

Voorbeeld 7 : Staal-beton kolom

Een betonnen kolom AB met een lengte l , is gewapend met een staalprofiel. Het profiel bevindt zich niet precies in het midden van de doorsnede. Zie bijgevoegd figuur voor de doorsnedeafmetingen en profielgegevens. De kolom is in A ingeklemd en wordt in het vrije einde B belast door een drukkracht F , aangrijpend in het zwaartepunt van het staalprofiel. Beton en staal worden geacht zich lineair-elastisch te gedragen.

N.B.: Er moet worden gerekend met de netto-betonddoorsnede.

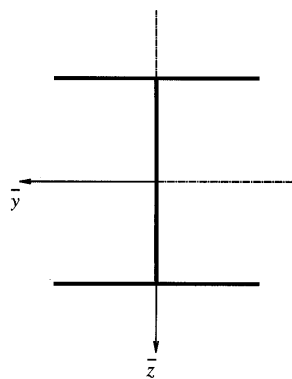
Gegeven:

$$F = 2500 \text{ kN}$$

$$l = 4000 \text{ mm}$$

$$\text{elasticiteitsmodulus beton } E_b = 20 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$$

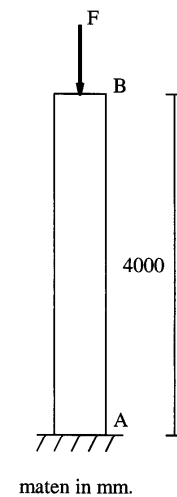
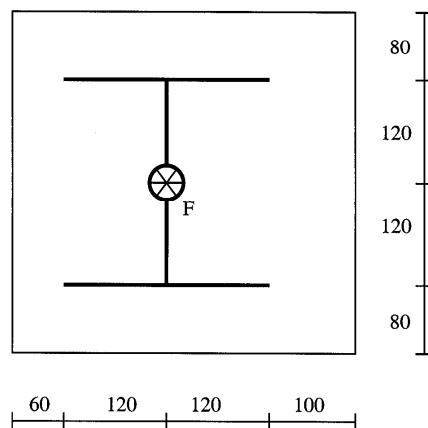
$$\text{elasticiteitsmodulus staal } E_s = 210 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$$



$$A = 10^4 \text{ mm}^2$$

$$I_{yy} = 4 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

$$I_{zz} = 11,25 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

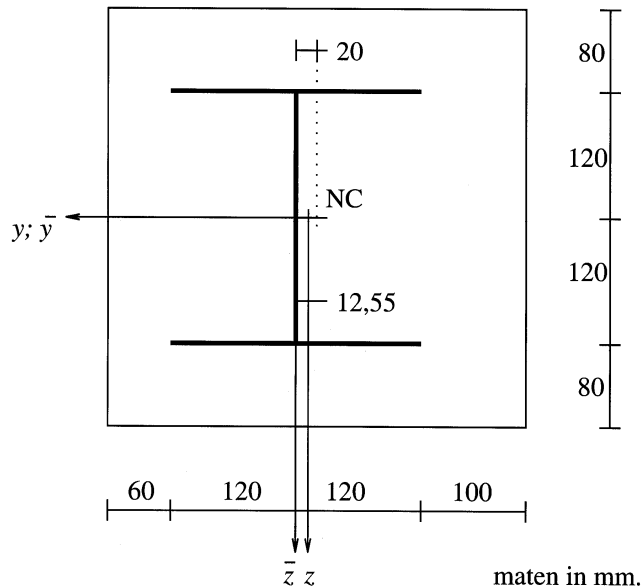


Gevraagd:

- bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum
- bereken de rekstijfheid en de buigstijfheid van de samengestelde doorsnede
- hoe groot zijn de normaalkracht en het buigend moment in de kolom?
- teken voor een doorsnede het rek- en spanningsdiagram
- bereken de lengteverandering van de kolom
- bereken de horizontale verplaatsing van de kolom in B

Uitwerking

a)



Kies een $\bar{y} - \bar{z}$ -assenstelsel door het zwaartepunt van het I-profiel. Het normaalkrachtenstelsel NC ligt op de symmetrie-as (dat is de $\bar{y}$ -as, dus $\bar{z}_{NC} = 0$).

Verder geldt: $\bar{y}_{NC} = ES_y^- / EA$.

$$EA = (EA)_b + (EA)_s = 20 \times 10^3 \times (400^2 - 10^4) + 210 \times 10^3 \times 10^4 = 5,1 \times 10^9 \text{ N}$$

$$ES_y^- = (ES_y^-)_b = 20 \times 10^3 \times 400^2 \times (-20) = -64 \times 10^9$$

N.B.: Door de keuze van het assenstelsel is $S_y^- = 0$ voor zowel het staalprofiel als het "gat" in de betondoorsnede.

$$\bar{y}_{NC} = -64 \times 10^9 / 5,1 \times 10^9 = -12,55 \text{ mm}$$

b) De rekstijfheid EA werd hiervoor reeds berekend: $EA = 5,1 \times 10^9 \text{ N}$.

De buigstijfheden zijn EI_{yy} en EI_{zz} , gedefinieerd in een y - z -assenstelsel door het normaalkrachtenstelsel NC.

Omdat de y -as een symmetrie-as is, zijn EI_{yy} en EI_{zz} hoofdwaarden, en is $EI_{yz} = EI_{zy} = 0$.

$$\begin{aligned}
 EI_{yy} &= E_b \left\{ \frac{1}{12} h^4 + h^2 (20 - 12,55)^2 \right\} + (E_s - E_b) (4 \times 10^7 + 10^4 \times 12,55^2) = \\
 &= 20 \times 10^3 \left\{ \frac{1}{12} \times 400^4 + 400^2 \times 7,45^2 \right\} + 190 \times 10^3 \times (4 \times 10^7 + 10^4 \times 12,55^2) = \\
 &= 50,774 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2 \\
 EI_{zz} &= E_b \times \frac{1}{12} h^4 + (E_s - E_b) \times 11,25 \times 10^7 = \\
 &= 20 \times 10^3 \times \frac{1}{12} \times 400^4 + 190 \times 10^3 \times 11,25 \times 10^7 = \\
 &= 64,042 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2
 \end{aligned}$$

- c) De normaalkracht N en het buigend moment M zijn constant over de lengte van de kolom:

$$N = -2500 \text{ kN} = -2,5 \times 10^6 \text{ N}$$

$$e_y = +12,55 \text{ mm} ; \quad M_y = N \times e_y = -2,5 \times 10^6 \times 12,55 = -31,375 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$e_z = 0 ; \quad M_z = N \times e_z = 0$$

- d) $\varepsilon = N / EA = -2,5 \times 10^6 / 5,1 \times 10^9 = -0,49 \times 10^{-3}$

$$\kappa_y = M_y / EI_{yy} = -31,375 \times 10^6 / 50,774 \times 10^{12} = -0,618 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\kappa_z = M_z / EI_{zz} = 0$$

(Bovenstaande eenvoudige formules voor κ_y en κ_z gelden alleen als EI_{yy} en EI_{zz} hoofdwwaarden zijn, en $EI_{yz} = EI_{zy} = 0$!)

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z$$

$$= -0,49 \times 10^{-3} - 0,618 \times 10^{-6} \times y \quad (\text{waarin } y \text{ in mm})$$

De extremen treden op in:

$$y = 192,55 \text{ mm} \rightarrow \varepsilon = -0,609 \times 10^{-3}$$

$$y = -207,45 \text{ mm} \rightarrow \varepsilon = -0,362 \times 10^{-3}$$

De neutrale lijn loopt evenwijdig aan de z -as en snijdt de y -as in

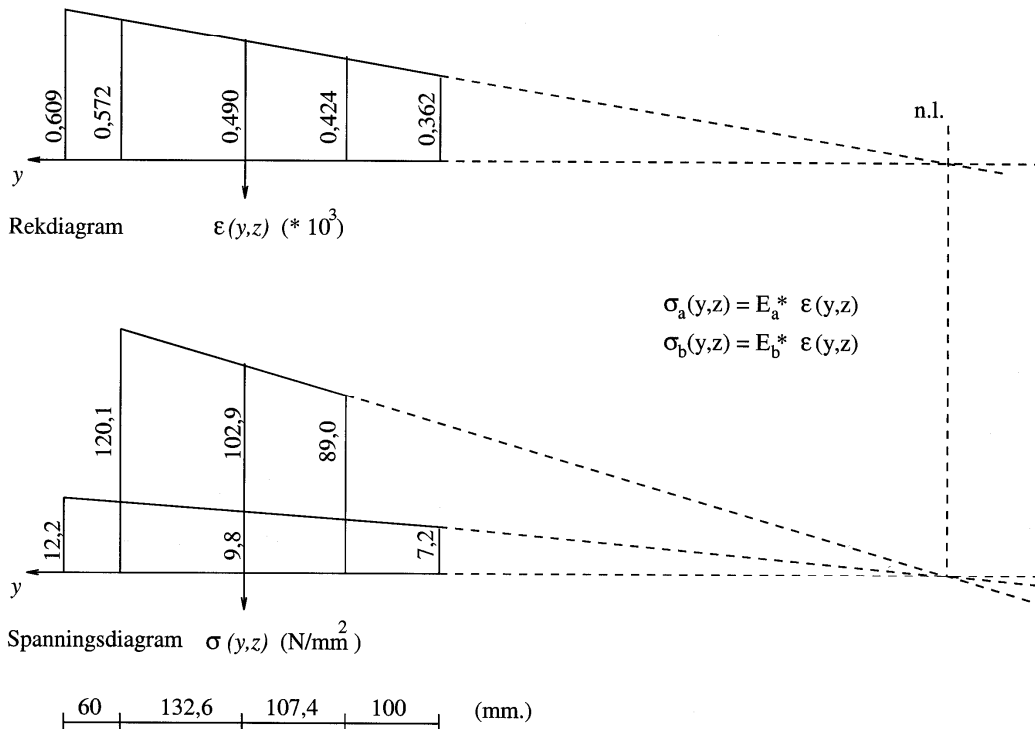
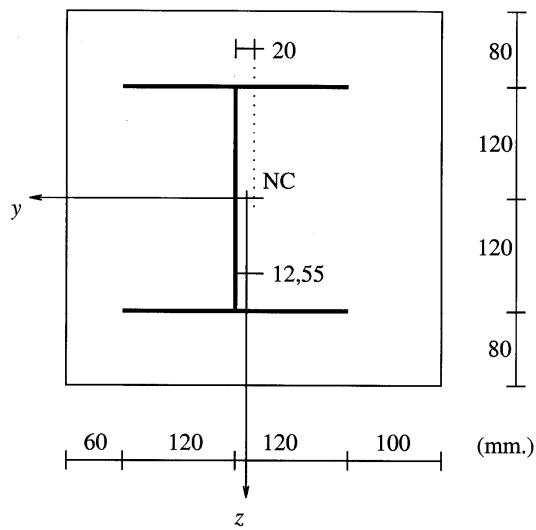
$$y_1 = -0,49 \times 10^{-3} / 0,618 \times 10^{-6} = -792,88 \text{ mm}$$

Spanningen in het beton: $\sigma_b(y, z) = E_b \times \varepsilon(y, z)$

Spanningen in het staal: $\sigma_s(y, z) = E_s \times \varepsilon(y, z)$

- e) $\Delta l = Nl / EA = -2,5 \times 10^6 \times 4000 / 5,1 \times 10^9 = -1,96 \text{ mm}$

De lengteverandering van de kolom (van de staafas) is dus een verkorting van ongeveer 2 mm.



- f) De kolom verbuigt in het x - y -vlak. Omdat de y -richting een hoofdrichting is, kan de horizontale verplaatsing van de kolom in B worden gevonden met een “vergeet-mij-nietje”:

$$u_y(B) = -\frac{M_y l^2}{2EI_{yy}} = \frac{-31,375 \times 10^6 \times 4000^2}{2 \times 50,774 \times 10^{12}} = +4,94 \text{ mm} \approx 5 \text{ mm}$$

$$u_z(B) = 0$$