

Schriftelijk tentamen	CTB3330 ConstructieMechanica 4
Totaal aantal pagina's	8 pagina's excl voorblad
Datum en tijd	11-04-2016 van 09:00-12:00 uur
Verantwoordelijk docent	J.W. (Hans) Welleman

Werk iedere opgave afzonderlijk uit op het daarvoor bestemde vel papier

Opgaven (in te vullen door examiner)

Totaal aantal tentamenopgaven: 4, allen met open vragen

☐ **alle opgaven tellen even zwaar**

☒ **de opgaven hebben verschillende gewicht** (*het gewicht is in tijd weergegeven*)

Gebruik hulpmiddelen en informatiebronnen tijdens tentamen (in te vullen door examiner)

Niet toegestaan:

- Mobiele telefoon, smart Phone of apparaten met vergelijkbare functies.
- Antwoord geschreven met rode pen of met potlood.
- Hulpmiddelen en/of informatiebronnen tenzij hieronder anders vermeld.

Toegestaan: (aanvinken met kruisje)

☐ **boeken** ☐ **aantekeningen** ☐ **woordenboeken** ☐ **dictaten**

☐ **formulebladen (zie ook onder aanvullende informatie)** ☒ **rekenmachines** ☐ **computer**

☒ **grafische rekenmachine** ☒ **tekenmaterialen waaronder een passer**

Aanvullende informatie (eventueel in te vullen door examiner)

Voor een vlotte verwerking bij het nakijken is het essentieel dat iedere opgave op een apart vel papier wordt beantwoord. Ga dus **niet** op het zelfde papier door met een volgende opgave.

Uiterlijke datum nakijken tentamen: (de uiterlijke nakijktermijn is 15 werkdagen)

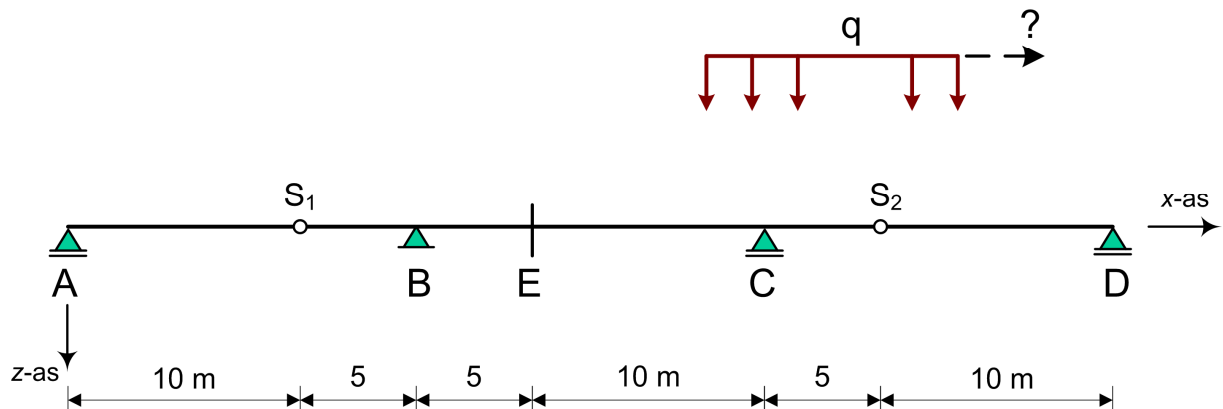


Elk vermoeden van fraude wordt
gemeld bij de examencommissie.

Mobiel UIT

OPGAVE 1 : Invloedslijnen**(ca 40 min)**

Hieronder is een liggerconstructie gegeven. De ligger heeft twee scharnieren S1 en S2.

**Figuur 1 : Scharnierligger**

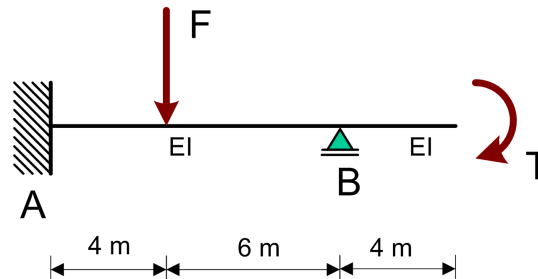
Vragen:

- Construeer de invloedslijn voor het moment in B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct links van B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct rechts van B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht in E.
- Construeer de invloedslijn voor de oplegreactie in C.
- Schets de invloedslijn voor de zakking van scharnier S1.
- Schets de invloedslijn voor de hoekverdraaiing van C.
- Waar moet een gelijkmatig verdeelde belasting q van 5 kN/m worden geplaatst opdat het moment in B maximaal is en hoe groot is dit maximale moment ?

Let op : Construeren houdt in dat de invloedslijn ook kwantitatief moet worden bepaald, schetsen houdt in dat de invloedslijn kwalitatief moet worden bepaald waarbij duidelijk moet worden aangegeven of lijnen recht of gekromd zijn.

OPGAVE 2 : Arbeid en energie**(ca 50 min)**

Van de onderstaande ligger wordt gevraagd de krachtsverdeling te bepalen met een arbeid en energiemethode. De totale belasting bestaat uit een puntlast F en een koppel T .



Gegeven: $F = 125 \text{ kN}$; $T = 80 \text{ kNm}$; $EI = 15000 \text{ kNm}^2$

Figuur 2 : Ingekleemde ligger

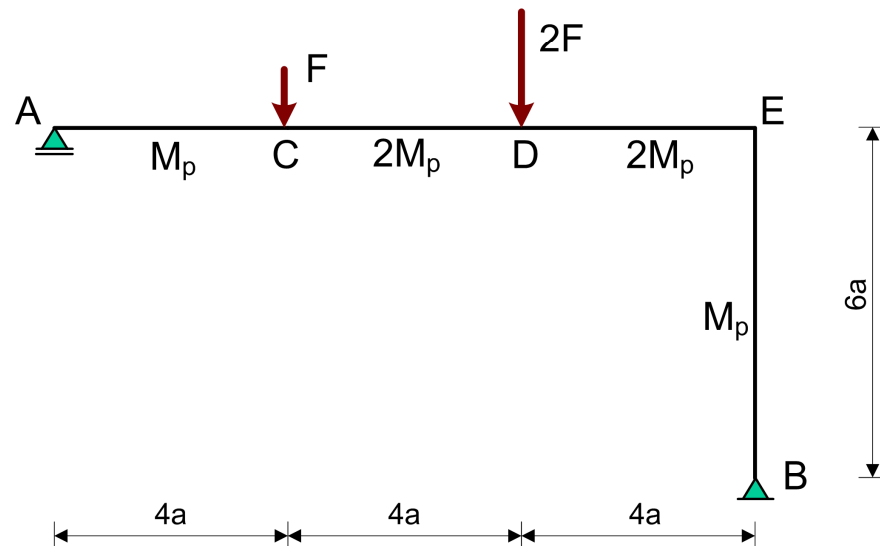
Vragen:

- Beschrijf kort hoe met behulp van de wet van Castigliano de krachtsverdeling in de constructie kan worden bepaald.
- Werk uw stappen op papier uit tot de noodzakelijke vergelijking(en)/functie(s) voor verdere uitwerking. Ondersteun dit deel zo nodig met schetsjes zodat duidelijk is hoe u aan uw vergelijkingen/functies komt en geef daarbij duidelijk aan wat uw positieve definities zijn voor de onbekende(n).
- Los de onbekende(n) op met de door u opgestelde vergelijking(en).
- Teken de momentenlijn voor de gehele constructie en geef daarbij duidelijk de vervormingstekens aan en zet op karakteristieke punten de getalswaarden erbij.

OPGAVE 3 : Plasticiteit en bezwijkanalyse**(ca 40 min)**

Hieronder is een geknikte constructie ACDEB getekend waarvan de bezwijklast moet worden bepaald.

LET OP: De staafdelen hebben een verschillende sterkte zoals in de figuur is aangegeven.



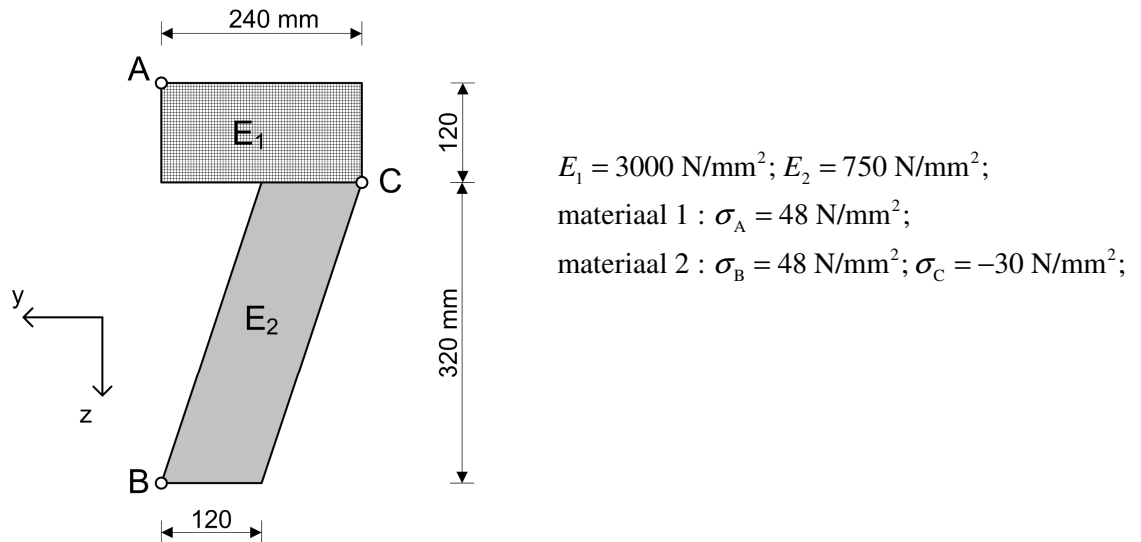
Figuur 3 : Geknikte constructie

Vragen :

- Bepaal de mogelijke bezwijkmechanismen en geef deze met schetsjes weer.
- Bepaal de bezwijkbelasting F_p .
- Teken voor het maatgevende mechanisme de momentenlijn met relevante waarden en vervormingstekens.
- Wat houdt de eenduidigheidsstelling van Prager in?

OPGAVE 4 : Niet-symmetrische doorsneden**(ca 50 min)**

Van een niet-symmetrische en inhomogene doorsnede, opgebouwd uit twee star aan elkaar verbonden materialen, zijn in de punten A (materiaal 1), B (materiaal 2) en C (materiaal 2) de normaalspanningen bekend. Materiaal 1 heeft een elasticiteitsmodulus E_1 en materiaal 2 heeft een elasticiteitsmodulus E_2 . Een eventuele axiale belasting grijpt aan in het normaalkrachten centrum en een mogelijke dwarskracht grijpt aan in het dwarskrachten centrum.

**Figuur 4** : Inhomogene en niet-symmetrische doorsnede

Vragen :

- Een collega van u beweert dat gezien de gegeven normaalspanningsverdeling, deze doorsnede alleen op buiging in het y - x -vlak wordt belast. Wat is uw inhoudelijke reactie op deze bewering?
- Bepaal van deze doorsnede de doorsnedegrootheden en geef de constitutieve relatie op doorsnede niveau voor deze doorsnede. Ter controle:
 $|EI_{yy}| = 4838400 \times 10^5 \text{ Nmm}^2$; $|EI_{yz}| = 921600 \times 10^5 \text{ Nmm}^2$; $|EI_{zz}| = 13948800 \times 10^5 \text{ Nmm}^2$
- Geef kort aan hoe u de onbekende snedekrachten m.b.t. buiging en extensie in de doorsnede kunt bepalen op basis van de bekende gegevens.
- Bepaal de onbekende krachtsgr grootheden op de door u beschreven wijze. Maak bij voorkeur gebruik van de GR. Mocht u een handberekening prefereren dan mag u gebruik maken van het gegeven dat de normaalrek in de staaf-as gelijk is aan $-3/500$.
- Geef in een schets aan waar de neutrale lijn loopt en onder welke helling.
- Schets de vorm van de kern en bepaal het meest linker kernpunt.
- Hoe bepaalt u de schuifstroom in de verbinding tussen materiaal 1 en 2? Geef in het kort de relevante stappen aan. (ga niet rekenen!)

FORMULEBLAD

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en:} \quad \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y ES_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z ES_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of:} \quad s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2EI_{yz}}{EI_{yy} - EI_{zz}}; \quad EI_{1,2} = \frac{1}{2}(EI_{yy} + EI_{zz}) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}(EI_{yy} - EI_{zz})\right)^2 + EI_{yz}^2}$$

$$q_y^* = \frac{EI_{yy}EI_{zz}q_y - EI_{yy}EI_{yz}q_z}{EI_{yy}EI_{zz} - EI_{yz}^2}$$

$$q_z^* = \frac{-EI_{yz}EI_{zz}q_y + EI_{yy}EI_{zz}q_z}{EI_{yy}EI_{zz} - EI_{yz}^2}$$

Vormveranderingsenergie:

$$E_v = \int \frac{1}{2} EA \varepsilon^2 dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_v = \int \frac{1}{2} EI \kappa^2 dx \quad (\text{buiging})$$

Complementaire energie:

$$E_c = \int \frac{N^2}{2EA} dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_c = \int \frac{M^2}{2EI} dx \quad (\text{buiging})$$

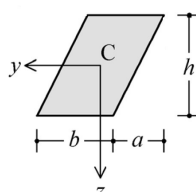
Stellingen van Castigliano:

$$F_i = \frac{\partial E_v}{\partial u_i} \quad u_i = \frac{\partial E_c}{\partial F_i}$$

Rayleigh:

$$F_k = \frac{E_v}{\int \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx}$$

Wiskunde handigheidjes:



$$I_{yy} = \frac{1}{12} (a^2 + b^2) bh$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I_{yz} = \frac{1}{12} abh^2$$

Kinematische betrekkingen:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}$$

$$\kappa = -\frac{d^2w}{dx^2}$$

Constitutieve betrekkingen:

$$N = EA \varepsilon$$

$$M = EI \kappa$$

Arbeidsmethode met eenheidslast:

$$u = \int \frac{M(x)m(x)dx}{EI}$$

(1)		$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}; \quad w_2 = \frac{T\ell^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T\ell^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F\ell^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

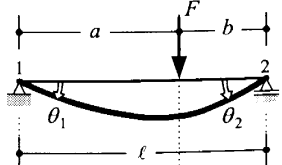
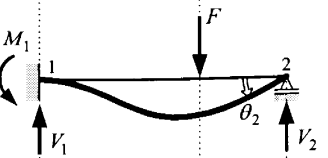
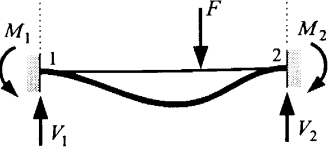
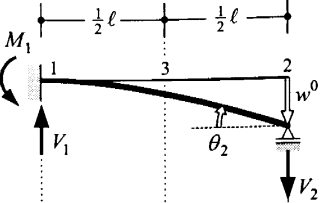
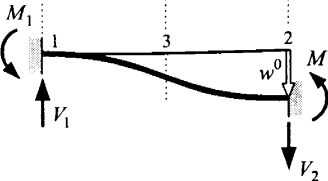
vergeet-mij-nietjes

(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T\ell^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{768} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F\ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{192} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} q\ell^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} q\ell; \quad V_2 = \frac{3}{8} q\ell$
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F\ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q\ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q\ell$
(b)		$\theta_2 = \frac{1}{16} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Enkele formules voor prisma'sche liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

(c)		$\theta_1 = \frac{Fab(\ell + b)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fab(\ell + a)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{Fb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^3} = F \left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(3\ell - a)}{2\ell^3} = F \left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{Fb^2}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb^2(\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(\ell + 2b)}{\ell^3} = F\ell \left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen