

Voorbeeld 6 : Kern van een deel van een niet-homogene doorsnede

Van een inhomogene doorsnede van een vierkante staaf, opgebouwd uit vier gelijke vierkanten van $40 \times 40 \text{ mm}^2$ van verschillende materialen is gegeven:

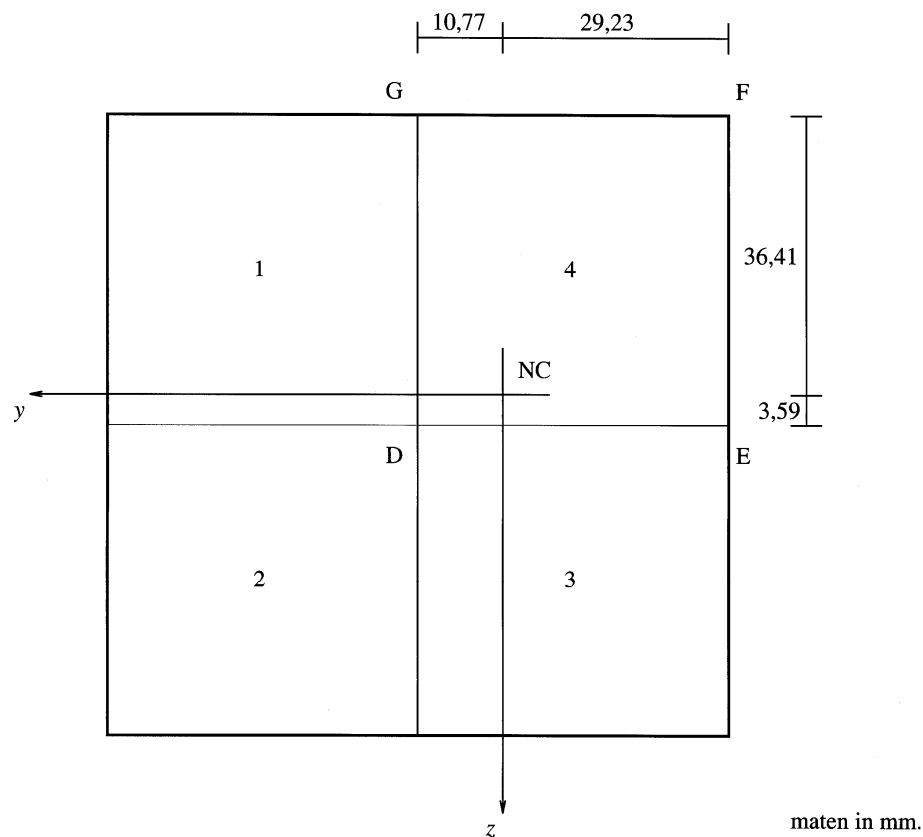
$$EA = 624 \times 10^6 \text{ N}$$

$$EI_{yy} = 260,43 \times 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$EI_{yz} = EI_{zy} = 59,07 \times 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$EI_{zz} = 324,76 \times 10^9 \text{ Nmm}^2$$

De plaats van het normaalkrachtencentrum NC is aangegeven in figuur 1.



Figuur 1 : Inhomogene doorsnede

Vraag:

Als de doorsnede wordt belast door een drukkracht, waar moet dan het drukpunt (krachtpunt) liggen opdat nergens in materiaal 4 (met begrenzing DEFG) trekspanningen optreden?

Uitwerking

Een hoekpunt van het gevraagde gebied kan worden gevonden als het krachtpunt bij een neutrale lijn die valt langs één van de zijden van het vierkant DEFG.

Voor de berekening kan gebruik worden gemaakt van de betrekking:

$$\begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{zy} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

In getallen:

$$\begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{624 \times 10^6} \begin{bmatrix} 260,43 \times 10^9 & 59,07 \times 10^9 \\ 59,07 \times 10^9 & 324,76 \times 10^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

of:

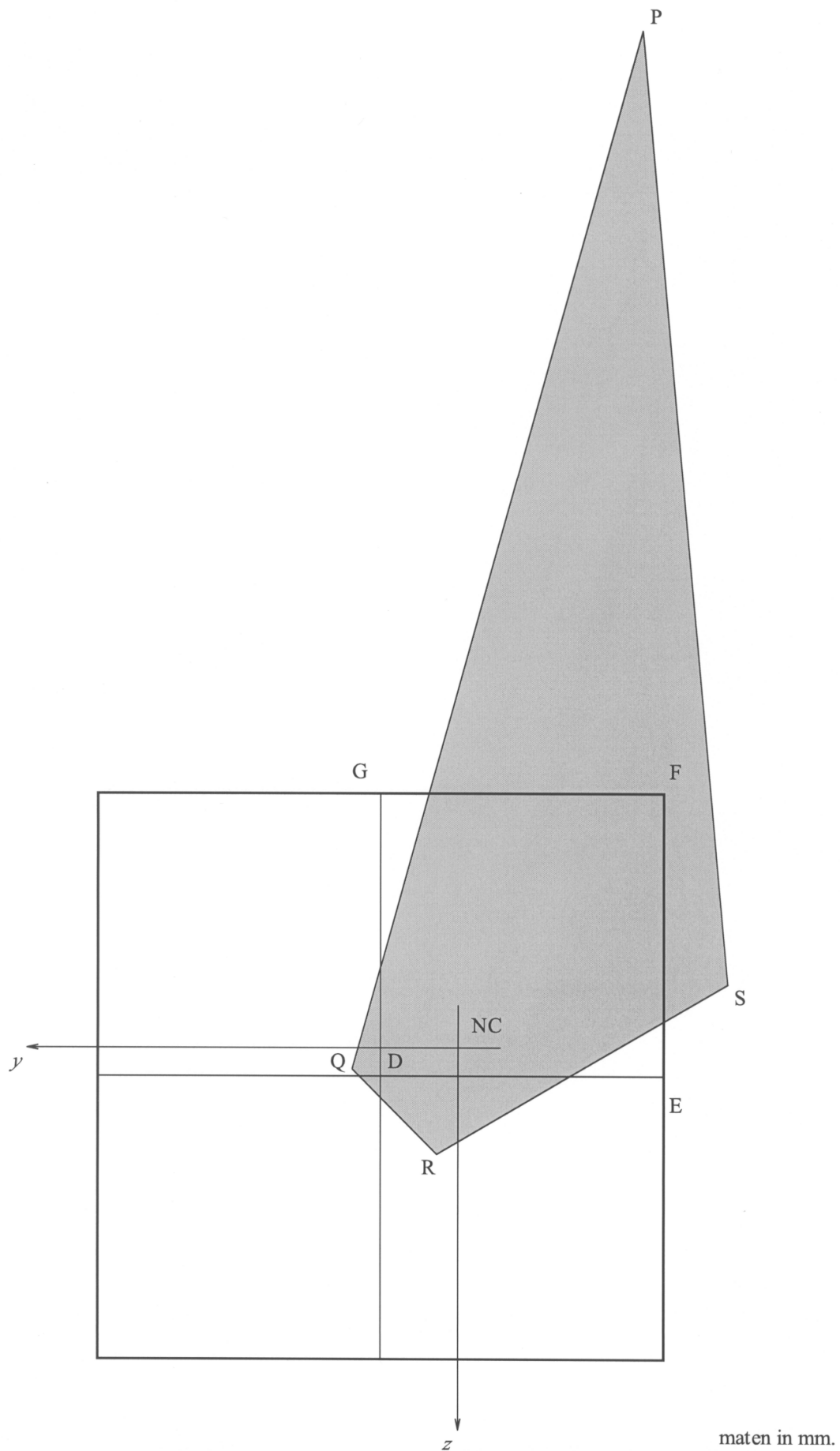
$$\begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 417,36 & 94,66 \\ 94,66 & 520,45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

De berekening is verder uitgevoerd in onderstaande tabel:

Tabel : Rekenresultaten voor de kern

n.l.	y_1	z_1	e_y	e_z	“kern”
DE	∞	+3,59	-26,37	-144,97	P
EF	-29,23	∞	+14,28	+3,24	Q
FG	∞	-36,41	+2,60	+14,29	R
GD	+10,77	∞	-38,75	-8,79	S

Met deze gegevens kan de kern voor materiaal 4 getekend worden. Deze is in figuur 2 op de volgende bladzijde weergegeven. Merk op dat dit niet de kern is voor de gehele doorsnede en dat een opmerkelijk resultaat gevonden wordt waarbij de kern van een deel van de doorsnede ook *buiten* de doorsnede kan vallen.



Figuur 2: Kern van materiaal 4 (DEFG) van de inhomogene doorsnede