

ANTWOORDEN Toegepaste Mechanica deel 3

Module: Bezwijkanalyse

Hoofdstuk 2: Elastisch of plastisch rekenen – blok opgehangen aan draden

§ 2.6 antwoorden

2.1 $G = 96 \text{ kN}$

2.2 elastisch traject tot $u = 2,4 \text{ mm}$ en elasto-plastisch traject tot $u = 3,6 \text{ mm}$

- 2.3 a. $G = 60 \text{ kN}$
b. $G = 72 \text{ kN}$
c. traject tot $u = 1,2 \text{ mm}$ en elasto-plastisch traject tot $u = 2,4 \text{ mm}$

- 2.4 a. $G = 72 \text{ kN}$
b. $G = 96 \text{ kN}$
c. traject tot $u = 1,2 \text{ mm}$ en elasto-plastisch traject tot $u = 2,4 \text{ mm}$

2.5.1 $G = 47 \text{ kN}$

2.5.2 $G = 23,5 \text{ kN}$

2.5.3 $G = 47 \text{ kN}$

2.5.4 $G = 47 \text{ kN}$

2.6 $G = 30 \text{ kN}$

2.7 $G = 42 \text{ kN}$

- 2.8 a. $F_p = 49 \text{ kN}$
b. -
c. $F_p = 53 \text{ kN}$

2.9 a. $q_p = 9 \text{ kN}$

- 2.10 a. $q_p = 7,5 \text{ kN}$
b. elastisch traject tot $u = 3 \text{ mm}$ en elasto-plastisch traject tot $u = 6 \text{ mm}$

2.11.1 $G = 64 \text{ kN}$

2.11.2 $G = 128 \text{ kN}$

2.12 $F_p = 60 \text{ kN}$

2.13.1 $F = 50 \text{ kN}$

2.13.2 $F = 25 \text{ kN}$

Hoofdstuk 3: Elasto-plastisch gedrag van een op buiging belaste doorsnede

§ 3.4 antwoorden

- 3.1.1 a. halveringslijn door NC
b. $M_p = 750 \text{ kNm}$
- 3.1.2 a. 25 mm onder de bovenzijde van de doorsnede
b. $M_p = 12,4 \text{ kNm}$
- 3.2.1 a. $8t$ onder de bovenzijde van de doorsnede
b. $M_p = 320t^3 f_y$
- 3.2.2 a. $4t$ onder de bovenzijde van de doorsnede
b. $M_p = 186t^3 f_y$
- 3.3.1 b. $M_e = 378 \text{ kNm}$
c. $M_p = 405 \text{ kNm}$
d. $\alpha = 1,07$
- 3.3.2 b. $M_e = 432 \text{ kNm}$
c. $M_p = 486 \text{ kNm}$
d. $\alpha = 1,125$
- 3.4.1 a. 15 mm onder de bovenzijde van de doorsnede
b. $M_p = 4,86 \text{ kNm}$
c. $I_{zz} = 51,8 \times 10^4 \text{ mm}^4$
 $M_e = 2,70 \text{ kNm}$
 $\alpha = 1,8$
- 3.4.2 a. 10 mm onder de bovenzijde van de doorsnede
b. $M_p = 1,8 \text{ kNm}$
c. $I_{zz} = 7,31 \times 10^4 \text{ mm}^4$
 $M_e = 0,94 \text{ kNm}$
 $\alpha = 1,92$
- 3.5.1 a. halveringslijn door NC
b. $M_p = 42ta^2 f_y$
c. $M_e = 36ta^2 f_y$
 $\alpha = 1,167$
- 3.5.2 a. $4,5a$ onder de bovenzijde van de doorsnede
b. $M_p = 31,5ta^2 f_y$
c. $M_e = 18ta^2 f_y$
 $\alpha = 1,75$

3.6.1 a. op de grens lijf – flens

b. $M_p = 45,12 \text{ kNm}$

c. -

d. $M_e = 25,1 \text{ kNm}$

e. $\alpha = 1,8$

3.6.2 a.



LET OP : In het boek staat een onjuiste I_{zz} , de juiste is $I_{zz} = 3,20 \times 10^6 \text{ mm}^4$

De halveringslijn ligt op de grens lijf – flens

b. $M_p = 22,56 \text{ kNm}$

c. $I_{zz} = 3,20 \times 10^6 \text{ mm}^4$

d. $M_e = 12,53 \text{ kNm}$

e. $\alpha = 1,8$

3.6.3 a. op de grens lijf – bovenflens

b. $M_p = 846 \text{ kNm}$

c. -

d. $M_e = 695,6 \text{ kNm}$

e. $\alpha = 1,22$

Hoofdstuk 5: Bezwijkbelasting van een ligger – bovengrensbepaling

§ 5.4 antwoorden

- 5.1. a. $F_p = \frac{M_p}{\ell}$
b. plastisch scharnier in C
c. -
d. $A_v = B_v = \frac{1}{2} F_p$
- 5.2.1 a. $F_p = \frac{M_p}{\ell}$
b. plastisch scharnier in A en C
c. -
d. $A_v = 2F_p, B_v = F_p$
- 5.2.2 a. $F_p = \frac{6}{5} \frac{M_p}{\ell}$
b. plastisch scharnier in A, B en C
c. -
d. $A_v = 1\frac{2}{3} F_p, B_v = 1\frac{1}{3} F_p$
- 5.3.1 a. $F_p = \frac{M_p}{\ell}$
b. scharnier in A en C
c. -
d. $A_v = \frac{2}{3} F_p, B_v = \frac{1}{3} F_p$
- 5.3.2 a. $F_p = \frac{5}{3} \frac{M_p}{\ell}$
b. scharnier in A en C
c. -
d. $A_v = \frac{3}{5} F_p, B_v = \frac{2}{5} F_p$
- 5.4 a. $F_p = \frac{1}{2} \frac{M_p}{\ell}$
b. scharnier in A en C
c. -
d. $A_v = 2F_p, B_v = 4F_p$
- 5.5.1 a. $F_p = 3 \frac{M_p}{\ell}$
b. scharnier halverwege AB en in B
c. -
d. $A_v = \frac{1}{3} F_p, B_v = 1\frac{1}{3} F_p, C_v = \frac{1}{3} F_p$

- 5.5.2 a. $F_p = \frac{5}{2} \frac{M_p}{\ell}$
 b. scharnier halverwege BC en in B
 c. -
 d. $A_v = \frac{3}{10} F_p$, $B_v = 1\frac{9}{10} F_p$, $C_v = \frac{4}{5} F_p$
- 5.6 a. $F_p = 60$ kN
 b. scharnier in A, onder puntlast $2F$ en in punt B
 c. -
 d. $A_v = 40$ kN, $B_v = 123\frac{1}{3}$ kN, $C_v = 16\frac{2}{3}$ kN
- 5.7.1 a. $q_p = \frac{64}{9} \frac{M_p}{\ell^2} = 40$ kN/m
 b. scharnier ter plaatse van inklemmingen en op $x = \frac{5}{4} \ell$
 c. -
 d. $A_v = 40$ kN, $B_v = 120$ kN
- 5.8 $M_p \approx 600$ kNm

Hoofdstuk 6: Bezwijkbelasting van raamwerken – bovengrensbenadering

§ 6.3 antwoorden

- 6.6.1. a. 1:ABE, 2:ABC, 3:AEC, 4:BEC

NB: Voor AB en BE is het rotatiecentrum A. Dit betekent dat de hoek in B recht blijft. Voor een mechanisme blijkt een scharnier in B niet nodig. Volplastische scharnieren in A en E zijn voldoende voor een bezwijkmechanisme.

b. $F_{p1} = \frac{5M_p}{3l}, F_{p2} = \frac{3M_p}{l}, F_{p3} = \frac{5M_p}{3l}, F_{p4} = \frac{3M_p}{l}$

- c. Het maatgevende bezwijklast is $F_p = F_{p1} = \frac{5M_p}{3l}$, volpl. sch. in A en E

- 6.7.2. a. Tweevoudig statisch onbepaald

- b. 1:ABC, 2:ABD, 3:ACD

c. $F_{p1} = \frac{5M_p}{l}, F_{p2} = \frac{5M_p}{2l}, F_{p3} = \frac{4M_p}{l}$

- d. Mechanisme 2:ABD is maatgevend.

e. Oplegreacties: $A_V = \frac{1}{10}F_p, A_H = \frac{4}{5}F_p, D_V = \frac{1}{10}F_p, D_H = \frac{1}{5}F_p$

- 6.8.1. a. Eenvoudig statisch onbepaald

- b. 1:DC, 2:DB, 3:CB

c. $F_{p1} = \frac{2M_p}{l}, F_{p2} = \frac{2M_p}{l}, F_{p3} = \frac{4M_p}{l}$

- d. Mechanisme 1 en 2 zijn maatgevend. Zij treden dus gelijktijdig op.

e. Oplegreacties: $A_V = D_V = F_p, A_H = D_H = 0, D_M = M_p = \frac{1}{2}F_p l$

- 6.8.2. a. Eenvoudig statisch onbepaald

- b. 1:AB, 2:AC, 3:BC

c. $F_{p1} = \frac{5M_p}{3l}, F_{p2} = \frac{4M_p}{3l}, F_{p3} = \frac{3M_p}{l}$

- d. Mechanisme 2:AC is maatgevend

e. Oplegreacties: $A_V = \frac{5}{4}F_p, D_V = \frac{3}{4}F_p, A_H = B_H = 0, A_M = M_p = \frac{3}{4}F_p l$

- 6.9.1. a. Er zal zeker geen volplastisch scharnier optreden in knooppunt D, omdat punt E een verticale rol is, d.w.z. dat de dwarskracht in ED altijd nul is.

- b. 1:AB, 2:AC

c. Mechanisme 1:AB is maatgevend, met $F_p = F_{p1} = \frac{M_p}{l}$

d. Oplegreacties: $A_M = M_p = F_p l, A_V = F_p, A_H = B_H = \frac{1}{2}F_p$

- 6.9.2. a. Geen volplastisch scharnier in knooppunt D, zie 6.9.1.a.
 b. 1:AB, 2:AC, 3:BC
 c. $F_{p1} = \frac{3M_p}{l}$, $F_{p2} = \frac{2M_p}{l}$, $F_{p3} = \frac{3M_p}{l}$, mechanisme 2:AC is maatgevend.
 d. Oplegreacties: $A_M = 2M_p = F_p l$, $A_V = F_p$, $A_H = E_H = \frac{1}{2} F_p$
- 6.10.2. a. Eenvoudig statisch onbepaald
 b. 1:AB, 2:AC
 c. $F_{p1} = \frac{M_p}{l}$, $F_{p2} = \frac{M_p}{l}$
 d. De mechanismen treden gelijktijdig op, d.w.z. dat de volplastische scharnieren in B en C gelijktijdig ontstaan.
 e. Oplegreacties: $A_M = F_p l$, $A_V = 0$, $B_V = F_p$, $A_H = B_H = 0$
- 6.11.1. a. Tweevoudig statisch onbepaald
 b. 1: BCE, 2:BDE, 3:CDE
 c. $F_{p1} = \frac{9M_p}{2l}$, $F_{p2} = \frac{7M_p}{2l}$, $F_{p3} = \frac{5M_p}{l}$
 d. Mechanisme 2:BDE is maatgevend
 e. Oplegreacties: $E_M = M_p = \frac{2}{7} F_p l$, $E_V = \frac{4}{7} F_p$, $A_V = \frac{3}{7} F_p$, $A_H = E_H = \frac{1}{7} F_p$
- 6.11.2. a. Eenvoudig statisch onbepaald
 b. 1:BC, 2:BD, 3:CD
 c. $F_{p1} = \frac{7M_p}{2l}$, $F_{p2} = \frac{5M_p}{2l}$, $F_{p3} = \frac{2M_p}{l}$
 d. Mechanisme 3:CD is maatgevend
 e. Oplegreacties: $E_V = F_p$, $A_V = 0$, $A_H = E_H = \frac{1}{2} F_p$
- 6.12.1. a. Eenvoudig statisch onbepaald
 b. 1:BC, 2:BD, 3:CD
 c. $F_{p1} = \frac{5M_p}{4l}$, $F_{p2} = \frac{5M_p}{6l}$, $F_{p3} = \frac{2M_p}{l}$
 d. Mechanisme 2:BD is maatgevend
 e. Oplegreacties: $E_V = \frac{2}{5} F_p$, $A_V = \frac{3}{5} F_p$, $A_H = E_H = F_p$
- 6.13. a. 1:AB, 2:AC, 3:BC
 b. $\lambda_{p1} = \frac{4M_p}{100l} = 4$, $\lambda_{p2} = \frac{4M_p}{200l} = 2$, $\lambda_{p3} = \frac{4M_p}{100l} = 4$,
 mechanisme 2:AC is maatgevend
 c. Oplegreacties: $E_V = 10$ kN, $A_V = 50$ kN, $A_H = 40$ kN, $A_M = 200$ kNm
- 6.14.1. a. 1: ABCD, 2:ABED, 3:ACED, 4:BCED

- b. $F_{p1} = \frac{3M_p}{l}, F_{p2} = \frac{2M_p}{l}, F_{p3} = \frac{3M_p}{l}, F_{p4} = \frac{3M_p}{l}$
- c. Mechanisme 2:ABED is maatgevend
- 6.14.2. a. 1:ABCD, 2:ABED, 3:ACED, 4:BCED
- b. $F_{p1} = \frac{8M_p}{l}, F_{p2} = \frac{7M_p}{2l}, F_{p3} = \frac{4M_p}{l}, F_{p4} = \frac{4M_p}{l}$
- c. Mechanisme 2:ABED is maatgevend
- d. $A_M = D_M = M_p = \frac{2}{7}F_p l, D_V = \frac{4}{7}F_p, A_V = \frac{3}{7}F_p, A_H = E_H = \frac{1}{7}F_p$
- 6.15.2. a. 1:AEB, 2:AEC, 3:ABC
- b. $F_{p1} = \frac{4M_p}{l}, F_{p2} = \frac{7M_p}{2l}, F_{p3} = \frac{8M_p}{l}$
- c. Mechanisme 2:AEC is maatgevend
- d. Oplegreacties: $A_M = M_p = \frac{2}{7}F_p l, B_H = \frac{3}{7}F_p, A_H = \frac{4}{7}F_p, A_V = B_V = \frac{1}{7}F_p$
- 6.15.3. a. 1:BC, 2:BD, 3:CD
- b. $F_{p1} = \frac{5M_p}{l}, F_{p2} = \frac{2M_p}{l}, F_{p3} = \frac{5M_p}{2l}$
- c. Mechanisme 2:BD is maatgevend
- d. Oplegreacties: $B_H = A_H = \frac{1}{2}F_p, A_V = B_V = \frac{1}{4}F_p$
- 6.16.1. a. Tweevoudig statisch onbepaald. Mechanismen: 1:ABC, 2:ABD, 3:ACD
- b. $F_{p1} = \frac{5M_p}{l}, F_{p2} = \frac{4M_p}{l}, F_{p3} = \frac{6M_p}{l}$
- c. Mechanisme 2:ABC is maatgevend
- 6.16.2. a. Tweevoudig statisch onbepaald. Mechanismen: 1:BCE, 2:BDE, 3:CDE
- b. $F_{p1} = \frac{7M_p}{2l}, F_{p2} = \frac{4M_p}{l}, F_{p3} = \frac{6M_p}{l}$
- c. Mechanisme 1:BCE is maatgevend
- d. Oplegreacties: $E_M = M_p = \frac{2}{7}F_p l, E_H = A_H = \frac{4}{7}F_p, A_V = \frac{2}{7}F_p, E_V = \frac{5}{7}F_p$
- 6.18. a. $F_p = \frac{4\sqrt{2}M_p}{l}$
- b. In de hoekpunten geldt $M = M_p$
- c. De dwarskracht is overal $V = \frac{F_p}{2\sqrt{2}}$
- De normaalkracht is overal een drukkracht $N = \frac{-F_p}{2\sqrt{2}}$

- 6.19.4. a. Uitwendig statisch bepaald, inwendig drievoudig statisch onbepaald
 b. Vijf combinaties van vier uit vijf, t.w.:
 1: AFBC, 2:AFBD, 3:AFCD, 4:ABCD, 5:FBCD
 Mechanisme 1 en 2 komen op hetzelfde neer door het partiële mechanisme AFB, in mechanisme 5 kan F geen arbeid verrichten.
- c. $F_{p1,2} = \frac{4M_p}{l}$, $F_{p3} = \frac{3M_p}{l}$, $F_{p4} = \frac{4M_p}{l}$
 d. Mechanisme 3:AFCD is maatgevend
 f. Waarden: $V_{AF} = \frac{2}{3}F_p$, $V_{FB} = \frac{1}{3}F_p$, $V_{BC} = \frac{1}{6}F_p$, $V_{CD} = \frac{1}{3}F_p$, $V_{DA} = \frac{1}{3}F_p$
- 6.21.1. a. Tweevoudig statisch onbepaald
 b. 1:ABClings, 2:AClinksCboven
 Er moet een scharnier optreden in A, anders verricht F geen arbeid.
 Scharnier in Conder onmogelijk, want $4M_p$ is groter dan $2M_p + 1M_p$
- c. $F_{p1} = \frac{8M_p}{l}$, $F_{p2} = \frac{6M_p}{l}$
 d. Mechanisme 2:AClinksCboven is maatgevend
- 6.21.2. a. Tweevoudig statisch onbepaald
 b. 1:ABClings, 2:ABCrechtsonder, 3: AClinksCrechtsonder
 c. $F_{p1} = \frac{12M_p}{l}$, $F_{p2} : F$ verricht geen arbeid, $F_{p3} = \frac{10M_p}{l}$
 d. Mechanisme 3: AClinksCrechtsonder is maatgevend
- 6.22.1. a. Volplastische scharnieren in B en op een afstand x van A.
 Gezien de gedeeltelijke inklemming in B zal x kleiner zijn dan $\frac{1}{2} AB$.
 b. Schatting $x = 4,0 \text{ m} \rightarrow q_p = 20 \text{ kN/m}$
 Schatting $x = 3,5 \text{ m} \rightarrow q_p = 20,26 \text{ kN/m}$
 Schatting $x = 3,0 \text{ m} \rightarrow q_p = 21,11 \text{ kN/m}$
 d. De gevonden bezwijkbelasting is groter of gelijk aan de werkelijke bezwijkbelasting.
 e. Schuiven met het volplastische scharnier in de ligger AB. Nauwkeuriger controle leert dat $x=4,0 \text{ m}$ de juiste bezwijkbelasting levert.
 f. Een scharnier in C heeft geen invloed op de grootte van de bezwijkbelasting, omdat de constructie bezwijkt als een ligger op twee steunpunten.
- 6.22.2. a. Volplastische scharnieren direct links van B en op een afstand x van A.
 Gezien de gedeeltelijke inklemming bij B zal x kleiner zijn dan $\frac{1}{2} AB$.
 b. Schatting $x = 3,5 \text{ m} \rightarrow q_p = 8,9 \text{ kN/m}$
 Er treedt geen volplastisch scharnier op direct onder B of in C, want:
 $M_C = \frac{1}{2} M_{Bonder}$ en $M_{p,Bonder} + M_{Brechts} = 20 + 32$ is groter dan $M_{p,Blinks}$
- 6.23.1. a. Tweevoudig statisch onbepaald

- b. 1:ABC, 2:ABE, 3:ACE, 4:BCE
- c. 1: $F_1 - F_2 = 5 \frac{Mp}{l}$, 2: $F_1 = \frac{5Mp}{2l}$, 3: $F_1 + F_2 = \frac{4Mp}{l}$, 4: $F_2 = \frac{7Mp}{2l}$
- f. 2:ABE en 3:ACE treden tegelijk op bij $F_1 = \frac{5Mp}{2l}$ en $F_2 = \frac{3Mp}{2l}$
 3:ACE en 4:BCE treden tegelijk op bij $F_1 = \frac{1Mp}{2l}$ en $F_2 = \frac{7Mp}{2l}$
- g. Mechanisme 3:ACE is maatgevend met $F_1 = \frac{2Mp}{l}$ en $F_2 = \frac{2Mp}{l}$
- h. Oplegreacties: $A_M = M_p$, $A_H = \frac{3Mp}{2l}$, $A_V = E_V = \frac{Mp}{l}$, $E_H = \frac{1Mp}{2l}$
- 6.23.2. a. Tweevoudig statisch onbepaald
- b. 1:ABC, 2:ABD, 3:ACD, 4:BCD
- c. 1: $F_1 + F_2 = 7 \frac{Mp}{l}$
 2: $2F_1 - F_2 = \frac{8Mp}{l}$ of $-2F_1 + F_2 = \frac{8Mp}{l}$ als mechanisme naar rechts verplaatst
 3: $+F_1 - 2F_2 = \frac{7Mp}{l}$ of $-F_1 + 2F_2 = \frac{7Mp}{l}$ als mechanisme naar rechts verplaatst
 4: $F_2 = 4 \frac{Mp}{l}$
- f. 1:ABC en 2a:ABD treden tegelijk op bij $F_1 = \frac{5Mp}{l}$ en $F_2 = \frac{2Mp}{l}$
 1:ABC en 4:BCD treden tegelijk op bij $F_1 = \frac{3Mp}{l}$ en $F_2 = \frac{4Mp}{l}$
 3b:ACD en 4:BCD treden tegelijk op bij $F_1 = \frac{1Mp}{l}$ en $F_2 = \frac{4Mp}{l}$
- g. Mechanisme 1:ABC is maatgevend met $F_p = \frac{7Mp}{8l}$
- h. Oplegreacties: $A_M = M_p = \frac{8F_p}{7l}$, $A_H = \frac{32F_p}{7}$, $A_V = \frac{16F_p}{7}$, $E_H = \frac{3F_p}{7}$, $E_V = \frac{5F_p}{7}$