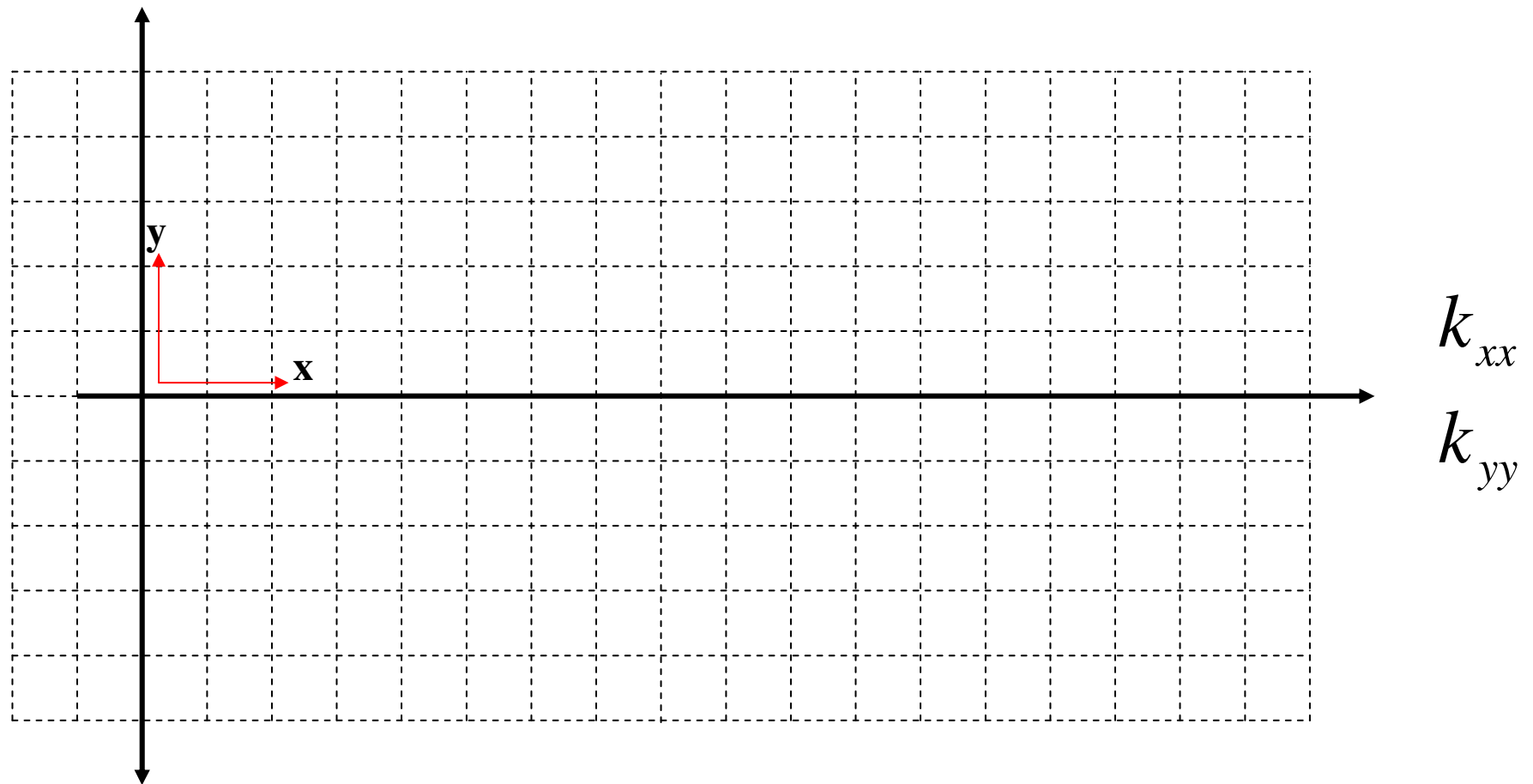
$$I_2 = \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx} - \sigma_{xy}^2 - \sigma_{yz}^2 - \sigma_{zx}^2$$

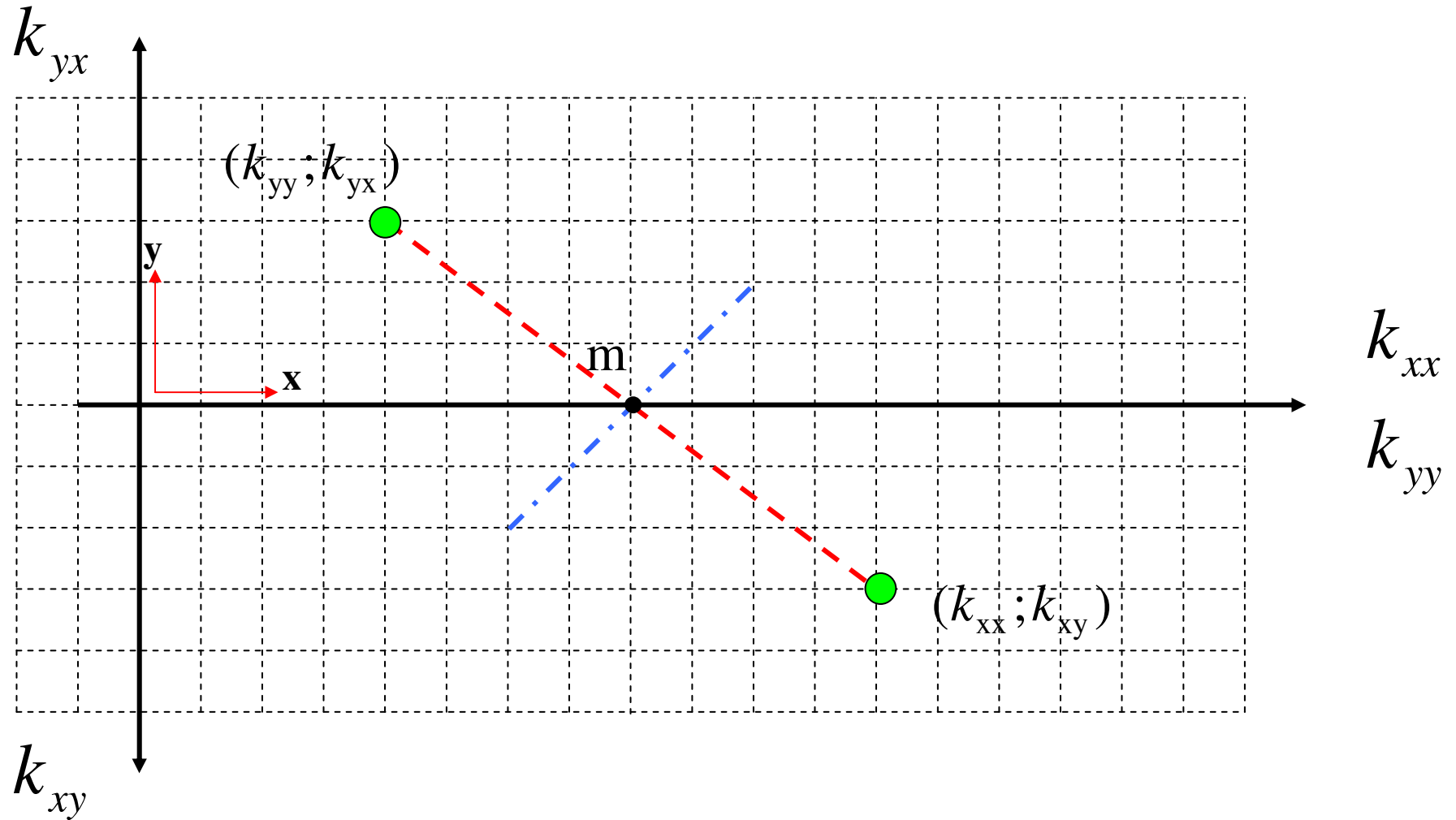
$$I_3 = \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{yz}^2 - \sigma_{yy}\sigma_{zx}^2 - \sigma_{zz}\sigma_{xy}^2 + 2\sigma_{xy}\sigma_{yz}\sigma_{zx}$$

GRAFISCHE METHODE : CIRKEL VAN MOHR

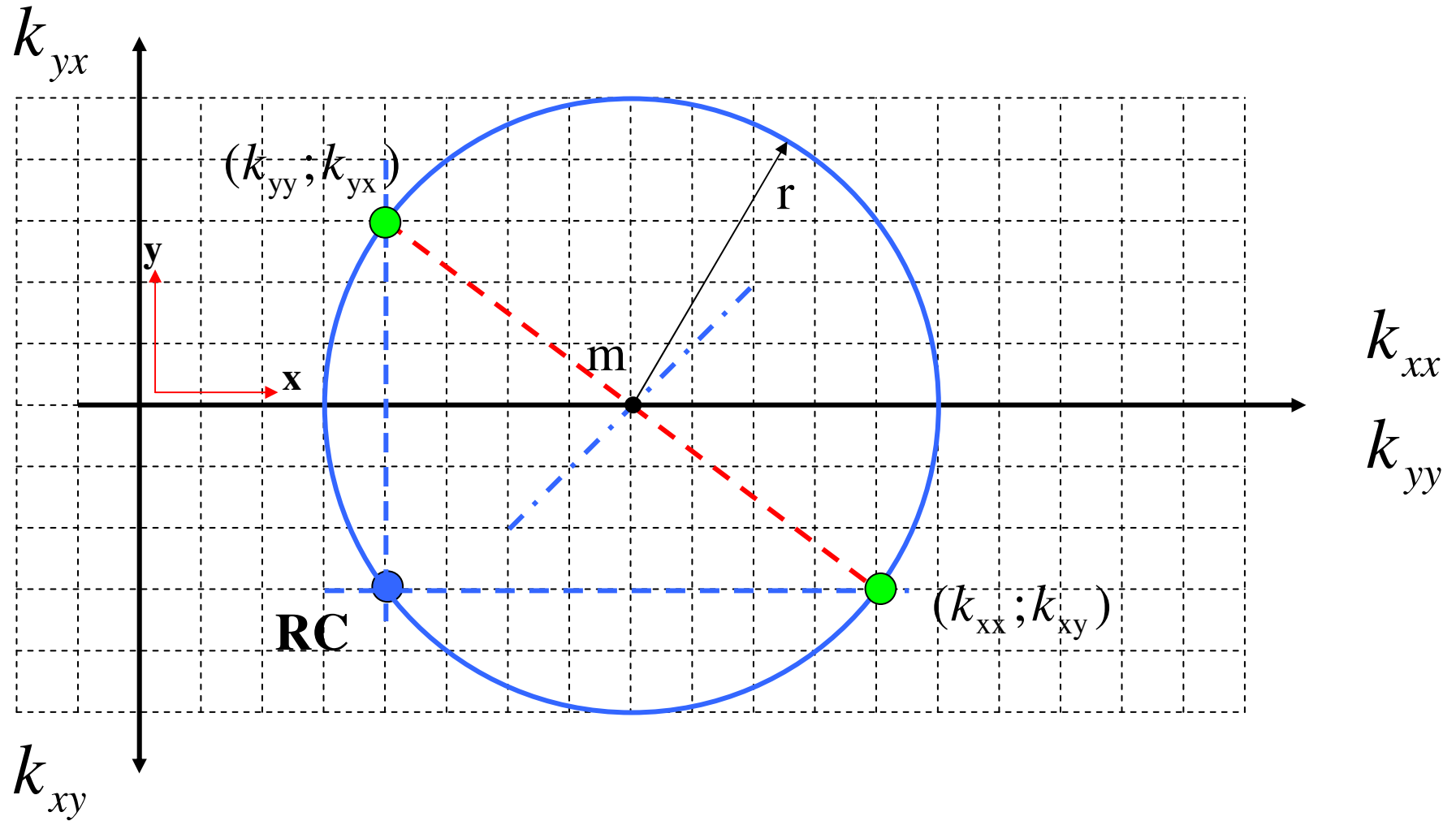
- Zet op de x-as k_{xx} en k_{yy} uit
- Zet het assenstelsel in O
- Geef de verticale assen k_{xy} en k_{yx} aan afhankelijk van het assenstelsel
- Zet de bekende punten $(k_{xx}; k_{xy})$ en $(k_{yy}; k_{yx})$ uit
- Trek de verbindingslijn tussen deze twee punten
- Teken de middelloodlijn van deze verbindingslijn
- Het snijpunt van de middelloodlijn en de x-as is het middelpunt m
- Teken een cirkel met middelpunt m door de punten $(k_{xx}; k_{xy})$ en $(k_{yy}; k_{yx})$
- Geef de hoofdwaaarden k_1 (grootste) en k_2 (kleinste) aan
- Geef het Richtingen Centrum aan
 - Een lijn getrokken vanuit het RC evenwijdig aan de x-as snijdt de cirkel in het punt $(k_{xx}; k_{xy})$
 - Een lijn getrokken vanuit het RC evenwijdig aan de y-as snijdt de cirkel in het punt $(k_{yy}; k_{yx})$
- Teken vanuit het RC de hoofdrichtingen

CIRKEL VAN MOHR assenstelsel

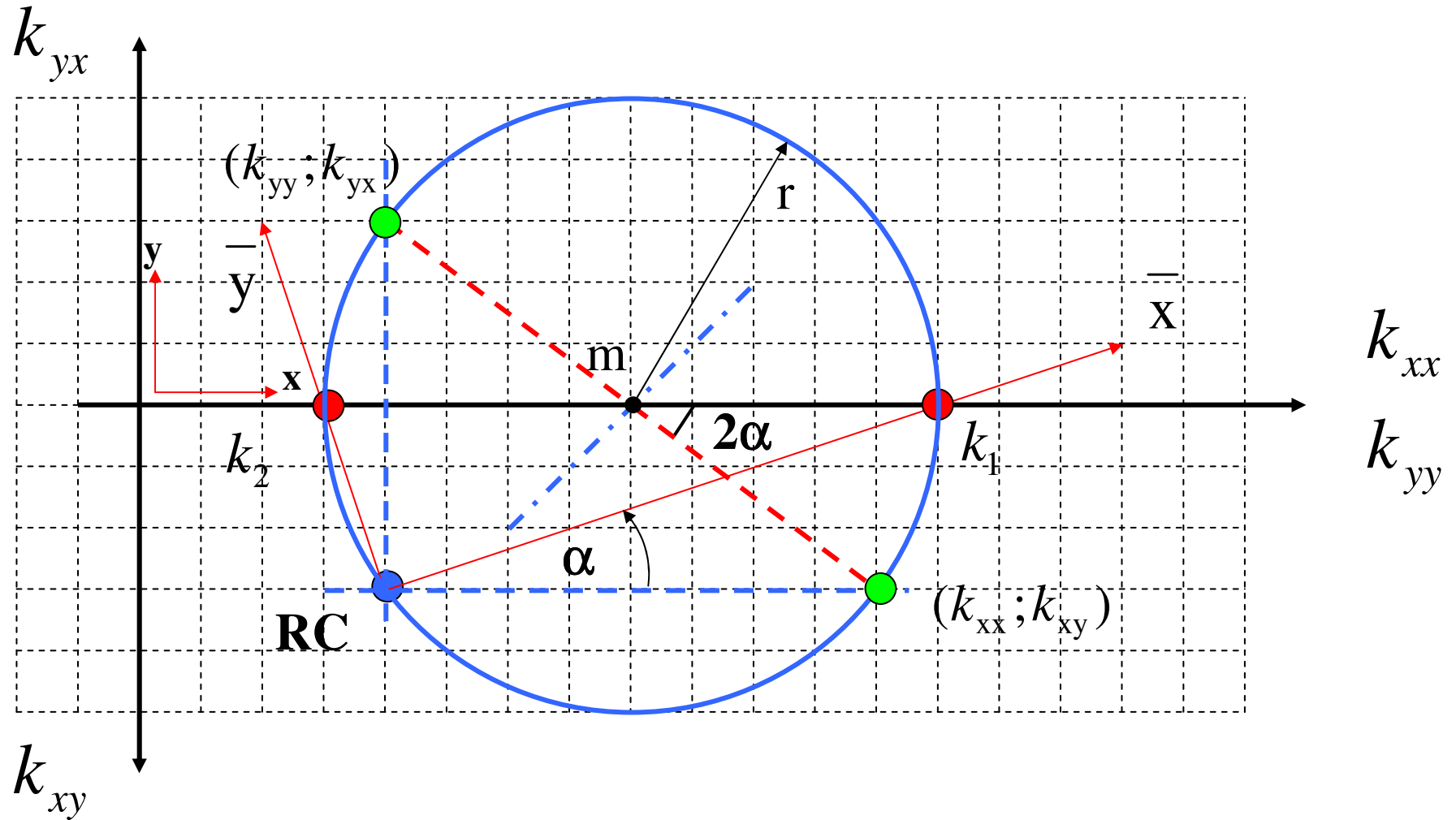




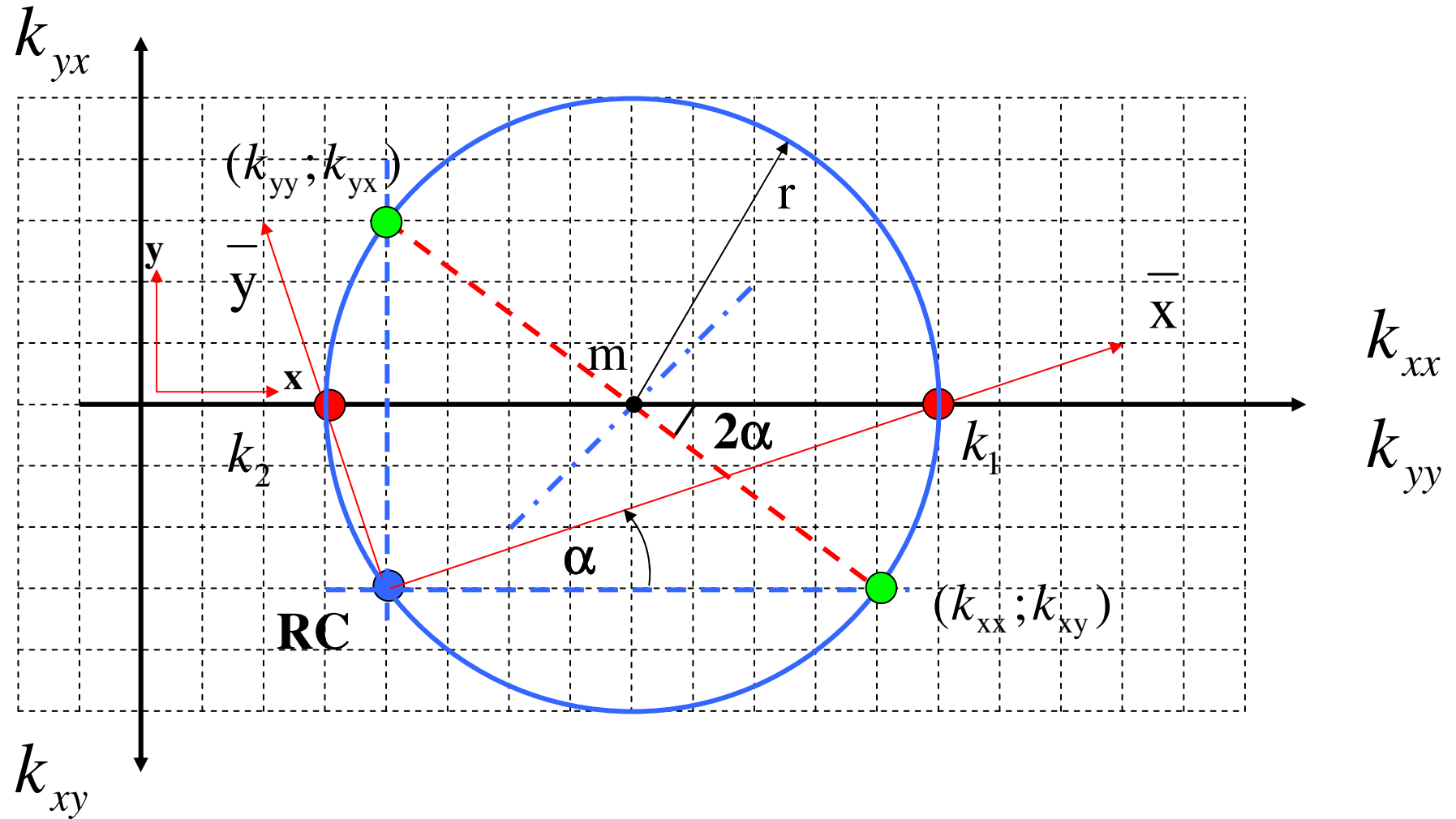
CIRKEL VAN MOHR cirkel en richtingencentrum RC



CIRKEL VAN MOHR hoofdwaarden en hoofdrichtingen



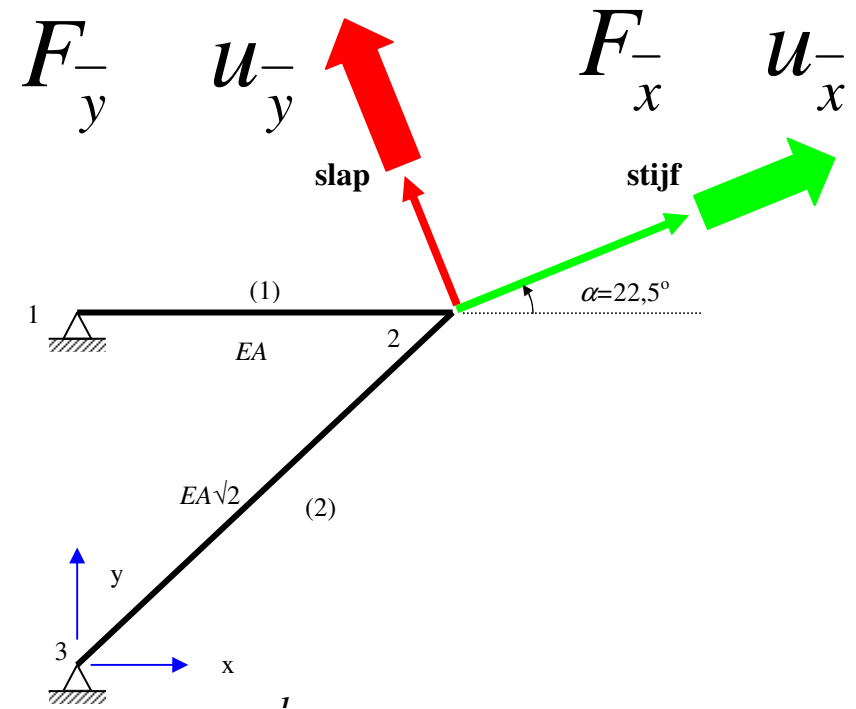
GRAFISCHE TRANSFORMATIE : CIRKEL VAN MOHR



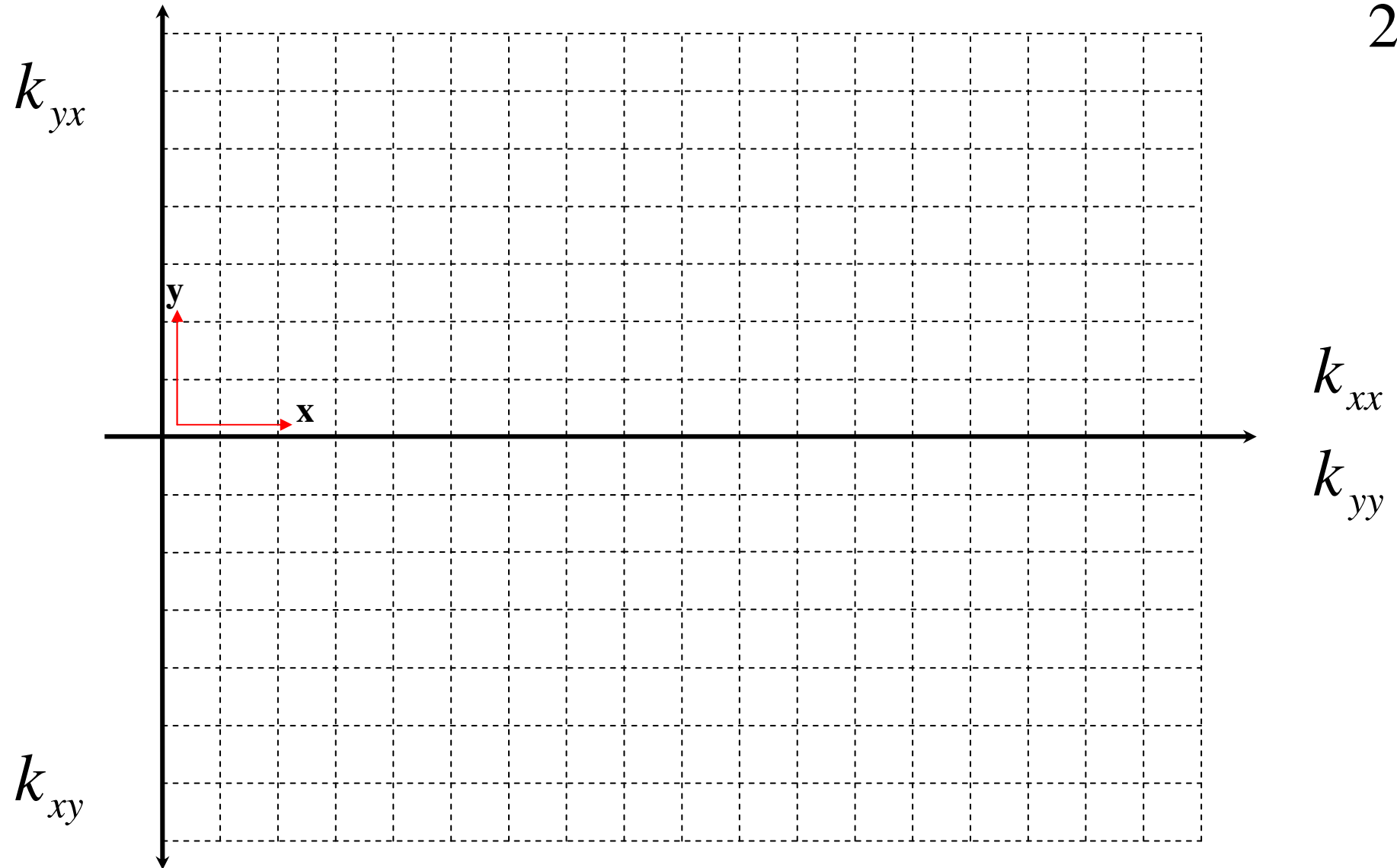
TOEPASSEN OP ONS STIJFHEIDSPROBLEEM

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$$

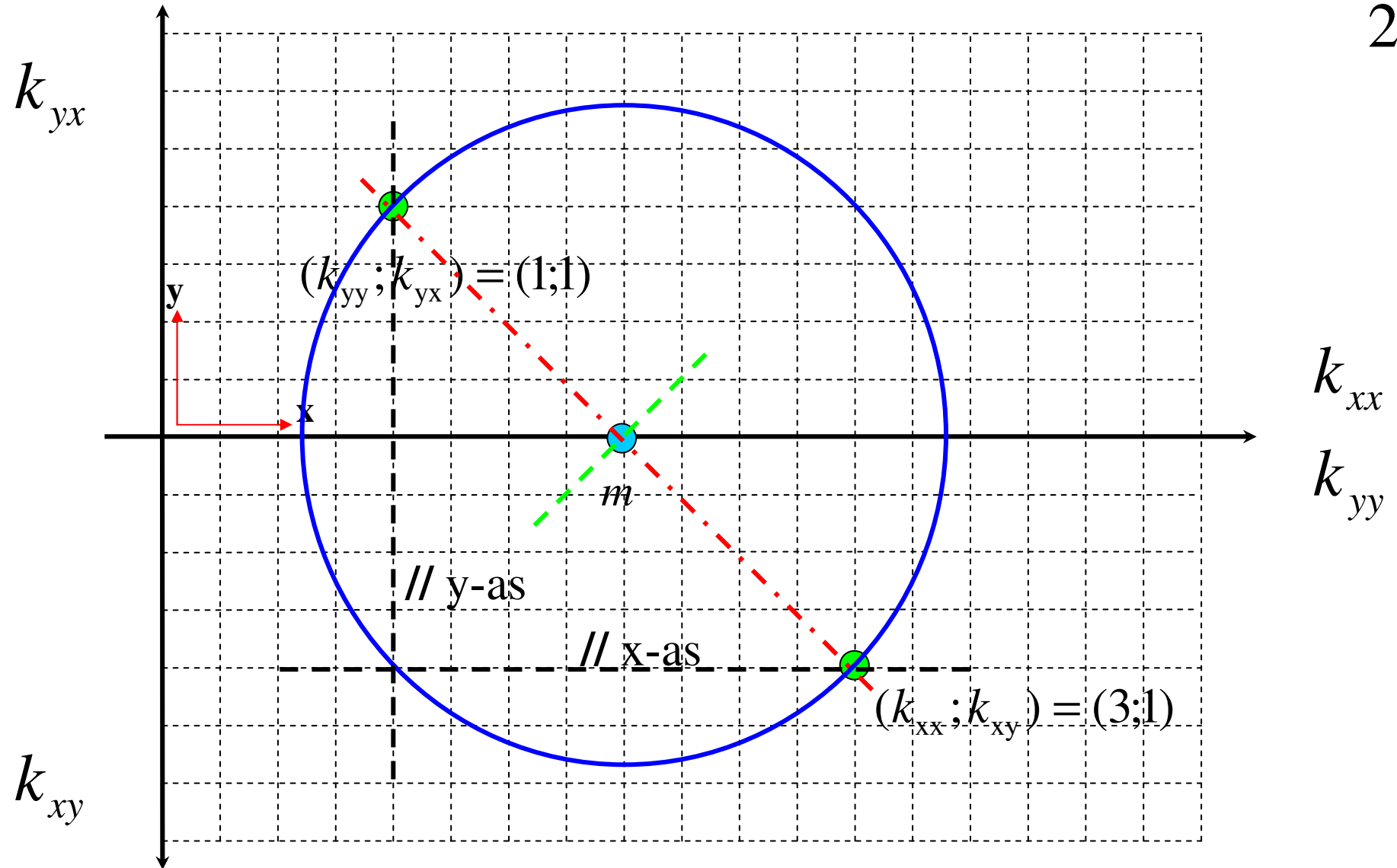
- definitie van het assenstelsel
- tensorpunten uitzetten
- cirkel construeren
- richtingencentrum bepalen
- hoofdwaaarden en hoofdrichtingen aangeven

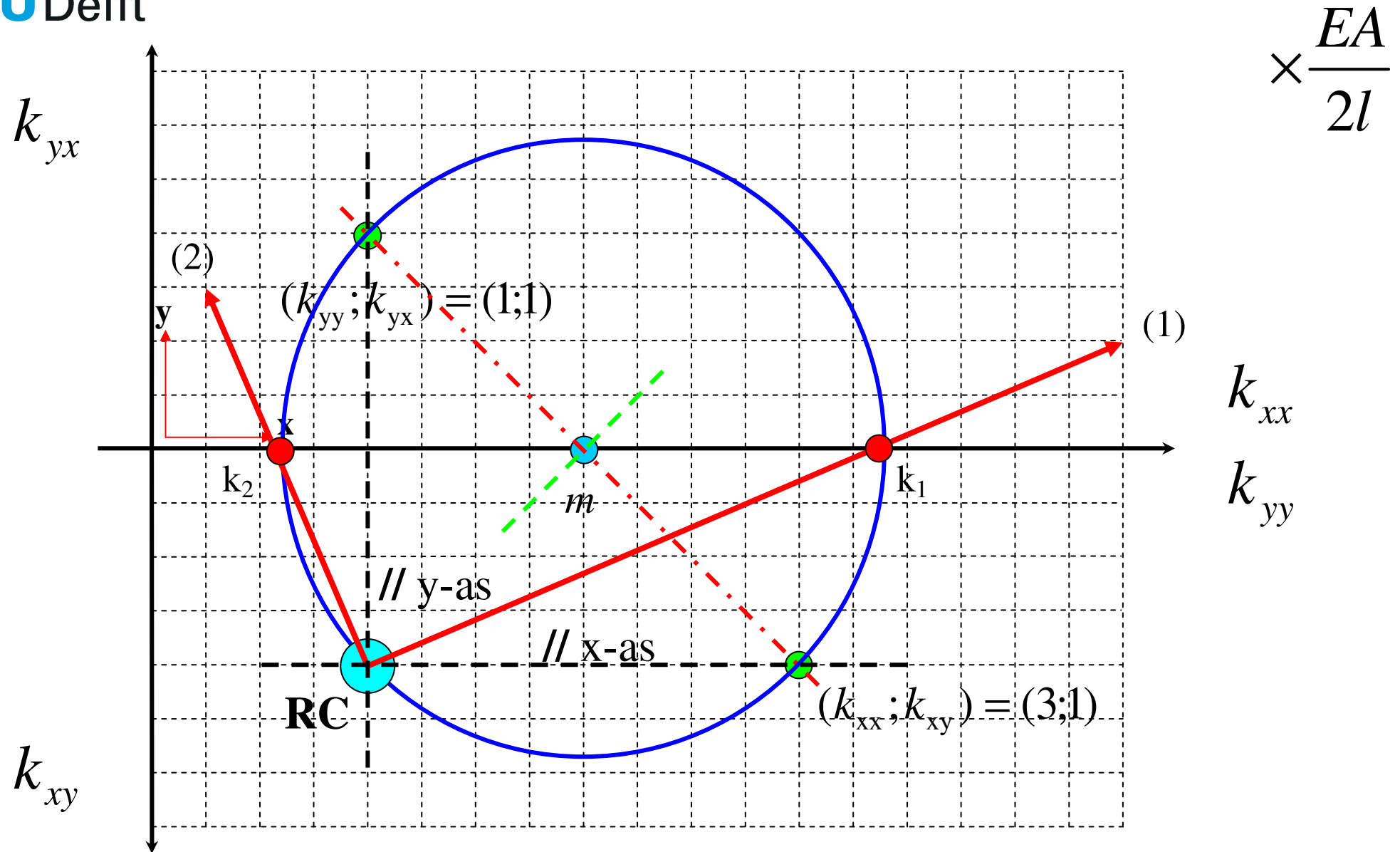


$$\times \frac{EA}{2l}$$

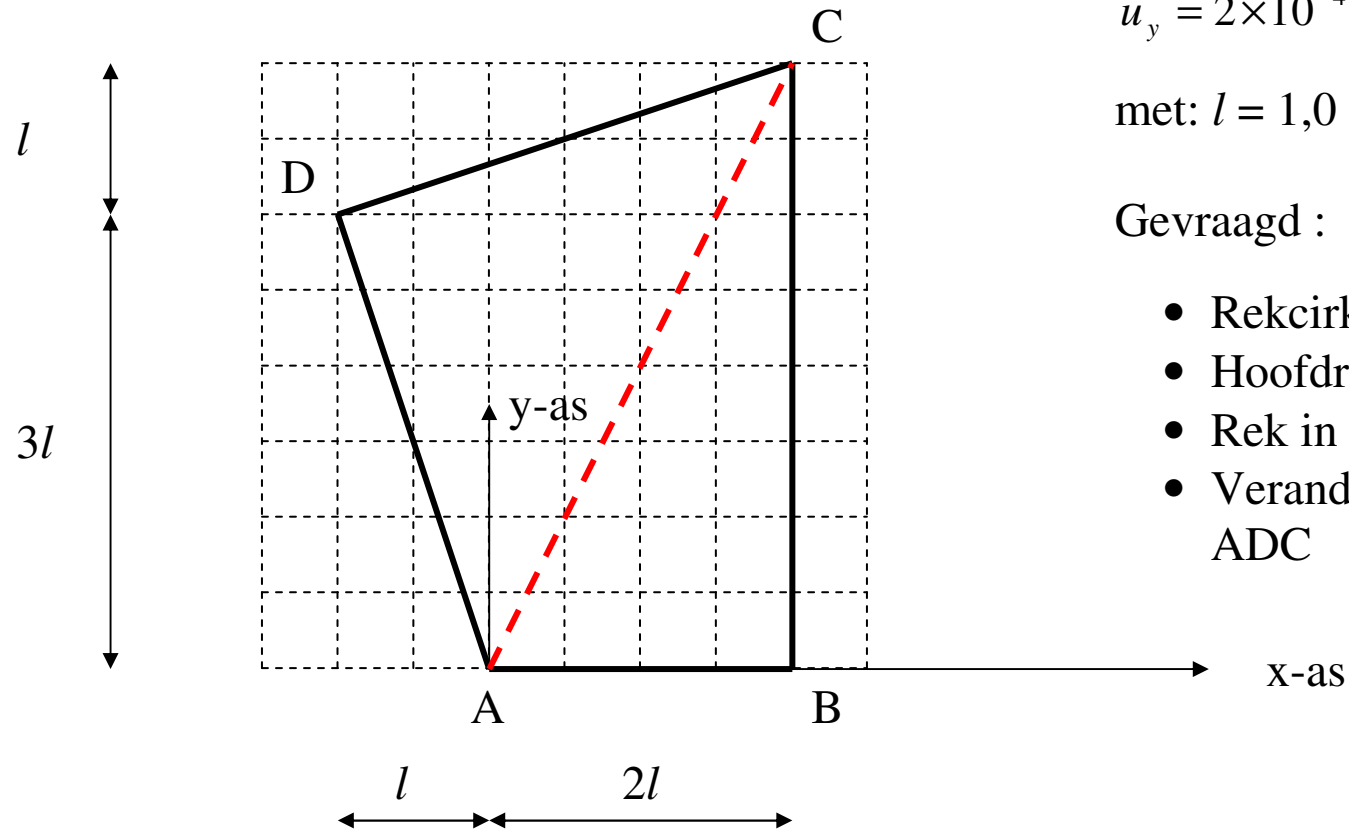


$$\times \frac{EA}{2l}$$





REKVOORBEELD



Gegeven:

$$u_x = 0,2 \times 10^{-4} + 0,3 \times 10^{-4} x$$

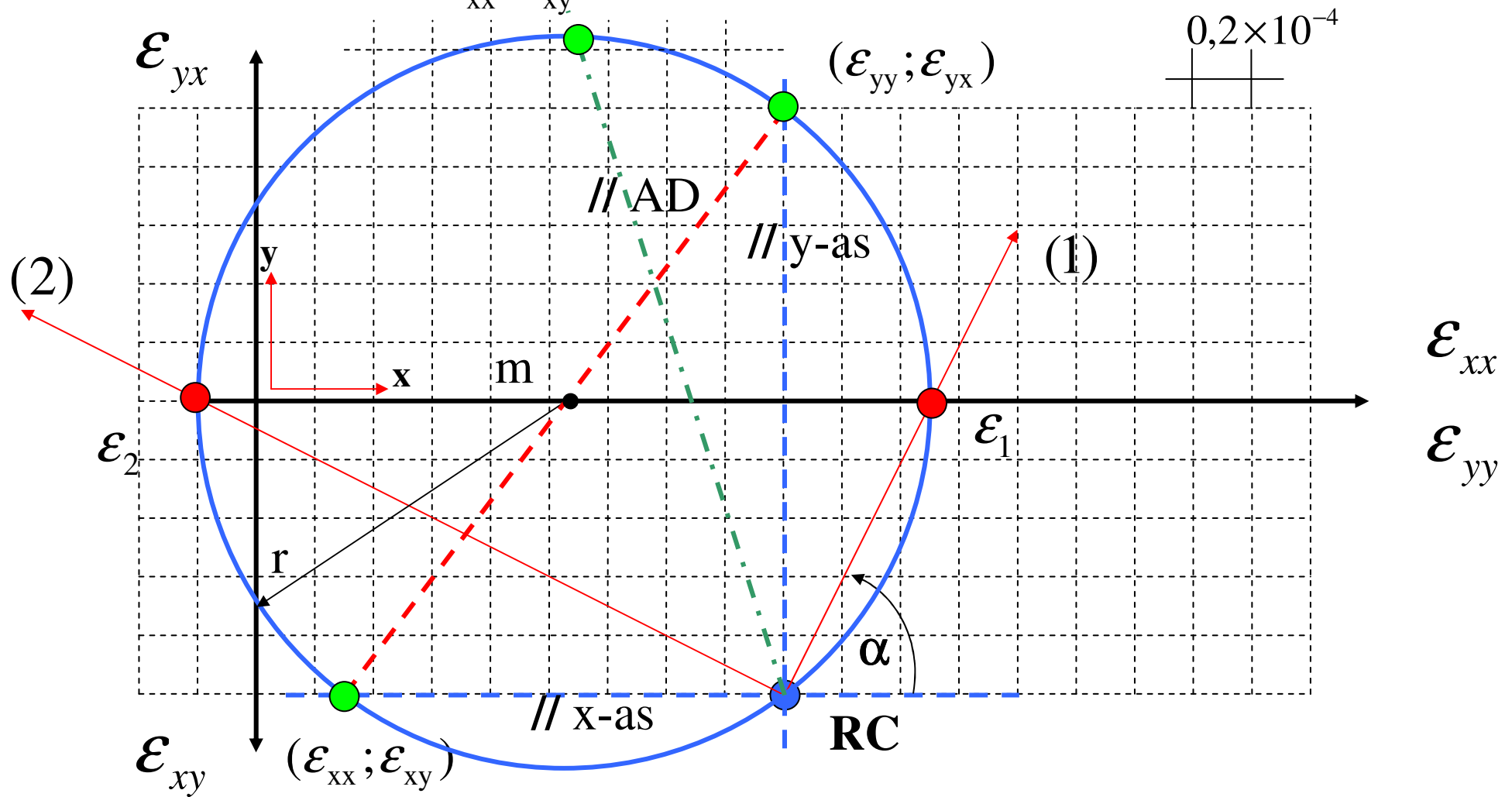
$$u_y = 2 \times 10^{-4} x + 1,8 \times 10^{-4} y$$

met: $l = 1,0 \text{ m}$

Gevraagd :

- Rekcirkel van Mohr
- Hoofdrekken en hoofdrichtingen
- Rek in vezel AC
- Verandering van de rechte hoek ADC

CIRKEL VAN MOHR (REKKEN)



ANTWOORDEN OP DE VRAGEN

1) Reken de rekken uit en teken de rekcirkel en lees af :

$$\varepsilon^{AC} = \varepsilon_1 = 2,3 \times 10^{-4}$$

conclusie : AC is een hoofdrekrichting en vezels evenwijdig aan deze richting zullen alleen verlengen. Er treedt dus geen verdraaiing op !

2) Controleer zelf met de verplaatsingen in A en C dat de m.b.v. de cirkel van Mohr gevonden rek de juiste is.

3) De rechte hoek in D tussen de vezels DC en DA verandert met, ga dit na in de cirkel :

$$\gamma = 2\varepsilon_{xy} = 2 \times -1,25 \times 10^{-4} = -2,5 \times 10^{-4}$$

conclusie : De hoek ADC wordt hierdoor groter