

Tentamen CT3109

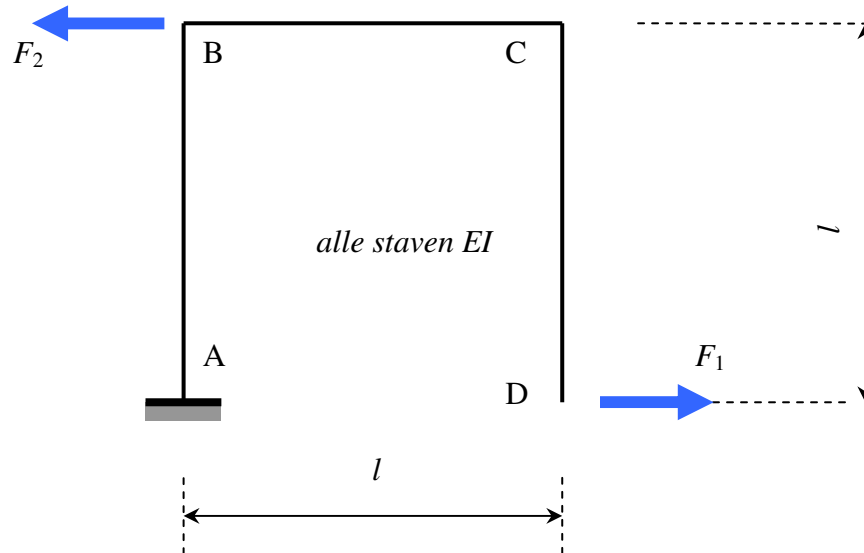
CONSTRUCTIEMECHANICA 4

14 jan 2009,
09:00 – 12:00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 **opgaven**.
- Werk elke opgave uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van mobiele telefoons en UMTS tijdens het tentamen is niet toegestaan, dus uitzetten en van tafel verwijderen !
- Het gebruik van de grafische rekenmachine is toegestaan
- Maak zonodig gebruik van de meegeleverde formulebladen
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk

OPGAVE 1 : Arbeid en Energie**(ca 45 min)**

In de onderstaande figuur is een geknikte ligger weergegeven die in A volledig is ingeklemd en horizontaal wordt belast in B en D met de aangegeven krachten.

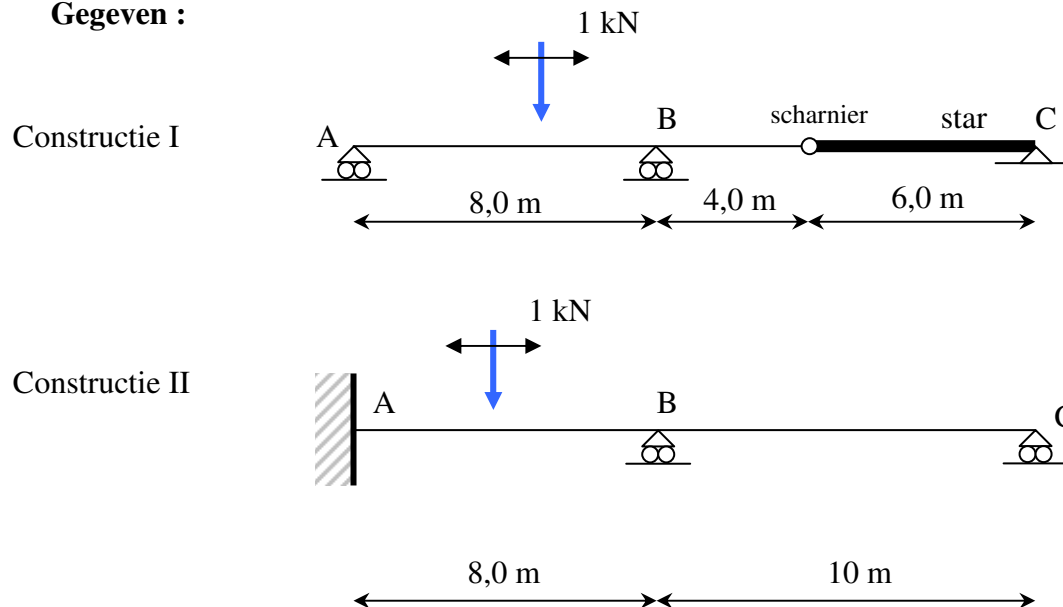
**Vragen:**

- Wat zijn de voorwaarde(n) voor het toepassen van de 2^e wet van Castigliano?
- Bepaal met behulp van dit theorema van Castigliano de horizontale verplaatsing in het hoekpunt B en het vrije uiteinde D.

OPGAVE 2 : Invloedslijnen**(ca 30 min)**

Van de hieronder getekende constructies wordt gevraagd een aantal invloedslijnen te tekenen.

Gegeven :



Vragen :

Construeer voor Constructie I, in één figuur onder elkaar, de invloedslijnen voor :

- De verticale oplegreactie in B
- De zakking halverwege AB
- Het steunpuntsmoment in B
- De dwarskracht links van het scharnier
- De dwarskracht rechts van het scharnier
- De hoekverdraaiing in C

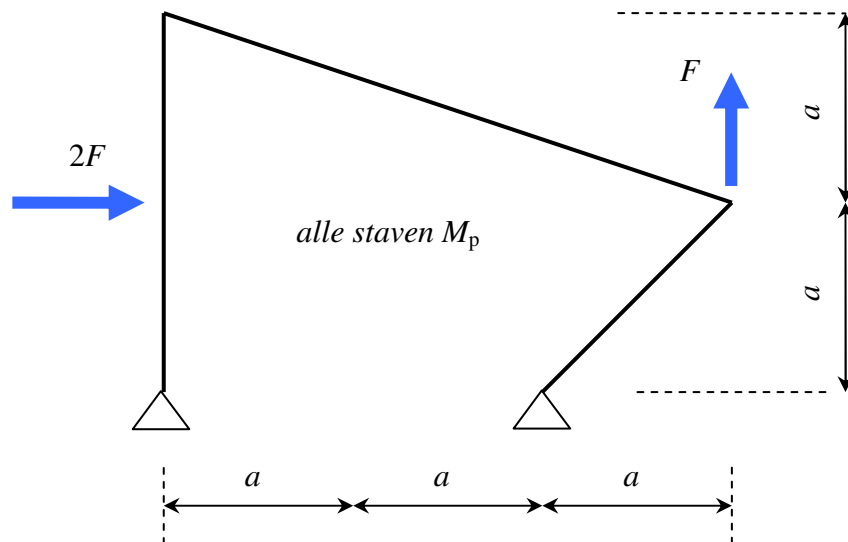
Schets voor Constructie II de invloedslijnen voor :

- De verticale oplegreactie in B
- Het inklemmingsmoment in A
- De dwarskracht rechts van B

Opmerking : Construeren houdt in dit verband in dat de vorm en de invloedsfactoren van de invloedslijn volledig zijn bepaald.

OPGAVE 3 : Plasticiteit en bezwijkanalyse**(ca 45 min)**

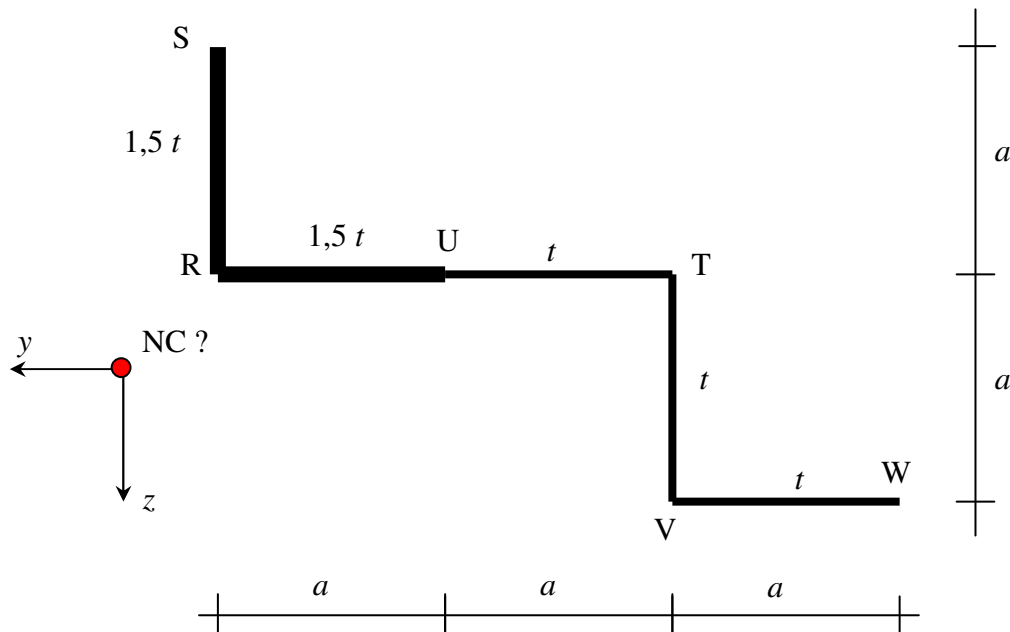
Hieronder is een raamwerk gegeven waarvan de bezwijklast moet worden bepaald. Het raamwerk wordt belast met een horizontale kracht $2F$ en een verticale kracht F zoals in de tekening is aangegeven. Alle staafdelen hebben een sterkte M_p .

**Vragen :**

- Bepaal de mogelijke bezwijkmechanismen.
- Bepaal de bezwijkbelasting F_p .
- Teken voor het maatgevende mechanisme de momentenlijn met relevante waarden en vervormingstekens.

OPGAVE 4**(ca 60 min)**

Van een op buiging belaste staaf in een constructie is gegeven dat de homogene dwarsdoorsnede gemaakt is van plaatstaal met een dikte van 6,0 en 9,0 mm. De delen SRU hebben dus een grotere dikte dan UTVW. Deze samengestelde doorsnede, die in de figuur hieronder is weergegeven, mag worden beschouwd als een **dunwandig profiel**.



Gegevens : $E = 200000 \text{ N/mm}^2$; $a = 80 \text{ mm}$; $t = 6 \text{ mm}$

$$N = 0 \text{ kN};$$

$$V_y = 10 \text{ kN}; \quad V_z = 0 \text{ kN}$$

$$M_y = 32,0 \text{ kNm}; \quad M_z = 0 \text{ kNm}$$

Vragen:

- Bepaal de ligging van het normaalkrachtencentrum NC.
- Welke relatie legt de constitutieve relatie van de doorsnede en toon aan dat deze gelijk is aan:

$$\frac{Eat}{96} \begin{bmatrix} 576 & 0 & 0 \\ 0 & 535a^2 & -255a^2 \\ 0 & -255a^2 & 167a^2 \end{bmatrix}$$

- Teken in een figuur van de dwarsdoorsnede de *neutrale lijn*, het belastingvlak m en het krommingsvlak k .
- Teken in een 2^e figuur de normaalspanningsverdeling en teken deze door de spanning loodrecht uit te zetten op het plaatmateriaal van de doorsnede.
- Leg uit welke vorm de kern van deze doorsnede heeft en hoe deze kan worden bepaald.
- Werk de onder e) aangegeven methode uit en bepaal de karakteristieke punten van de kern en schets de ligging ervan in de doorsnede.

FORMULEBLAD

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en :} \quad \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y ES_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z ES_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of :} \quad s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

Vormveranderingsenergie:

$$E_v = \int \frac{1}{2} EA \varepsilon^2 dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_v = \int \frac{1}{2} EI \kappa^2 dx \quad (\text{buiging})$$

Complementaire energie:

$$E_c = \int \frac{N^2}{2EA} dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_c = \int \frac{M^2}{2EI} dx \quad (\text{buiging})$$

Stellingen van Castigliano:

$$F_i = \frac{\partial E_v}{\partial u_i} \quad u_i = \frac{\partial E_c}{\partial F_i}$$

Kinematische betrekkingen:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}$$

$$\kappa = -\frac{d^2 w}{dx^2}$$

Constitutieve betrekkingen:

$$N = EA \cdot \varepsilon$$

$$M = EI \cdot \kappa$$

Arbeidsmethode met eenheidslast:

$$u = \int \frac{M(x)m(x)dx}{EI}$$

Hulpmiddelen bij het integreren van producten van functies e.d. :

<i>m</i>				
<i>M</i>				
	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{6}jkl$	$\frac{1}{6}(j_1 + 2j_2)kl$	$\frac{1}{2}jkl$
	$\frac{1}{6}jkl$	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{6}(2j_1 + j_2)kl$	$\frac{1}{2}jkl$
	$\frac{1}{6}j(k_1 + 2k_2)l$	$\frac{1}{6}j(2k_1 + k_2)l$	$\frac{1}{6}\{j_1(2k_1 + k_2) + j_2(k_1 + 2k_2)\}l$	$\frac{1}{2}j(k_1 + k_2)l$
	$\frac{1}{2}jkl$	$\frac{1}{2}jkl$	$\frac{1}{2}(j_1 + j_2)kl$	jkl
	$\frac{1}{6}jk(l+a)$	$\frac{1}{6}jk(l+b)$	$\frac{1}{6}\{j_1(l+b) + j_2(l+a)\}k$	$\frac{1}{2}jkl$
	$\frac{5}{12}jkl$	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{1}{12}(3j_1 + 5j_2)kl$	$\frac{2}{3}jkl$
	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{5}{12}jkl$	$\frac{1}{12}(5j_1 + 3j_2)kl$	$\frac{2}{3}jkl$
	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{1}{12}jkl$	$\frac{1}{12}(j_1 + 3j_2)kl$	$\frac{1}{3}jkl$
	$\frac{1}{12}jkl$	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{1}{12}(3j_1 + j_2)kl$	$\frac{1}{3}jkl$
	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{3}(j_1 + j_2)kl$	$\frac{2}{3}jkl$

(1)		$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{T\ell^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_3 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_3 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T\ell^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F\ell^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

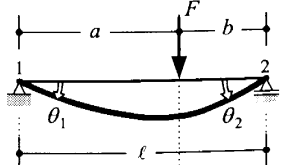
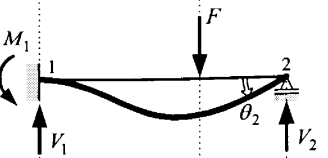
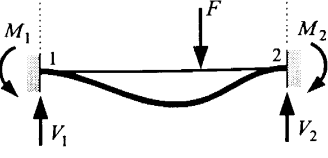
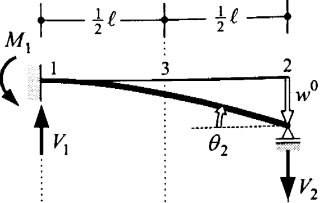
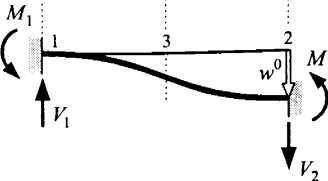
vergeet-mij-nietjes

(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T\ell^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{768} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F\ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{192} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} q\ell^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} q\ell; \quad V_2 = \frac{3}{8} q\ell$
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F\ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q\ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q\ell$
(b)		$\theta_2 = \frac{1}{16} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Enkele formules voor prisma'sche liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

(c)		$\theta_1 = \frac{Fab(\ell + b)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fab(\ell + a)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{Fb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^3} = F \left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(3\ell - a)}{2\ell^3} = F \left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{Fab^2}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb^2(\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(\ell + 2b)}{\ell^3} = F\ell \left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen