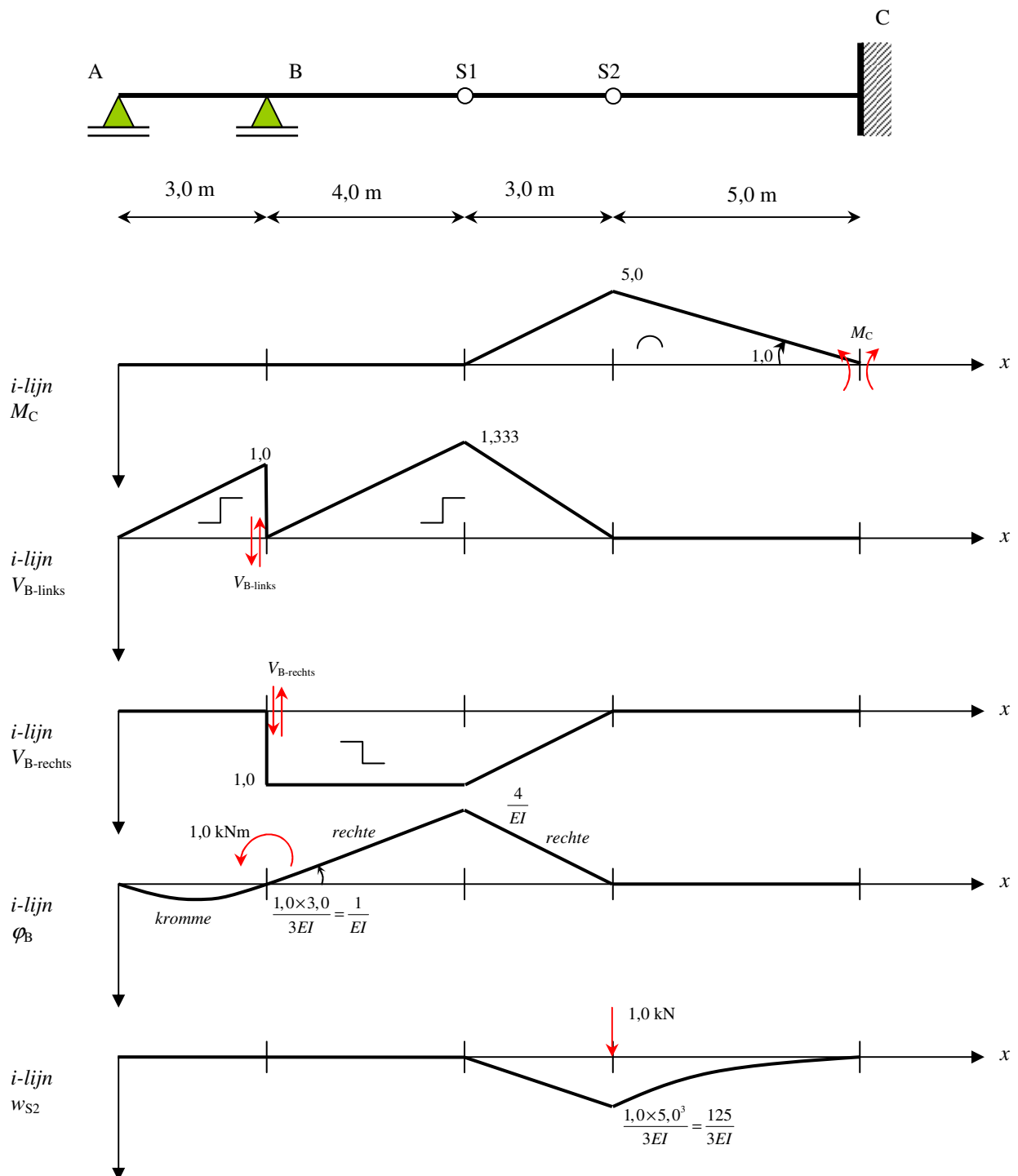


ANTWOORDEN

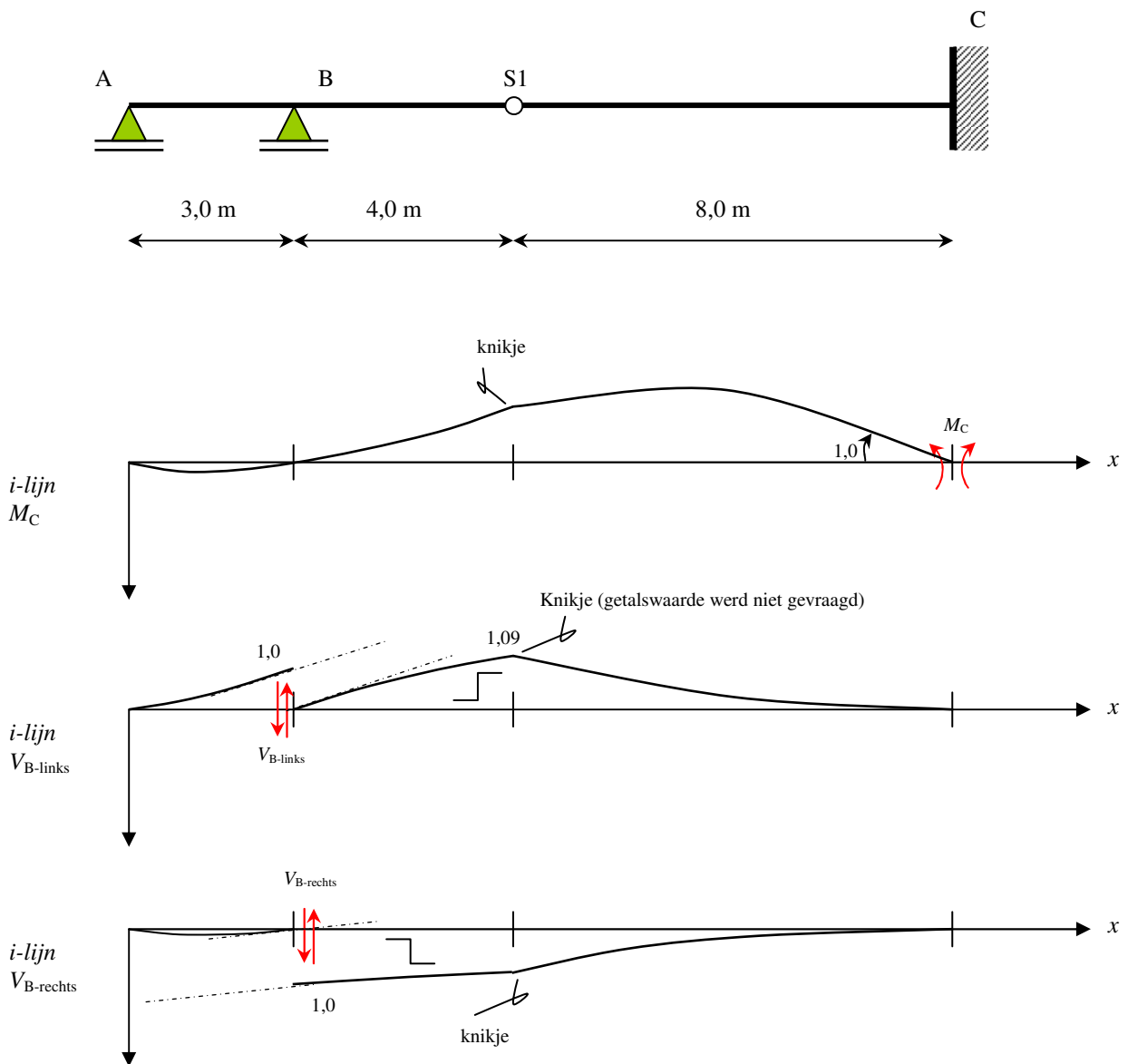
Opgave 1

Hier geen complete antwoorden op de theorie, slechts hints om je aan te zetten om echt in de theorie te duiken in de voorbereiding op het komende tentamen.

- a) Zie lesmateriaal. Uitleg over wat je moet doen om de invloedslijn te vinden levert de helft van de punten op. Uitleg waarom dat zo is levert de resterende helft op. In beide delen moet je Maxwell verwerken, zoek dat uit in het leermiddel!
- b) Graag een schetsje en een echte uitleg hoe je aan de formule komt. Een academische ingenieur moet ook kunnen uitleggen waar een methode op is gebaseerd!
- c) Het star-plastische model en een ideaal profiel met een vormfactor 1,0 waren hier de sleutels in de uitleg. Zoek zelf op in het leermiddel wat hier achter steekt en waartoe dit allemaal leidt.
- d) Zie het leermiddel.

Opgave 2*Vragen deel 1 :*

Vragen deel 2:

**Opmerking:**

Deze laatste drie invloedslijnen zijn "pittig". Bij de beoordeling is soepel omgegaan met de juiste intenties van gegeven oplossingen.

Opgave 3

- a) Met een passend verplaatsingsveld wordt bedoeld een verplaatsingsveld dat voldoet aan de kinematische randvoorwaarden. In dit voorbeeld betreft het dan de zakking die nul moet zijn in A en B en de hoekverdraaiing die nul moet zijn bij de inklemming. Het gegeven verplaatsingsveld voldoet volgens de opgave aan **alle randvoorwaarden** dus ook aan de (dynamische) voorwaarde dat het moment in B nul moet zijn. Dit houdt in dat de 2^e afgeleide van het verplaatsingsveld nul moet zijn. Dit is dus de gevraagde extra voorwaarde waaraan wordt voldaan bij dit verplaatsingsveld.

- b) Gegeven is:

$$w(x) = \frac{3}{2}al^2x^2 - \frac{5}{2}alx^3 + ax^4$$

$$\text{kinematische randvoorwaarden:} \quad w(0) = 0; \quad w'(0) = 0; \quad w(l) = 0;$$

Dit verplaatsingsveld voldoet ook nog aan de 4^e randvoorwaarde $M(l) = 0$.

- c) Een passend polynoom kan zijn (vier onbekenden i.v.m. de drie voorwaarden, zo houd je één vrije parameter over die met Rayleigh kan worden geoptimaliseerd) :

$$w(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

$$\text{kinematische randvoorwaarden:} \quad w(0) = 0; \quad w'(0) = 0; \quad w(l) = 0;$$

$$w(0) = a_0 = 0; \quad w'(0) = a_1 = 0;$$

$$w(l) = a_2l^2 + a_3l^3 = 0 \Rightarrow a_2 = -a_3l$$

levert:

$$w(x) = -a_3lx^2 + a_3x^3 = a_3(x^3 - lx^2)$$

Een voldoende passend verplaatsingsveld in de vorm van een polynoom zou kunnen zijn : $w(x) = ax^2(x-l)$. Andere vormen mogen ook worden voorgesteld zolang deze tenminste voldoen aan de kinematische randvoorwaarden.

- d) Rayleigh : $F_k = \frac{\int \frac{1}{2} EI (w'')^2 dx}{\int \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx}$. Gebruik de handigheidjes op het formuleblad:

$$w(x) = \frac{3}{2}al^2x^2 - \frac{5}{2}alx^3 + ax^4$$

$$w(x) = a(c_1x^2 + c_2x^3 + x^4) \quad \text{met:} \quad c_1 = \frac{3}{2}l^2; \quad c_2 = -\frac{5}{2}l$$

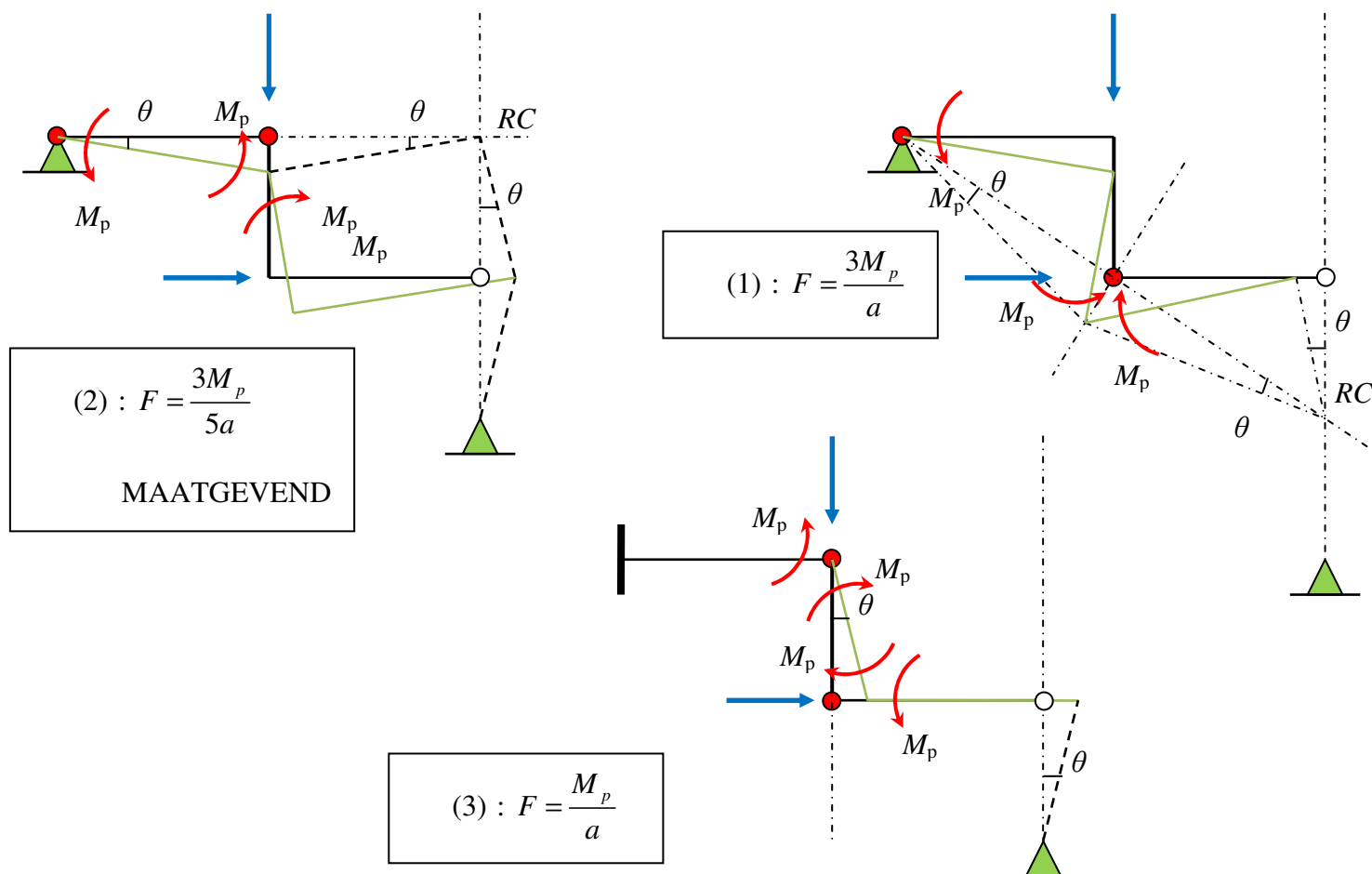
$$F_k = \frac{aEI \left(4c_1^2l + 12c_1c_2l^2 + 12c_2^2l^3 + 16c_1l^3 + 36c_2l^4 + \frac{144}{5}l^5 \right)}{a \left(\frac{4}{3}c_1^2l^3 + 3c_1c_2l^4 + \frac{9}{5}c_2^2l^5 + \frac{16}{5}c_1l^5 + 4c_2l^6 + \frac{16}{7}l^7 \right)} = \frac{EI \frac{9l^5}{5}}{\frac{3l^7}{35}} = \frac{21EI}{l^2}$$

- e) De “exakte” kniklast is $\frac{2\pi^2 EI}{l^2} \approx \frac{20EI}{l^2}$

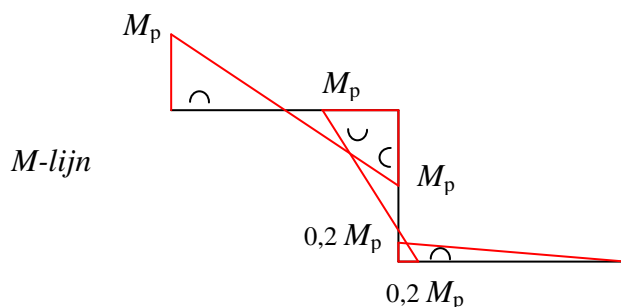
- f) Belangrijk is dat het gekozen verplaatsingsveld zo goed mogelijk overeenkomt met de exacte knikvorm. Bekend is (CT2031) dat in de werkelijke knikvorm een sinusvorm moet voorkomen. Een polynoom zal, ook al voldoet deze aan alle randvoorwaarden, dus nooit de exacte oplossing opleveren. Het lijkt dat de prachtige uitkomst, zo dicht bij de exacte oplossing, komt door het voldoen aan alle randvoorwaarden maar deze gevolgtrekking is in zijn algemeenheid onjuist. In de gekozen oplossing moeten dus voor een zo goed mogelijk resultaat, de noodzakelijke componenten uit de werkelijke oplossing zitten. Als je weet dat in de algemene oplossing van een knikprobleem naast polynomen ook sinus en cosinus termen moeten voorkomen dan ligt het voor de hand om deze componenten in het aangenomen verplaatsingsveld op te nemen.

Opgave 4

- a) De constructie is enkelvoudig statisch onbepaald. Er zijn maximaal twee plastische scharnieren noodzakelijk om een mechanisme te creëren. Hiervoor komen drie plaatsen in aanmerking. Er zijn zodoende maximaal drie mechanismen te onderzoeken. Het mechanisme met de laagste belasting is het bezwijkmechanisme en de daarbij behorende belasting is de bezwijkbelasting.
- b) De drie situaties zijn hieronder getekend, de mechanismen zijn zeer basaal en met virtuele arbeid is direct de bezwijklast te vinden: (let op zwakste schakel!)



- c) De momentenlijn behorende bij het bezwijkmechanisme is hieronder getekend (bepaal de verticale oplegreactie in A en vervolgens die in B).



Deze momentenlijn laat zien dat nergens in de constructie de sterkte wordt overschreden. De oplossing voldoet hiermee aan de eenduidigheidsis van Prager.

Opgave 5

- a) Zie basismechanica CT1041 en dictaat CT3109
 b) De buigstijfheid kan worden bepaald als de ligging van het NC is bepaald:

Ten opzichte van de bovenrand geldt voor het NC:

$$z_{NC} = \frac{E_h \left(\frac{1}{2} b h^2 \right) + E_s (92 \times 8 \times (h + 4))}{E_h b h + E_s \times 92 \times 8} = 115,1 \text{ mm}$$

$$EI_{zz} = E_h \left(\frac{1}{12} b h^3 + b h \times \left(\frac{1}{2} h - z_{NC} \right)^2 \right) + E_s \left(\frac{1}{12} \times 92 \times 8^3 + 92 \times 8 \times (154 - z_{NC})^2 \right)$$

$$EI_{zz} = 757,16 \times 10^9 \text{ Nmm}^2 = 757,16 \text{ kNm}^2$$

- c) Rekverdeling is lineair, de neutrale lijn is horizontaal i.v.m. de as van symmetrie. Met de rek boven en onder kan de verdeling worden getekend:

$$\varepsilon = \kappa_z z = \frac{M_z}{EI_{zz}} z; \quad \varepsilon(-115,1) = -0,000570$$

$$\varepsilon(150 - 115,1) = 0,000173 \quad \text{met : } M_z = \frac{1}{4} Fl \text{ !!!!}$$

$$\varepsilon(150 + 8 - 115,1) = 0,000213$$

- d) De normaalspanning moet worden bepaald voor het hout en het staal afzonderlijk. De verdeling over de hoogte is lineair. (schetsje maken!)

Hout: $\sigma_b = -0,00057 \times 10000 = -5,7 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_o = 0,00017 \times 10000 = 1,7 \text{ N/mm}^2$

Staal: $\sigma_b = 0,00017 \times 210000 = 36,3 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_o = 0,00021 \times 210000 = 44,6 \text{ N/mm}^2$

- e) Neem het staal als afgeschoven deel. De resultante normaalkracht ten gevolge van alleen buiging op het afgeschoven deel is:

$$R_M^{(a)} = \frac{1}{2} (36,3 + 44,6) \times 92 \times 8 = 29784,3 \text{ N}$$

De schuifkracht per eenheid van lengte wordt hiermee:

$$s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V = -\frac{29784,3 \times 2500}{3750000} = -19,9 \text{ N/mm} \quad (V = 2,5 \text{ kN !!!!})$$

- f) Vanwege de as van symmetrie (waardoor de hoofdrichtingen samenvallen met het y-z-assenstelsel) mogen de *vergeet-mij-nietjes* worden gebruikt:

$$w_C = \frac{Fl^3}{48EI_{zz}} = 3,7 \text{ mm}$$

- g) Bovenste kernpunt, neem een *n.l.* aan langs de onderste rand van de doorsnede:

$$e_z = \frac{1}{EA} \times EI_{zz} \times (-1/z_1) = -\frac{EI_{zz}}{EA} \times \frac{1}{150 + 8 - 115,1} = -57,9 \text{ mm}$$