

ANTWOORDEN

OPGAVE 1 : Arbeid en energie

- a) zie dictaat
b) Constructie 1:

De vrijheidsgraden van het belaste punt zijn een horizontale verplaatsing u en een verticale verplaatsing w . De lengteverandering van iedere veer kan worden uitgedrukt in deze twee vrijheidsgraden.

$$\Delta l_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}u - \frac{1}{2}\sqrt{2}w$$

$$\Delta l_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2}u + \frac{1}{2}\sqrt{2}w$$

$$\Delta l_3 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}u - \frac{1}{2}\sqrt{2}w$$

De vormveranderingsenergie is hiermee:

$$E_v = \frac{1}{2}k [\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2 + \Delta l_3^2]$$

$$E_v = \frac{1}{2}k [(a-b)^2 + (a+b)^2 + (-a-b)^2] \quad \text{met: } a = \frac{1}{2}\sqrt{2}u; \quad b = \frac{1}{2}\sqrt{2}w$$

$$E_v = \frac{1}{2}k [3a^2 + 2ab + 3b^2] = \frac{1}{2}k [1,5u^2 + uw + 1,5w^2]$$

Met behulp van Castigliano zijn er twee eisen te formuleren:

$$\frac{\partial E_v}{\partial u} = F_x = 0; \quad \frac{\partial E_v}{\partial w} = F_z = F$$

Hieruit volgt:

$$(1): \quad 3u + w = 0 \quad \Leftrightarrow \quad w = -3u$$

$$(2): \quad \frac{1}{2}k[u + 3w] = F \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}k(-8u) = F \quad \Rightarrow \quad u = \frac{-F}{4k} \quad \Rightarrow \quad w = \frac{3F}{4k}$$

De effectieve veerstijfheid wordt zodoende:

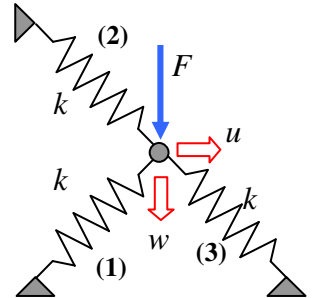
$$k_{eff} = \frac{F}{w} = \frac{F}{\frac{3}{4}\frac{F}{k}} = \frac{4}{3}k = 4000 \quad \text{kN/m}$$

Constructie 2:

Deze constructie heeft enkel een verticale vrijheidsgraad w , de u is immers nul. Er is nu slechts één vergelijking nodig, $\frac{dE_v}{dw} = F_z = F$:

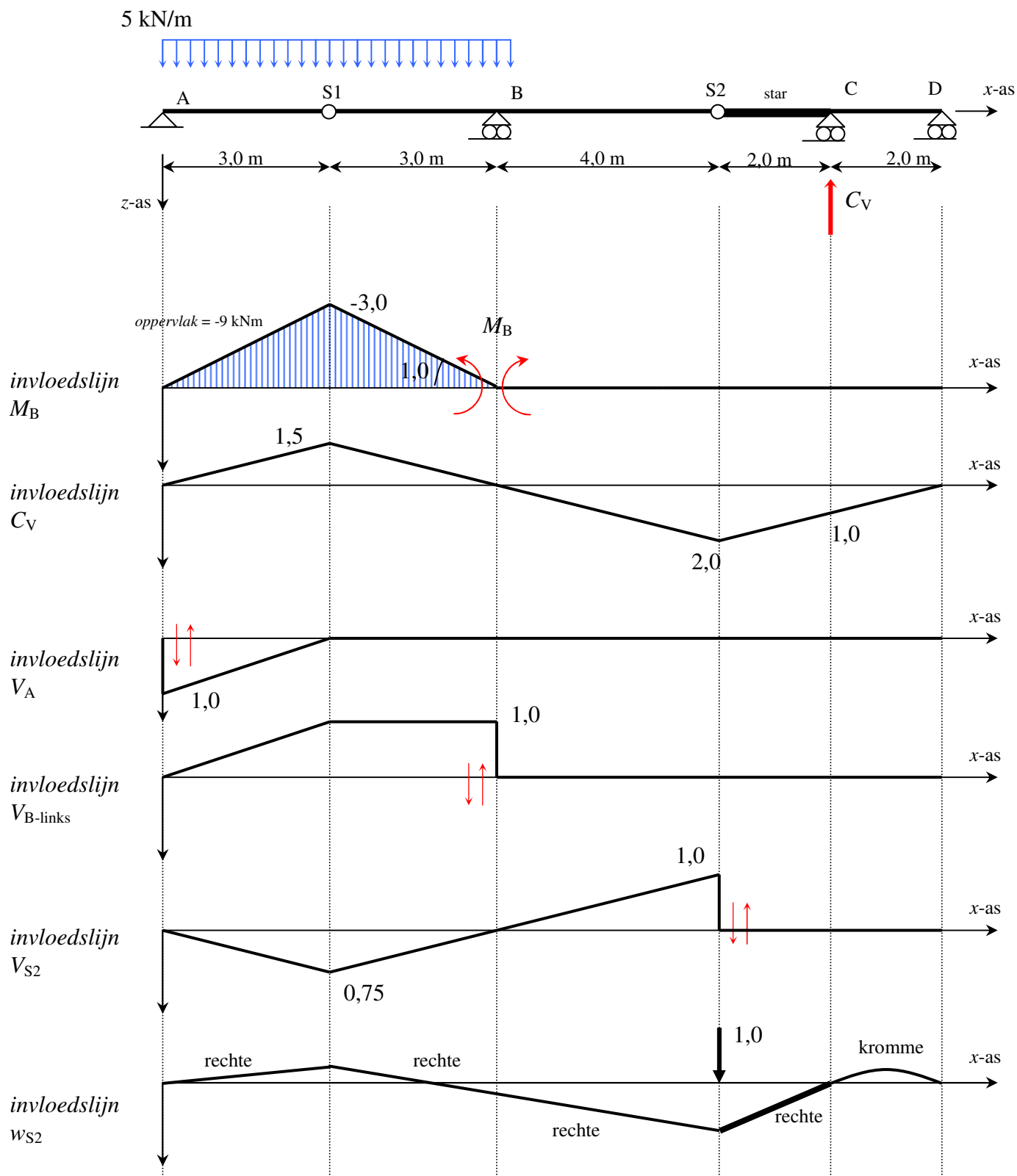
$$\Delta l_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}w; \quad \Delta l_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2}w; \quad \Delta l_3 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}w; \quad E_v = \frac{1}{2}k \times (\frac{1}{2}w^2 + \frac{1}{2}w^2 + \frac{1}{2}w^2)$$

$$E_v = \frac{3}{4}kw^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_v}{dw} = F \quad \Rightarrow \quad F = \frac{3}{2}kw \quad \Rightarrow \quad k_{eff} = \frac{3}{2}k = 4500 \quad \text{kN/m}$$



OPGAVE 2 : Invloedslijnen

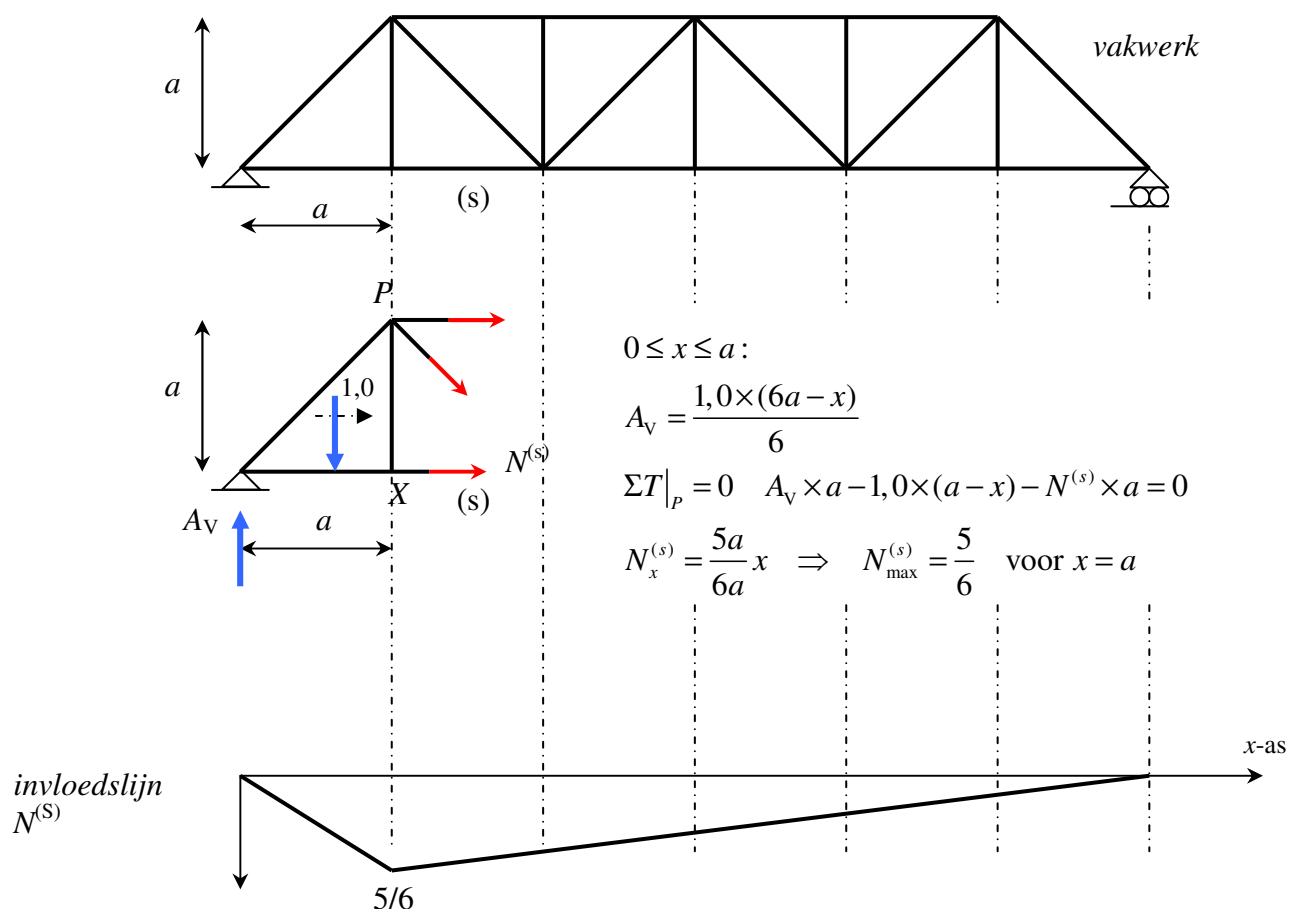
a) Hieronder zijn de gevraagde invloedslijnen a) t/m f) weergegeven.



g) De gelijkmatige belasting moet staan op het deel AB waarmee het maximale moment in A gelijk wordt aan : $M_A = \frac{1}{2} \times (-3,0) \times 6,0 \times 5,0 = -45,0 \text{ kNm}$.

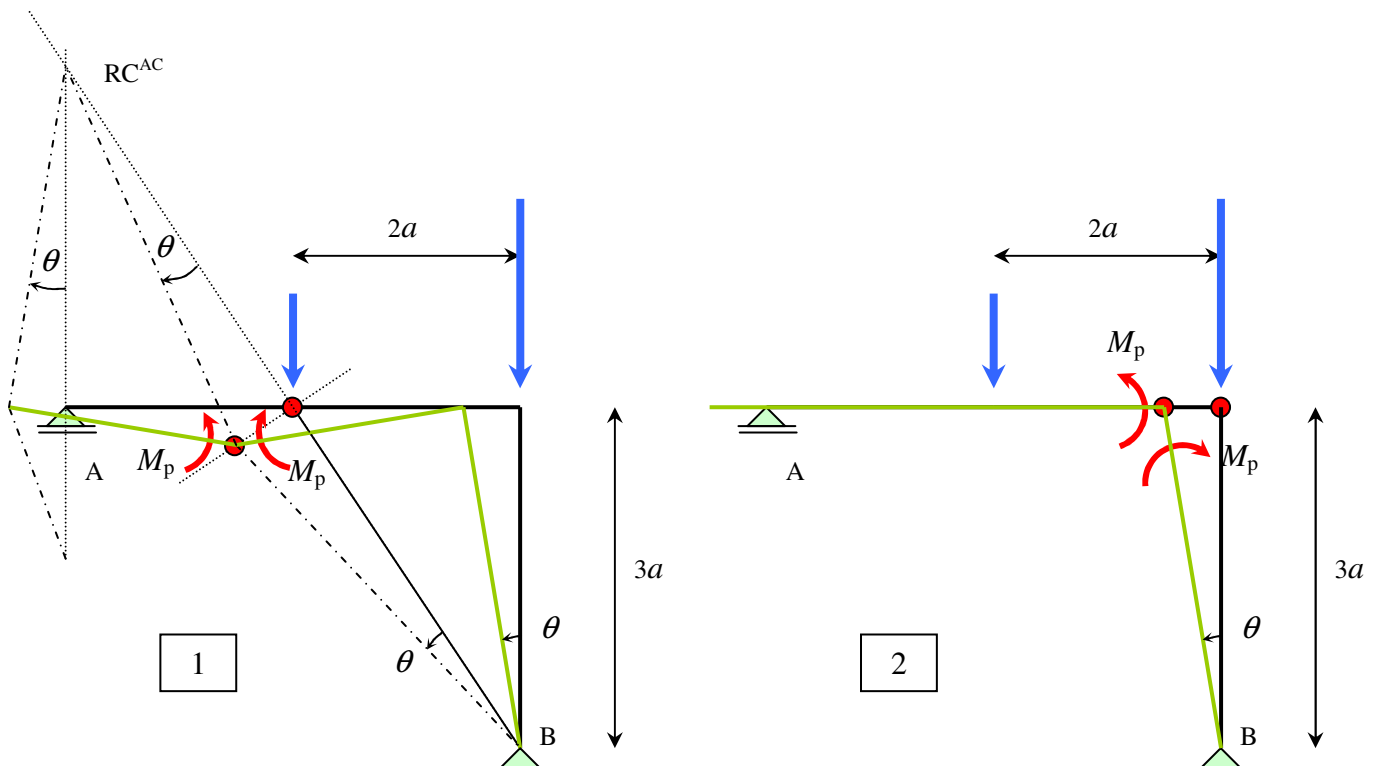
Opmerkingen

- Alle invloedslijnen voor krachtsgrootheden bij statisch bepaalde constructies zijn per definitie rechte lijnen. Fouten hierin worden zwaar aangerekend!
- h) De invloedslijn voor staaf (s) uit het onderstaande vakwerk kan eenvoudig worden gehaald uit het maatgevende moment in het veld van staaf (s). Dit maatgevende moment ontstaat als de eenheidslast in punt X staat. De staafkracht in (s) is dan gelijk aan het maximale liggermoment t.p.v. X gedeeld door de constructiehoogte van het vakwerk. De invloedslijn voor de normaalkracht in staaf (s) is daarmee gelijkvormig aan de invloedslijn voor het moment in X als het vakwerk als een ligger zou worden beschouwd. Uiteraard mag e.e.a. ook op basis van het evenwicht worden afgeleid m.b.v. de kennis uit CT1031:



OPGAVE 3 : Plasticiteitsleer

De constructie is statisch bepaald waardoor er maximaal 1 scharnieren nodig is om een mechanisme te creëren. Dit scharnier kan op 2 plaatsen ontstaan waarmee er 2 combinaties mogelijk zijn. De beide mechanismen zijn hieronder geschetst.



Ieder mechanisme moet netjes worden uitgewerkt.

1. Daarbij moet eenduidig worden aangegeven hoeveel iedere staaf in verhouding tot de andere staven verdraait en
2. de juiste richting van de plastische momenten worden aangegeven
3. en een correcte virtuele arbeidsvergelijking worden opgesteld.

Als de kinematica van het mechanisme onjuist is valt dit mechanisme buiten de beoordeling, kortom dit is een essentieel leerdoel.

Mechanisme 1: De virtuele arbeidsvergelijking die bij dit mechanisme hoort is:

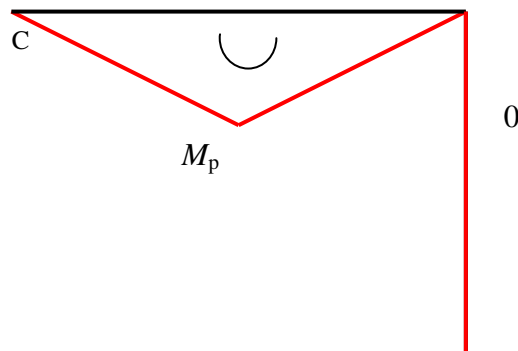
$$\delta A = -M_p \times \delta\theta - M_p \times \delta\theta + F_p \times 2a \times \delta\theta = 0$$

$$F_p = \frac{M_p}{a}$$

Mechanisme 2: De aangeven belasting zal geen virtuele arbeid leveren, de bezwijklast is oneindig.

Mechanisme 1 is het maatgevende mechanisme. Volgens de eenduidigheidsstelling van Prager mag nergens in de constructie de sterkte overschreden worden. Dit kan worden gecontroleerd door de momentenlijn te tekenen voor mechanisme 1.

Ga zelf na dat de onderstaande M -lijn de gevraagde momentenlijn is voor mechanisme 1.



De momentenlijn laat zien dat nergens in de constructie de sterkte wordt overschreden. Er wordt voldaan aan het eenduidigheids criterium van Prager.

De *sterkte* van alleen liggerdeel BD vergroten heeft geen invloed op de bezwijklast. Juist ACD zal *sterker* moeten worden gemaakt om een hogere bezwijklast te verkrijgen.

Uiteraard is wel de *stijfheid* van BD van belang i.v.m. de kniklast t.g.v. de normaalkracht die in deze stijl zal optreden.

OPGAVE 4 : Niet-symmetrische doorsnede

- a) zie theorie.
 b) Zie theorie.
 c) Ten opzichte van de linker bovenhoek ligt het NC naar rechts en omlaag verschoven met:

$$\Delta y_{NC} = \frac{E_1 A_1 \times 500 + E_2 A_2 \times 300 + E_2 A_2 \times 1700}{E_1 A_1 + 2E_2 A_2} = 755,76 \text{ mm}$$

$$\Delta z_{NC} = \frac{E_1 A_1 \times 200 + 2E_2 A_2 \times 1300}{E_1 A_1 + 2E_2 A_2} = 762,68 \text{ mm}$$

$$\text{met: } A_1 = 1000 \times 400; \quad A_2 = \pi \times 100^2;$$

De doorsnede grootheden worden hiermee:

$$\begin{aligned} EI_{yy} &= E_1 \left[\frac{1}{12} \times 400 \times 1000^3 + A_1 \times (755,76 - 500)^2 \right] + \\ &\quad E_2 \left[2 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 100^4 + A_2 \times (755,76 - 300)^2 + A_2 \times (755,76 - 1700)^2 \right] \\ &= 8723,52 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EI_{zz} &= E_1 \left[\frac{1}{12} \times 1000 \times 400^3 + A_1 \times (762,68 - 200)^2 \right] + \\ &\quad E_2 \left[2 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 100^4 + 2 \times A_2 \times (762,68 - 1300)^2 \right] \\ &= 7618,79 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EI_{yz} &= E_1 \left[A_1 \times (755,76 - 500) \times (-762,68 + 200) \right] + \\ &\quad E_2 \left[A_2 \times (755,76 - 300) \times (-762,68 + 1300) \right] + \\ &\quad E_2 \left[A_2 \times (755,76 - 1700) \times (-762,68 + 1300) \right] = \\ &= -3376,08 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

Let op het teken, de min voor de EI_{yz} is voorspelbaar.

