

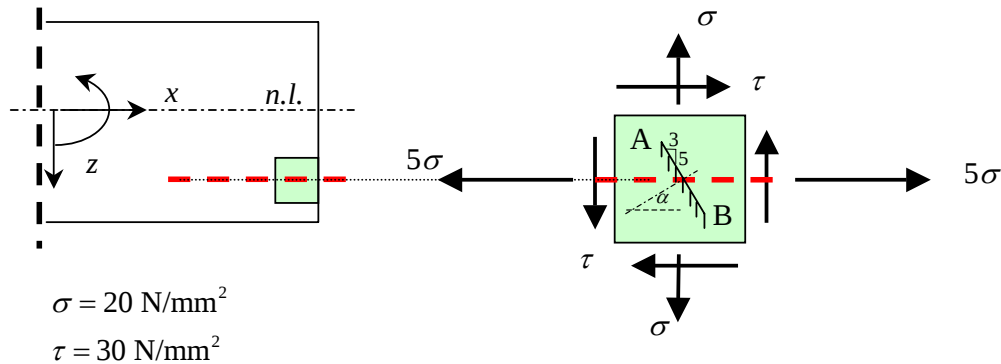
Tentamen CT3109

CONSTRUCTIEMECHANICA 45 juli 2006,
09:00 – 12:00 uurGA NA AFLOOP VOOR DE GEZELLIGHEID
EN DE UITWERKING LANGS BIJ PS.

- Dit tentamen bestaat uit 4 **opgaven**.
- Werk elke opgave uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van mobiele telefoons tijdens het tentamen is niet toegestaan, dus uitzetten en van tafel verwijderen !
- Maak gebruik van de meegeleverde formulebladen
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk

OPGAVE 1 : Spanningen en bezwijkmodellen**(ca 45 min)**

Van een punt van de doorsnede in een constructie is de maatgevende spanningscombinatie voor de normaalspanningen en schuifspanning gegeven. Het in de figuur weergegeven assenstelsel wordt consistent aangehouden (ook voor rotaties).



Van het materiaal is gegeven dat de vloeispanning gelijk is aan 110 N/mm^2 .

- Wat voor een spanningstoestand is dit ?
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen
- Hoe groot zijn de spanningen op een vlakje AB waarvan de normaal een hoek maakt van $\tan \alpha = \frac{3}{5}$ met de x-as en geef de richting van deze spanningen weer op het vlakje zoals ze in werkelijkheid werken. (Zie hiervoor ook de bovenstaande figuur)
- Voor liggers wordt vaak gebruik gemaakt van de formule van Huber-Hencky

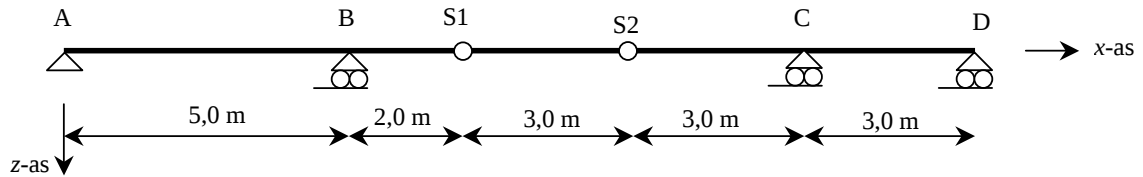
$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_y$$

voor het controleren van de normaal en schuifspanningsverdeling. Wat is de achtergrond van deze formule ?

- Indien deze formule toepasbaar is, toets dan deze spanningstoestand. Als deze formule niet toepasbaar is geef dan aan hoe de spanningstoestand kan worden getoetst en voer deze toets uit.

OPGAVE 2 : Invloedslijnen**(ca 45 min)****Deel 1 :**

Hieronder is een statisch bepaalde constructie gegeven. De Gerber-ligger heeft twee scharnieren S1 en S2.



Figuur 1 : Statisch bepaalde constructie

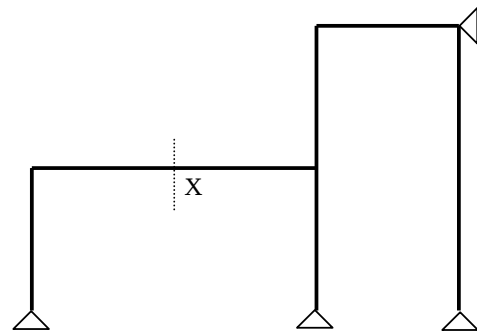
Vragen deel 1:**(ca 30 min)**

- Construeer de invloedslijn voor het moment in B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct rechts van B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct links van scharnier S1.
- Schets de invloedslijn voor de zakking van scharnier S2.
- Waar moet de gelijkmatig verdeelde belasting q worden geplaatst opdat het steunpuntsmoment maximaal is ?

Let op : Construeren houdt in dat de invloedslijn ook kwantitatief moet worden bepaald, schetsen houdt in dat de invloedslijn kwalitatief moet worden bepaald waarbij duidelijk moet worden aangegeven of lijnen recht of gekromd zijn.

Deel 2 :

De hiernaast weergegeven constructie is statisch onbepaald.



Figuur 2 : Statisch onbepaalde constructie

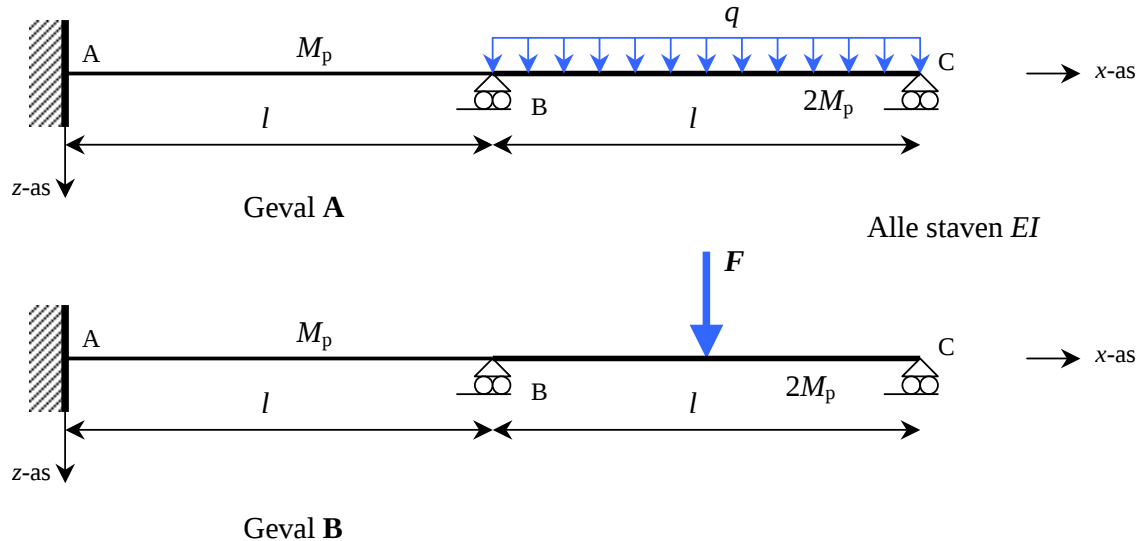
Vragen deel 2:**(ca 15 min)**

- Schets de invloedslijn voor het veldmoment in X.
- Schets de invloedslijn voor de verticale verplaatsing in X.

OPGAVE 3 : Plasticiteit en bezwijkanalyse**(ca 45 min)**

Hieronder zijn twee doorgaande liggers getekend. In geval A is er sprake van een gelijkmatigverdeelde belasting q op deel BC, in geval B is sprake van een puntlast F halverwege de overspanning BC.

Voor beide gevallen geldt dat liggedeel AB een sterkte heeft van M_p en deel BC een sterkte heeft van $2M_p$. Voor elastische berekeningen mag in dit geval worden aangenomen dat liggedeel AB dezelfde buigstijfheid EI heeft als liggedeel BC.

**Vragen :**

- a) Toon aan dat voor **geval A** de conditie waarbij voor het eerst in de constructie een plastisch scharnier ontstaat kan worden weergegeven met:

$$q = \frac{14M_p}{l^2}$$

LET OP : maak gebruik van de *vergeet-mij-nietjes* op het formuleblad

Waar ontstaat dit scharnier ?

- b) Bepaal de bezwijklast voor **geval A**, uitgedrukt in M_p en l .
 c) Bepaal de bezwijklast voor **geval B**, uitgedrukt in M_p en l .

OPGAVE 4**(ca 45 min)**

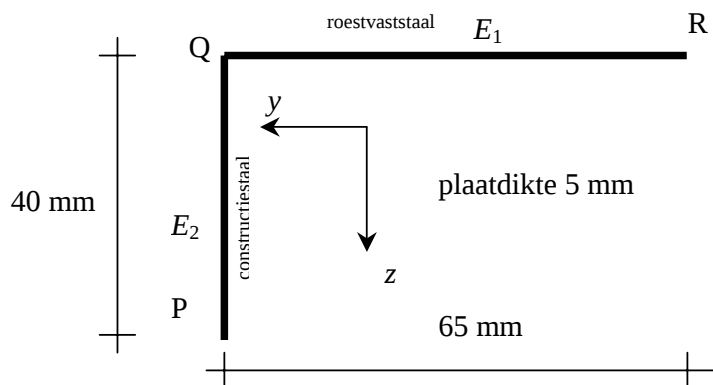
Van een staaf in een belaste constructie is gegeven dat de flens van roestvaststaal is gemaakt en het lijf van constructiestaal is gemaakt. De beide, aan elkaar gelaste, plaatdelen, met een dikte van 5 mm, vormen een **dunwandig profiel**. De afmetingen zijn hieronder weergegeven.

In een maatgevende doorsnede is de krachtsverdeling bekend:

$$N = 40 \text{ kN}$$

$$V_z = 1 \text{ kN} \quad (\text{de dwarskracht grijpt aan in het dwarskrachtencentrum})$$

$$M_z = 1,0 \text{ kNm}$$



De elasticiteitsmoduli van de beide materialen zijn:

$$E_1 = 110 \text{ GPa}; E_2 = 210 \text{ GPa};$$

Vragen:

- Toon aan dat het normaalkrachtencentrum van deze *inhomogene dunwandige* doorsnede 14,9 mm rechts en 10,8 mm onder Q ligt.
- Toon aan dat de vervorming van de doorsnede kan worden beschreven met :

$$\varepsilon = 51,45 \times 10^{-5}; \quad \kappa_y = -4,45 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1} \quad \kappa_z = 11,70 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

- Bepaal voor deze doorsnede de verdeling van de normaalspanningen en teken deze zoals ze op de doorsnede werken.
- Geef aan waar de schuifspanning in de bovenflens maximaal is.
- Bepaal de maximale waarde van deze schuifspanning.

FORMULEBLAD

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en:} \quad \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EI_{yy}EI_{zz} - EI_{yz}^2} \begin{bmatrix} EI_{zz} & -EI_{yz} \\ -EI_{yz} & EI_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y ES_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z ES_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of:} \quad s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

Hoofdwaarden voor een 2^e orde tensor:

$$k_{1,2} = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})\right]^2 + k_{xy}^2}$$

Spanning-rek relaties :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \end{cases} \quad \text{met} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Rekken:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

Tresca:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \leq 2c$$

$$|\sigma_2 - \sigma_3| \leq 2c$$

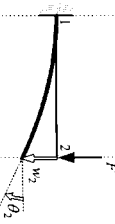
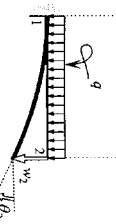
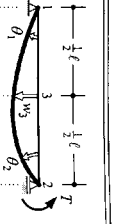
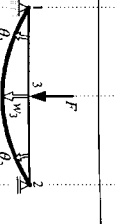
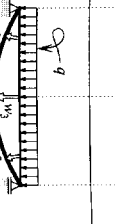
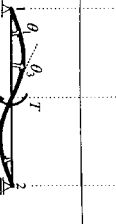
$$|\sigma_3 - \sigma_1| \leq 2c$$

Von Mises (op basis van een trekproef en afschuifproef):

$$\frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) \leq \frac{1}{3} f_y^2$$

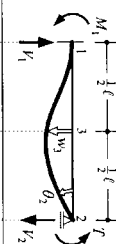
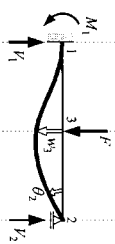
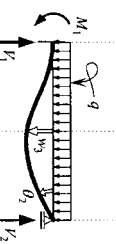
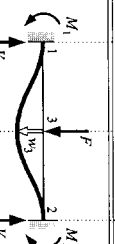
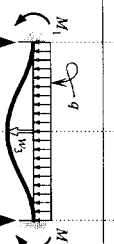
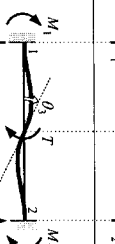
$$\frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) \leq \tau_y^2$$

FORMULEBLAD

(1)		$\theta_2 = \frac{Tl}{EI}; \quad w_2 = \frac{Tl^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{Tl}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{Tl^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{Tl}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)		statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)	
(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Tl}{EI}; \quad w_2 = \frac{1}{32} \frac{Tl^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{7}{768} \frac{Fl^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} Fl; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$	
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_2 = \frac{1}{192} \frac{ql^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} ql^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} ql; \quad V_2 = \frac{3}{8} ql$	
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{Fl^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} Fl; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} ql^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} ql$	
(b)		$\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{Tl}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	

Enkele formules voor prismaatische liggers met buigstijfheid EI .
T , F en q zijn belastingen door resp. een koppell, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
M_1 en V_1 zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede 1 van de ligger ten gevolge van de oplegcracities.

Enkele formules voor prismatische liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.