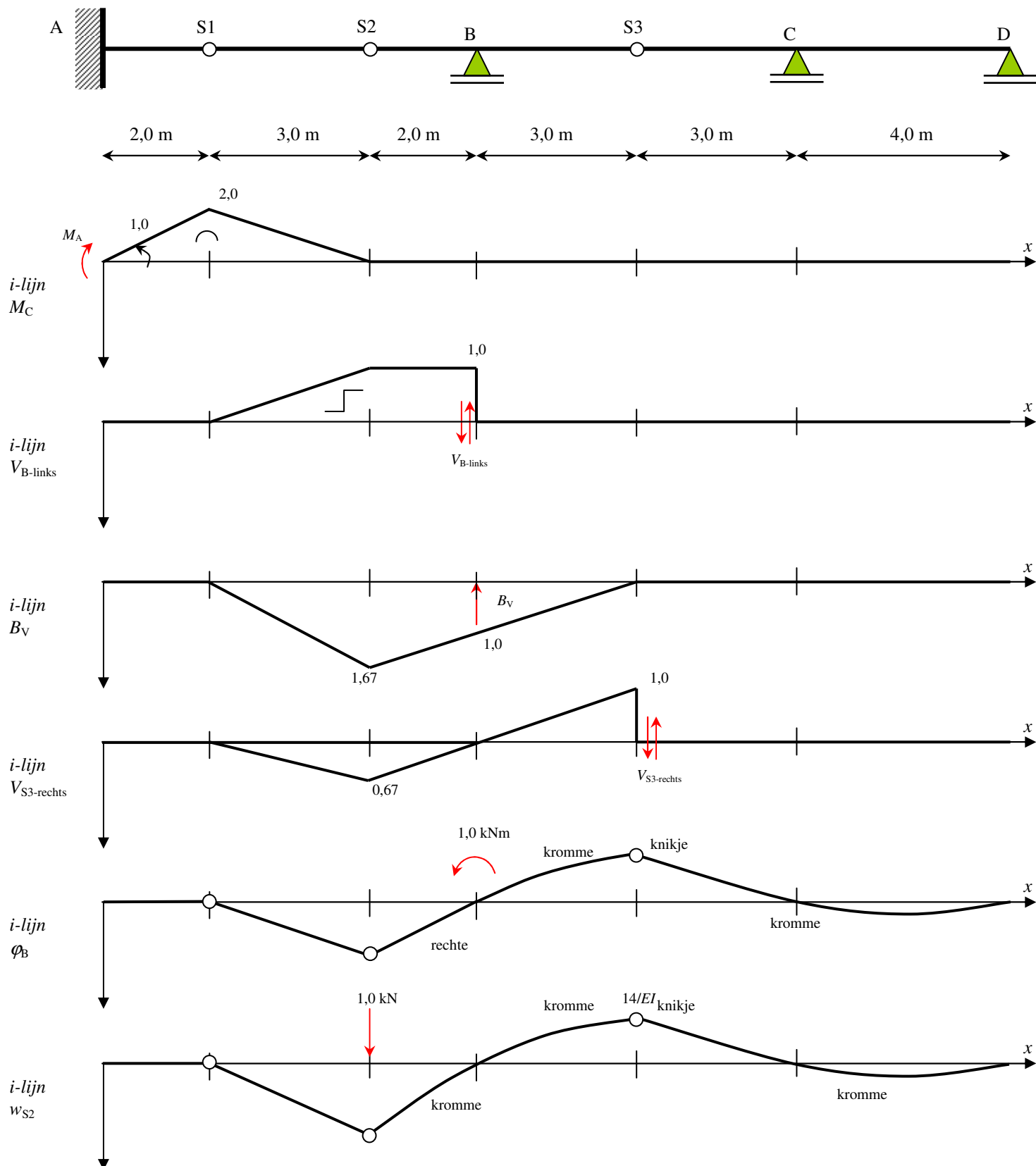


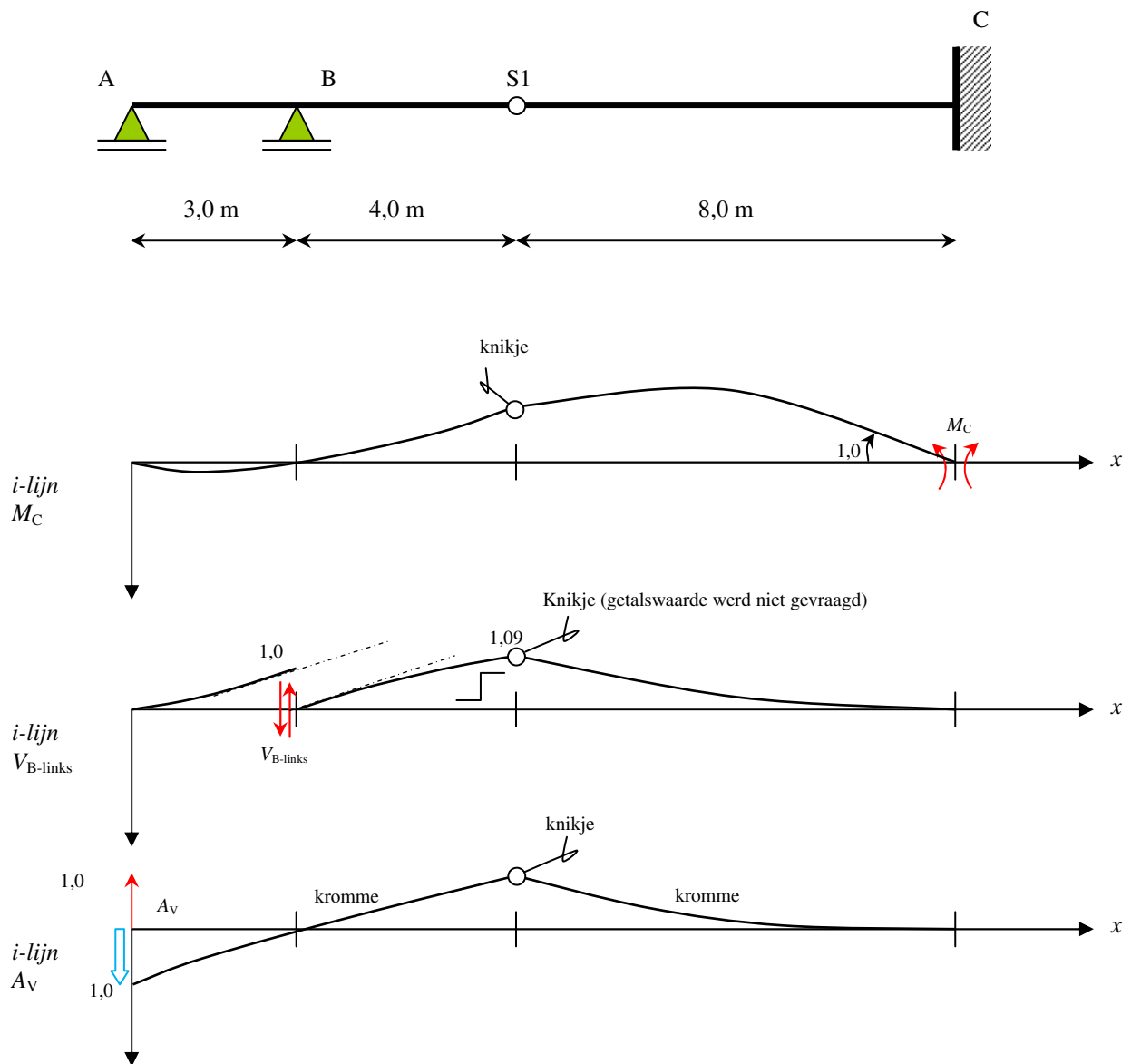
BEKNOPTE ANTWOORDEN

Opgave 1

Vragen deel 1 :



Vragen deel 2:

**Opmerking:**

Deze laatste drie invloedslijnen zijn "pittig". Bij de beoordeling is soepel omgegaan met de juiste intenties van gegeven oplossingen.

Opgave 2

- a) Neem een kinematisch toelaatbaar verplaatsingsveld aan op basis van een cosinus functie (gegeven tip):

$$w(x) = \frac{1}{2}a \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right)$$

De potentiaalfunctie wordt hiermee:

$$V = \int_0^l \frac{1}{2} EI \kappa^2 dx - Fa = \frac{1}{2} EI \int_0^l \kappa^2 dx - Fa \quad \text{met: } \kappa = -\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{2a\pi^2}{l^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$$

Uitwerken levert:

$$V = \frac{a^2 \pi^4 EI}{l^3} - Fa \quad \frac{dV}{da} = 0 \Rightarrow a = \frac{Fl^3}{2\pi^4 EI} \approx \frac{Fl^3}{194,8 EI}$$

Merk op:

Dit resultaat van 194,8 wijkt weinig af van de 192 die gevonden wordt m.b.v. de exacte oplossing volgens het *vergeet-mij-nietje*. (zie formuleblad)

- b) De verplaatsingsfunctie moet voldoen aan de kinematische randvoorwaarden (m.b.t. de rotatie en zakking).
c) Het moment bij de inklemming volgt uit het verplaatsingsveld:

$$M(x) = EI \kappa(x) = -\frac{Fl}{\pi^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$$

$$M(0) = \frac{-Fl}{\pi^2} \approx -\frac{1}{10} Fl$$

Er ontstaat bij de inklemming een moment dat trek aan de bovenzijde oplevert met een grootte van ongeveer $0,1Fl$.

- d) Oplossen met behulp van Castigliano kan door de statisch onbepaalde constructie statisch bepaald te maken en de vormveranderingsvoorwaarde m.b.v. Castigliano uit te werken. Kies hiervoor als statisch bepaald hoofdsysteem de ligger op twee steunpunten met een inklemmingsmoment M_A dat trek aan de bovenzijde oplevert. Maak daarbij gebruik van de symmetrie van de constructie. (teken dit zelf) De momentenverdeling t.g.v. de puntlast en de statisch onbepaalde is voor de halve ligger:

$$M(x) = -M_A + \frac{1}{2}Fx \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}l$$

De vormveranderingsenergie kan hiermee worden bepaald als:

$$E_v = 2 \int_0^{\frac{1}{2}l} \frac{M(x)^2}{2EI} dx = \frac{F^2 l^3}{96EI} - \frac{M_A Fl^2}{8EI} + \frac{M_A^2 l}{2EI}$$

De hoekverdraaiing bij A moet nul zijn, uitwerken levert:

$$\varphi_A = \frac{dE_v}{dM_A} = 0 \Rightarrow \frac{M_A l}{EI} - \frac{Fl^2}{8EI} = 0$$

$$M_A = \frac{1}{8} Fl$$

- e) De verschillen in de gevonden momenten zijn groter dan die bij de verplaatsing. Dat komt omdat de tweede afgeleide van de aangenomen verplaatsingsfunctie een grotere afwijking heeft t.o.v. de werkelijke kromming. Hierdoor neemt de onnauwkeurigheid toe.

Opgave 3

- a) De constructie is twee-voudig statisch onbepaald, er zijn maximaal drie plastische scharnieren nodig voor een mechanisme. Deze scharnieren kunnen op vier plaatsen optreden waarmee er maximaal vier mechanismen moeten worden onderzocht. Merk op een mechanisme met minder scharnieren behoort soms ook tot de mogelijkheden! Teken de schetsjes van de mogelijke mechanismen en controleer dit eventueel met het programma M_p van de website.

Opmerkingen

- Let op dat de zwakste schakel in een plastisch scharnier maatgevend is en dat de momenten in de staafansluitingen links en rechts even groot zijn, fouten worden niet gewaardeerd!
- In het geval de scharnieren optreden in C, E en B zullen de puntlasten uitsluitend horizontaal verplaatsen (schrans-mechanisme). De puntlasten leveren dan geen arbeid en de bezwijklast is daarmee oneindig. Dit is zeker niet het maatgevende geval (laagste bezwijklast) en hoeft daarom niet onderzocht te worden.

- b) De drie overige mechanismen leveren:

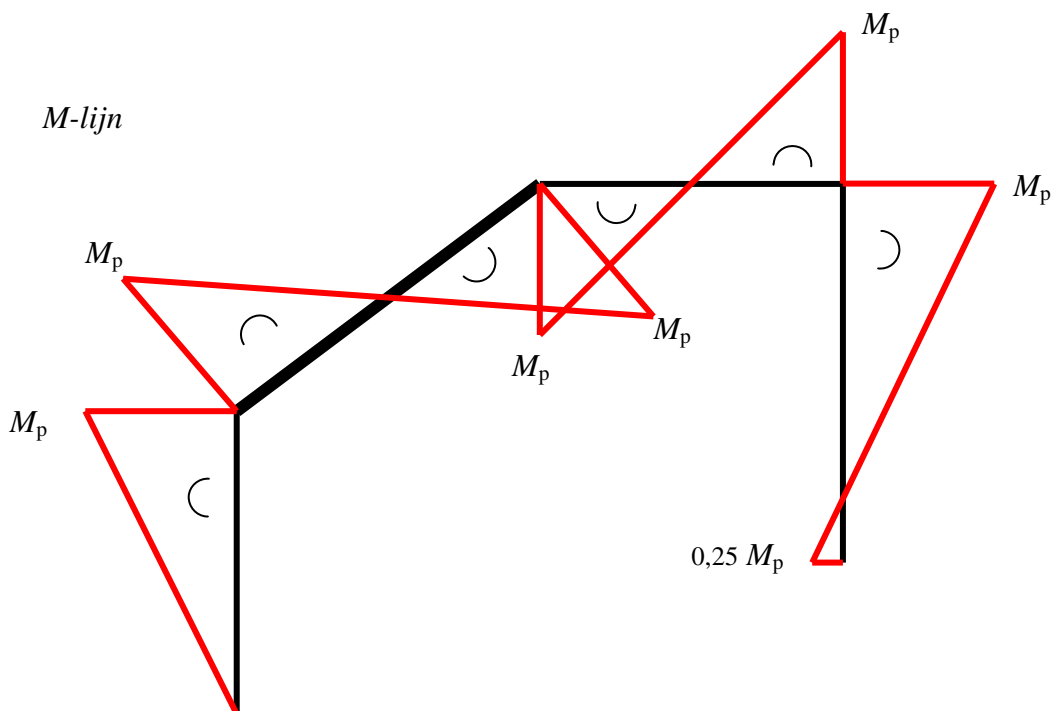
$$DEB \quad F_p = \frac{29M_p}{20a} = 1,45 \frac{M_p}{a}$$

$$CDB \quad F_p = \frac{3M_p}{2a} = 1,5 \frac{M_p}{a}$$

$$CDE \quad F_p = \frac{19M_p}{16a} = 1,187 \frac{M_p}{a} \quad (\text{bezwijklast})$$

De laatste oplossing levert de laagste kniklast en is maatgevend.

- c) De eenduidigheidsstelling van Prager levert m.b.t. de momentenlijn:



Conclusie, nergens in de constructie wordt de sterkte overschreden waarmee de laagst gevonden bezwijklast ook de juiste moet zijn.

Opgave 4

- a) Zie dictaat
- b) Van de homogene, dunwandige doorsnede, ligt het NC t.o.v. punt P op een afstand van:

$$y_{NC} = 130 \text{ mm}; \quad z_{NC} = 120 \text{ mm};$$

$$I = \begin{bmatrix} I_{yy} & I_{yz} \\ I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2040 & -1760 \\ -1760 & 2733,33 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Hier worden alleen de antwoorden gegeven, berekening van I_{yz} moet netjes compleet zijn, het ging hier uiteraard om het min teken!

- c) Normaalspanning is lineair over de hoogte en afhankelijk van de vervorming in de doorsnede (vergeet de E -modulus niet in de onderstaande berekening):

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_{yy} & EI_{yz} \\ 0 & EI_{zy} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix}$$

$$\text{met: } N = -80 \times 10^3 \text{ N}; \quad M_y = 13,6 \times 10^6 \text{ Nmm}; \quad M_z = -6,4 \times 10^6 \text{ Nmm};$$

Oplossen levert:

$$\varepsilon = -9,5 \times 10^{-5}; \quad \kappa_y = 4,92 \times 10^{-6}; \quad \kappa_z = 2,02 \times 10^{-6};$$

Spanningen kunnen worden bepaald in de punten P, R, S en Q:

$$\sigma_P = 63,33 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_R = -40,00 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_S = 45,00 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_N = -161,67 \text{ N/mm}^2$$

Teken in de figuur met de spanningsverdeling de neutrale lijn, het krommingsvlak $k-k$ en het belastingsvlak $m-m$. Deze figuur moet compleet zijn!

- d) Als de doorsnede niet dunwandig wordt opgevat is de kern een polygon met 6 hoekpunten, als de dunwandigheid wordt meegenomen dan is de kern een ruit met vier hoekpunten.
- e) Het onderste kernpunt wordt gevonden door de neutrale lijn te laten raken aan de bovenzijde van de doorsnede :

$$y_1 = \pm\infty; \quad z_1 = -120 \text{ mm};$$

$$e_{y-\text{onder}} = -36,67 \text{ mm}; \quad e_{z-\text{onder}} = 57,77 \text{ mm};$$

- f) Ja, de dwarskracht grijpt aan langs RS, op deze lijn ligt niet het dwarskrachtencentrum. Er ontstaat een wringend moment dat kan worden bepaald m.b.v. de loodrechte afstand tussen het DC en RS en de grootte van de dwarskracht.

Allerlei prachtige verhandelingen over het dwarskrachtencentrum zonder een concreet antwoord op de vraag of in dit geval de doorsnede op torsie wordt belast, werden niet gewaardeerd.

- g) De schuifspanning wordt bepaald op basis van de normaalspanning t.g.v. buiging. Het probleem bij deze vraag is, dat het moment afhankelijk is van N . Er moet dus zowel ingegaan worden op het feit dat de invloed van de normaalkracht op de normaalspanningen niet mee mag worden genomen EN dat er een dummy moment M moet worden aangenomen om op basis van dit moment een normaalspanning te kunnen bepalen voor het berekenen van de schuifspanning.

Stel de N op nul, neem een dummy M_z aan (b.v. 1,0) en bepaal eerst de normaalspanningsverdeling op basis van deze belasting. Bepaal vervolgens de schuifspanningsverdeling door PR als afgeschoven deel vrij te maken. Bepaal de resultante normaalkracht $R^{(a)}$ op dit deel (t.g.v. alleen het buigend moment want $N = 0$) en bepaal hiermee met de gegeven totale dwarskracht V de schuifstroom. Deel de schuifstroom door de dikte van het plaatmateriaal om de schuifspanning te verkrijgen. Een berekening werd niet gevraagd maar deze schuifspanning is daarmee $4,06 \text{ N/mm}^2$.