

# OP BUIGING BELASTE STAAFCONSTRUCTIES

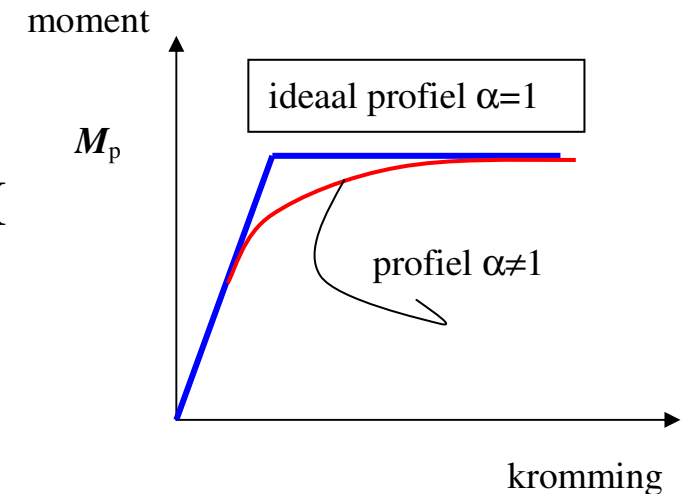
- ELASTICITEIT & PLASTICITEIT
  - VOLPLASTISCH MOMENT
  - VORMFACTOR
  - TOEPASSINGEN OP EENVOUDIGE DOORSNEDEN
- GEDRAG VAN DE DOORSNEDE
  - MOMENT-KROMMINGS RELATIE
  - PLASTISCHE ZONES
  - IDEAAL PLASTISCH SCHARNIER
- **CONSTRUCTIE GEDRAG (BEZWIJKANALYSE)**
  - **LIGGERS**
  - **RAAMWERKEN**

# REKENMODEL VOOR DE BEZWIJKANALYSE

- Alle plastische vervorming geconcentreerd in een doorsnede, het **plastisch scharnier**
- Bezwijken treedt op indien een **mechanisme** ontstaat, **bezwijkmechanisme**

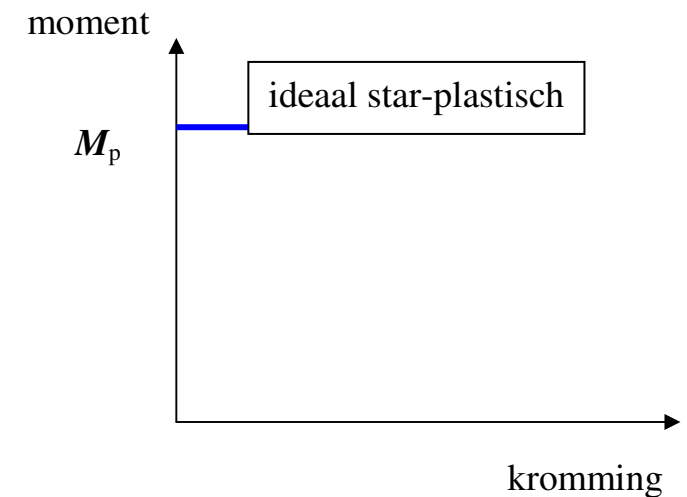
## AANPAK TOT NU TOE

- INCREMENTELE METHODE
  - Levert : LAST – ZAKKINGS DIAGRAM
- DIRECTE (EVENWICHTS) METHODE
  - Levert : BEZWIJKBELASTING



## NIEUWE AANPAK

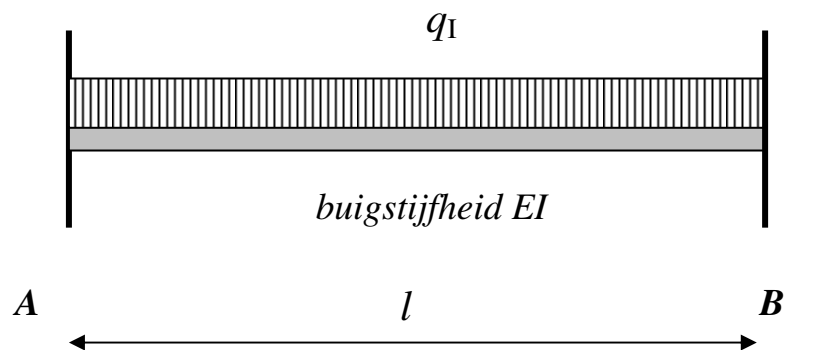
- EVENWICHTS-EIS VOOR HET  
MAATGEVENDE MECHANISME  
M.B.V. VIRTUELE ARBEID
  - Levert : BEZWIJKBELASTING



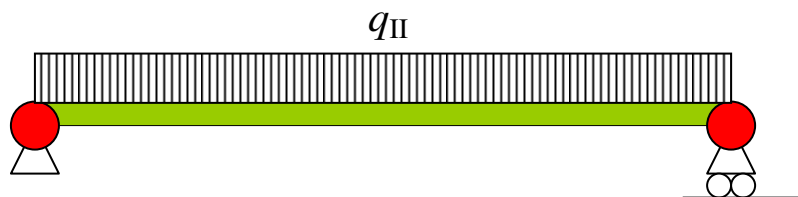
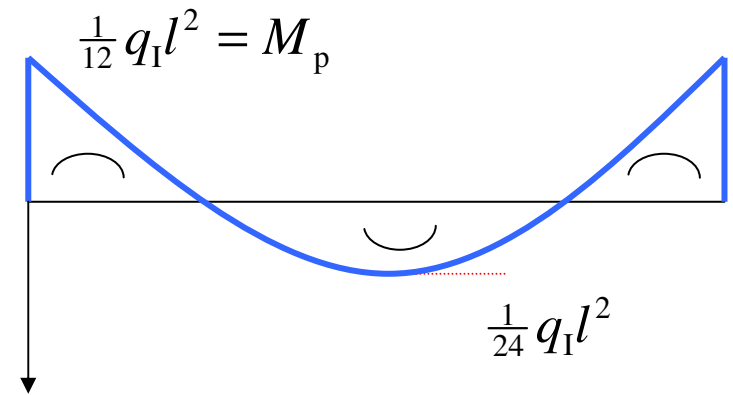
## INCREMENTELE METHODE

- Laat de belasting toenemen tot ergens in de constructie het plastisch moment wordt bereikt. Hier ontstaat het eerste scharnier
- Breng in het mechanica-model dit scharnier aan en laat de belasting weer toenemen totdat het volgende scharnier ontstaat.
- Herhaal stap 2 tot dat er een mechanisme is ontstaan, de hierbij optredende belasting is de bezwijklast en het optredende mechanisme is het bezwijkmechanisme

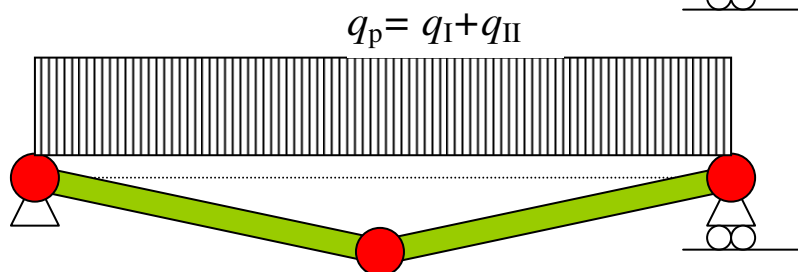
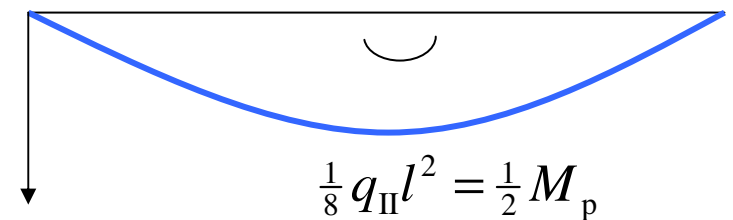
# VOORBEELD INCREMENTELE METHODE



Statisch onbepaald  $n = 2$



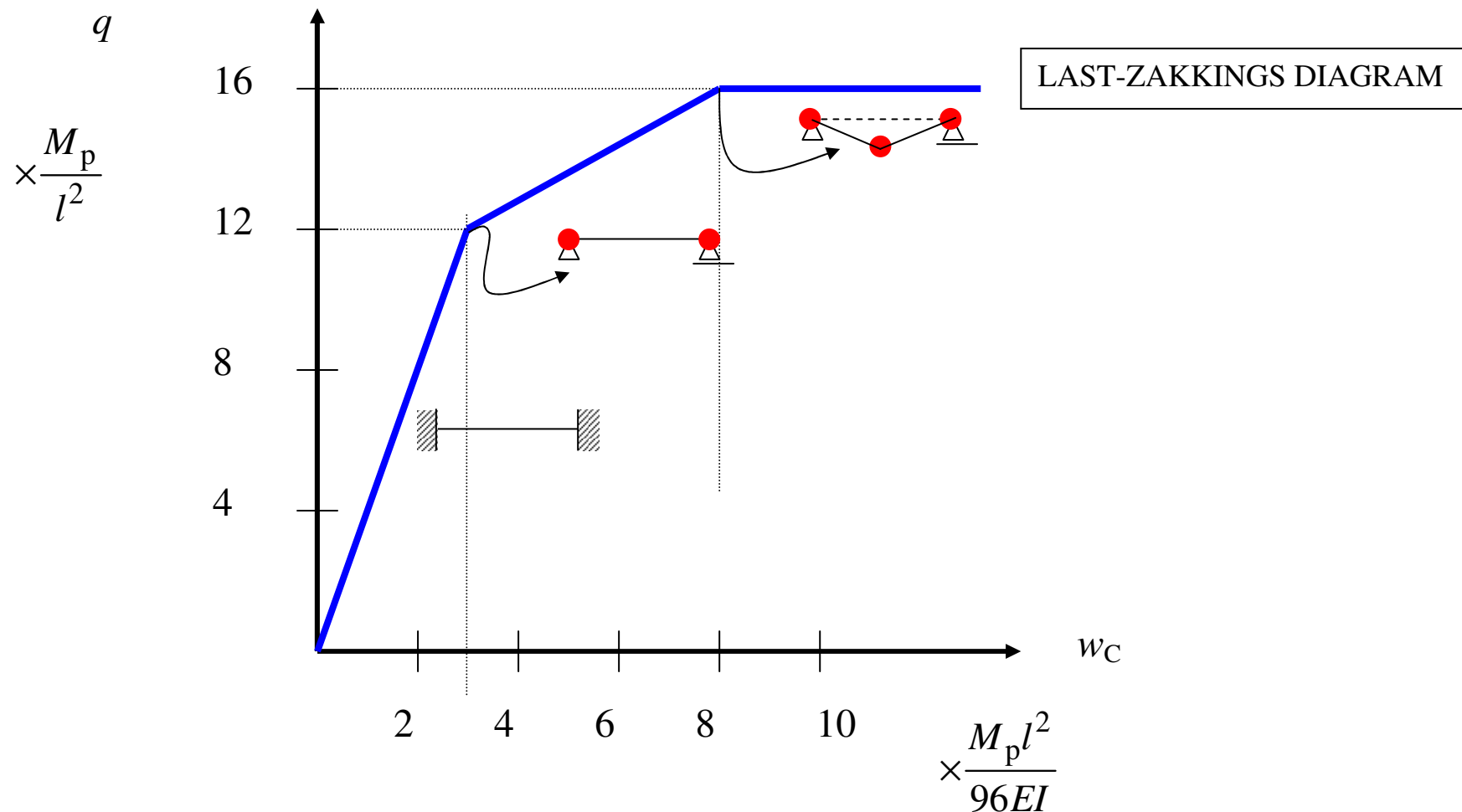
Statisch bepaald  
 $n = 0$



kinematisch onbepaald  
(mechanisme)  
 $n = -1$

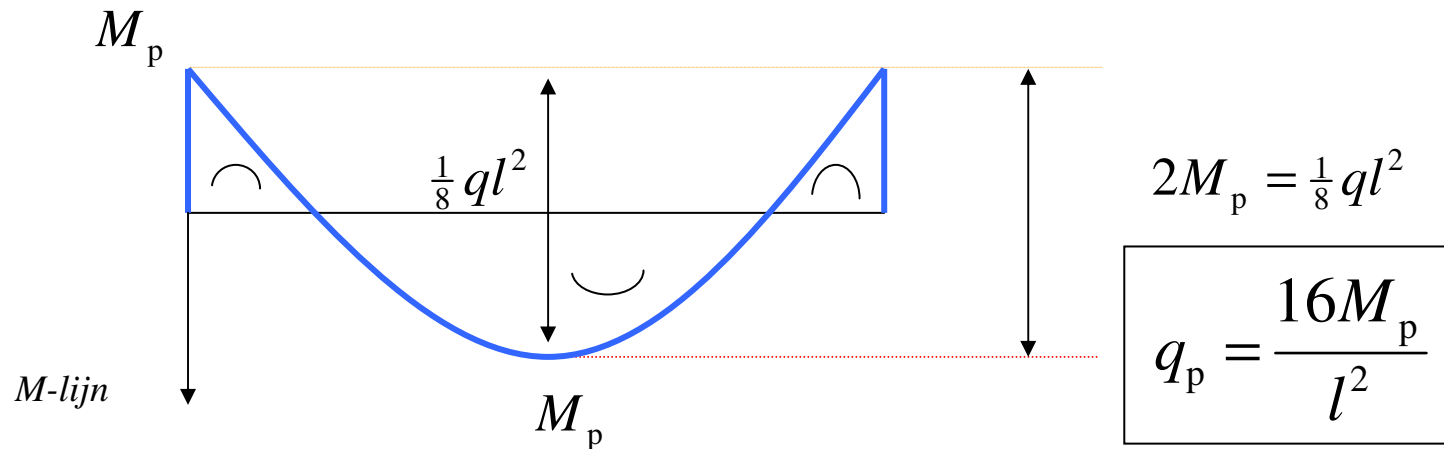
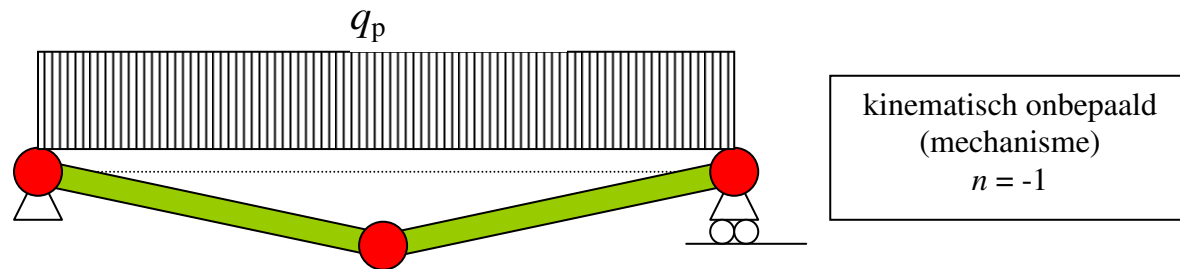
$$q_p = q_I + q_{II} = \frac{16M_p}{l^2}$$

# INCREMENTELE BEREKENING



# EVENWICHTSMETHODE (ondergrens, hfst 7)

## M-LIJN VOOR DE BEZWIJKTOESTAND



## NIEUWE AANPAK OP BASIS VAN HET BEZWIJKMECHANISME (bovengrens, hfst 6)

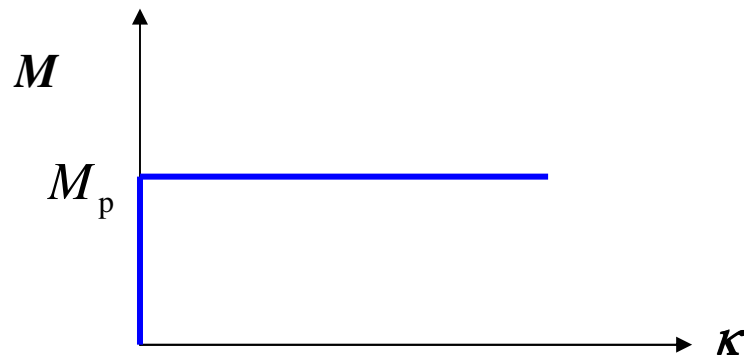
1. Bepaal het max benodigd aantal scharnieren opdat een mechanisme ontstaat
2. Bepaal het aantal plaatsen waar *mogelijk* een *scharnier* kan ontstaan
3. Bepaal op basis hiervan het *aantal* mogelijke *bezwijkmechanismen*
4. Bepaal van **ieder mechanisme** de *bezwijkbelasting* met behulp van het beginsel van *virtuele arbeid*

## WAT IS DE OPLOSSING ? (bovengrens bezwijklast)

- Van alle denkbare mechanismen zal dat mechanisme optreden dat door de kleinst mogelijke belasting wordt veroorzaakt.
- De werkelijke bezwijklast zal altijd kleiner of gelijk zijn aan deze gevonden bezwijklast, dus nooit groter !  
(bovengrens-theorema van Prager)
- Nergens in de constructie mag het moment groter zijn dan het volplastisch moment. Als dit wel het geval is dan is het beschouwde mechanisme **niet HET** bezwijkmechanisme !

## UITGANGSPUNTEN

- KIJK NAAR DE EINDSITUATIE BIJ BEZWIJKEN
- GEEN INFORMATIE OVER DE VERVORMING
- IDEAAL STAR-PLASTISCH MATERIAALGEDRAG

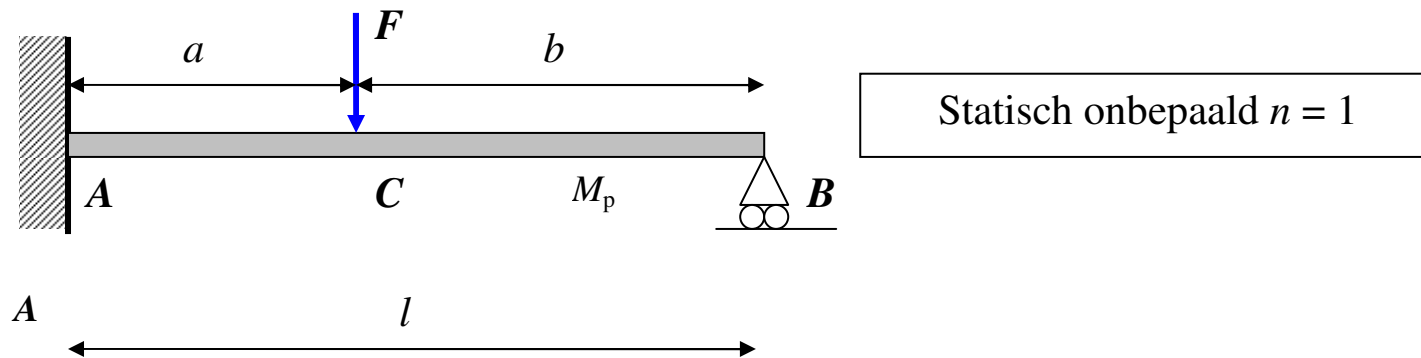


**GEEN EXTRA DRAAGVERMOGEN  
DOOR DE INVLOED VAN DE  
VORMFACTOR !!**

$$\alpha = 1$$

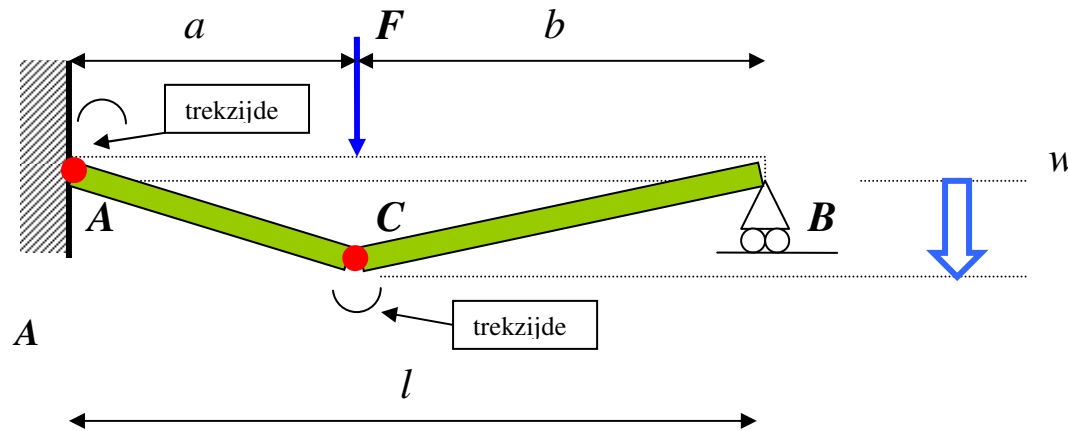
- ALLE PLASTISCHE VERVORMING GECONCENTREERD IN DE DOORSNEDE, HET **PLASTISCH SCHARNIER**

## VOORBEELD



- Aantal benodigde scharnieren voor het verkrijgen van een mechanisme : 2      ( $1 - 2 = -1 = \text{mechanisme}$ )
- Aantal mogelijke plaatsen waar een scharnier kan ontstaan : **A** en **C**
- Aantal mogelijke mechanismen : 1

# MECHANISME



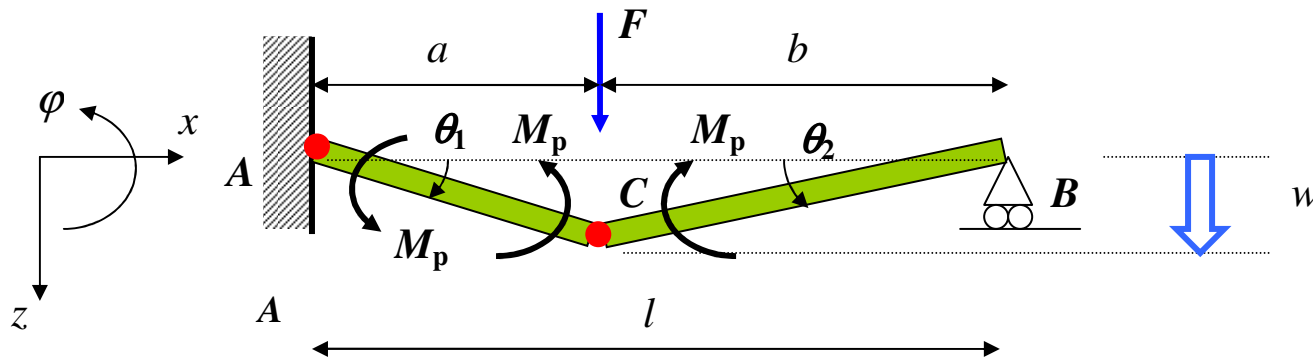
mechanisme  $n = -1$

**LET OP BIJ DE PLASTISCHE  
SCHARNIEREN AAN WELKE  
KANT DE TREK OPTREEDT  
I.V.M. DE RICHTING VAN HET  
VOLPLASTISCH MOMENT**

## Virtuele Arbeid:

Evenwicht van een star lichaam als bij alle kinematisch mogelijke virtuele verplaatsingen de totale verrichte arbeid nul is. (CTB1110 en CTB2210 !)

# VIRTUELE ARBEID



mechanisme  $n = -1$

$$\delta A = -M_p \delta \theta_1 - M_p \delta \theta_1 - M_p \delta \theta_2 + F \times \delta w = 0$$

$$\delta A = -2M_p \frac{\delta w}{a} - M_p \frac{\delta w}{b} + F \delta w = 0$$

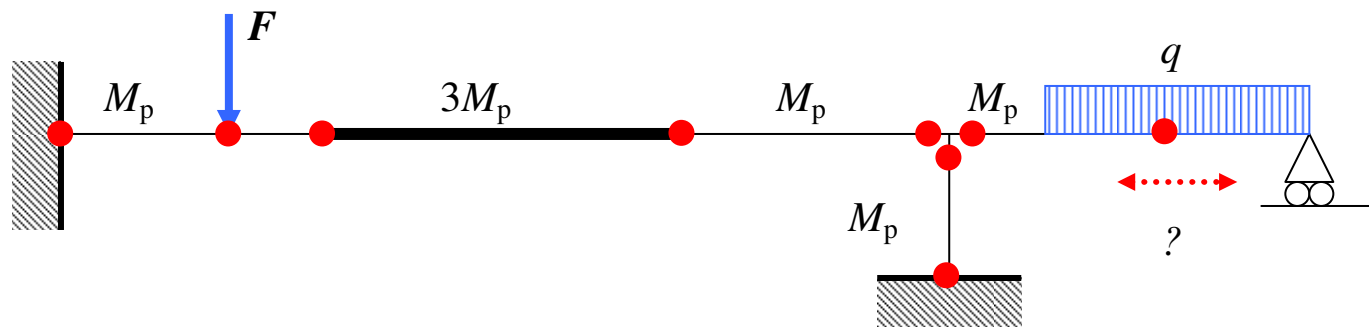
$$F_p = M_p \left( \frac{2}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\theta_1 = \frac{w}{a}$$

$$\theta_2 = \frac{w}{b}$$

# MOGELIJKE POSITIES VOOR PLASTISCHE SCHARNIEREN

- Staafenden
- Bij opleggingen (indien een inklemming)
- Onder puntlasten en verdeelde belastingen
- Waar  $M_p$  van grootte verandert (materiaalovergang)

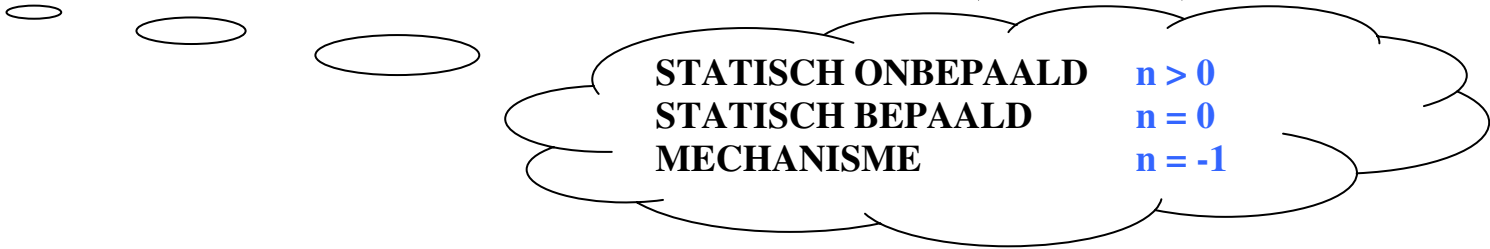


Voorbeeld : 9 mogelijke posities ( **p** = 9 )  
 max  $4+1 = 5$  scharnieren ( **s** = 5 )

aantal mogelijke  
mechanismen?

## MOGELIJKE BEZWIJKMECHANISMEN

- BEPAAL DE GRAAD VAN STATISCH-ONBEPAALDHEID ( $n$ )
- BEPAAL HET MAXIMAAL AANTAL SCHARNIEREN DAT NODIG IS OM EEN MECHANISME TE KRIJGEN ( $s = n+1$ )



STATISCH ONBEPAALD  $n > 0$   
STATISCH BEPAALD  $n = 0$   
MECHANISME  $n = -1$

- BEPAAL HET AANTAL PLAATSEN  $p$  WAAR SCHARNIEREN KUNNEN ONTSTAAN
- BEPAAL HET MAXIMAAL AANTAL COMBINATIES

**HOEVEEL COMBINATIES MOETEN ER  
ONDERZOCHT WORDEN ?**

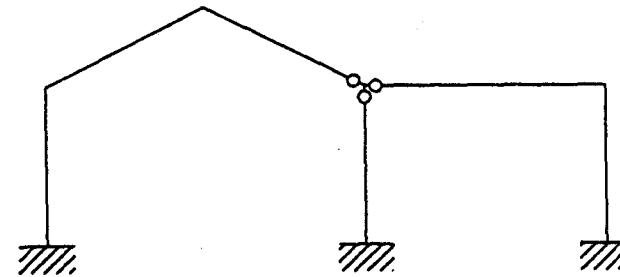
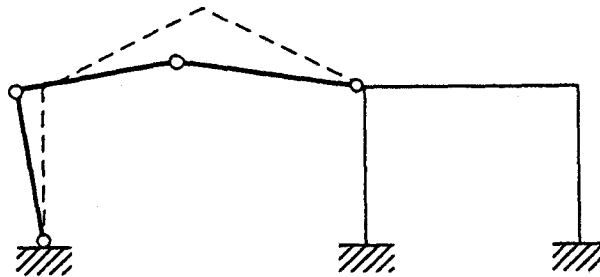
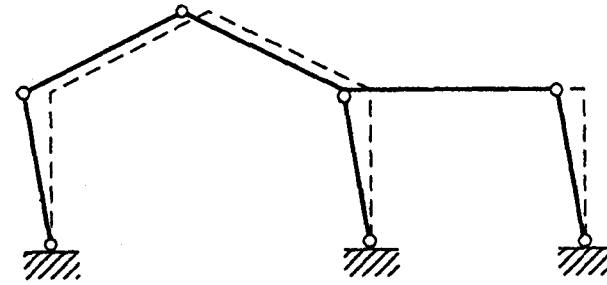
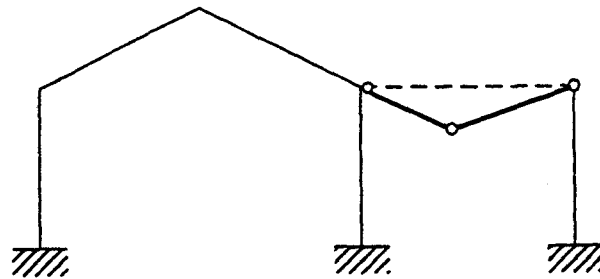
# PERMUTATIES EN **COMBINATIES**

(KANSBEREKENING)

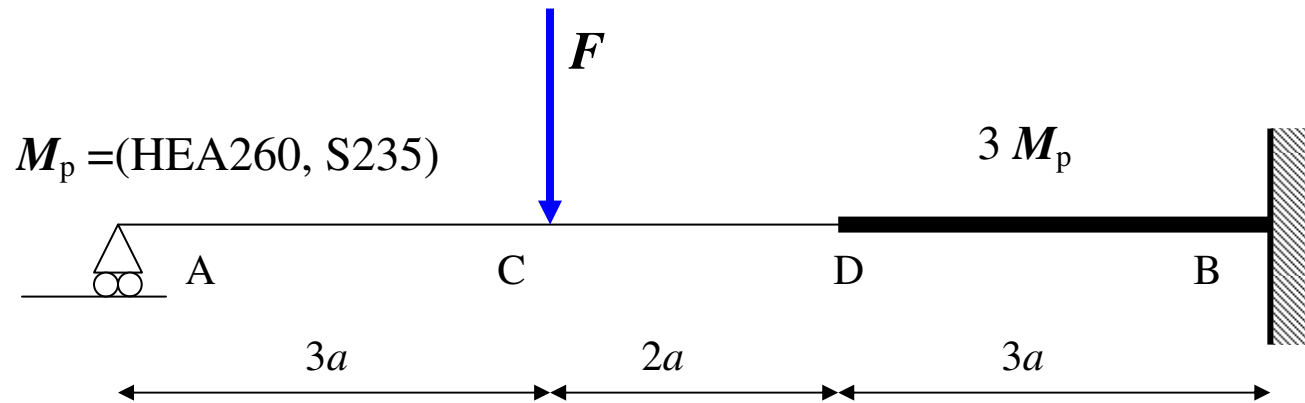
**HET AANTAL MANIEREN WAAROP EEN COMBINATIE  
VAN **p** UIT **s** VERSCHILLENDE ELEMENTEN ( $s \leq p$ )  
GERANGSCHIKT KAN WORDEN:**

$$C = \binom{p}{s} = \frac{p!}{(p-s)!s!}$$

**“ $p$  over  $s$ ”**



## VOORBEELD



HOE GROOT IS DE BEZWIJKLAST  $F_p$  ?

Gegeven :

$$a = 1,0 \text{ m}$$

$$M_p = W_p \times f_y = 919,8 \times 10^3 \times 235 \times 10^{-6} = 216 \text{ kNm}$$

Tabellenboek, b.v. Staalprofielen uit de serie (Over) Spannend Staal

## AANPAK

- Bepaal het benodigd aantal scharnieren **s** voor een mechanisme
- Bepaal het aantal plaatsen **p** voor *mogelijke scharnieren*
- Bepaal *aantal* mogelijke *bezwijkmechanismen*  $C = \binom{p}{s} = \frac{p!}{(p-s)!s!}$
- Bepaal van ieder mechanisme de *bezwijkbelasting* met behulp van het beginsel van *virtuele arbeid*
- Het mechanisme met de *kleinste bezwijkbelasting* is maatgevend

**EIS :** Nergens in de constructie mag het moment groter zijn dan het volplastisch moment