

Tentamen CT3109

CONSTRUCTIEMECHANICA 4

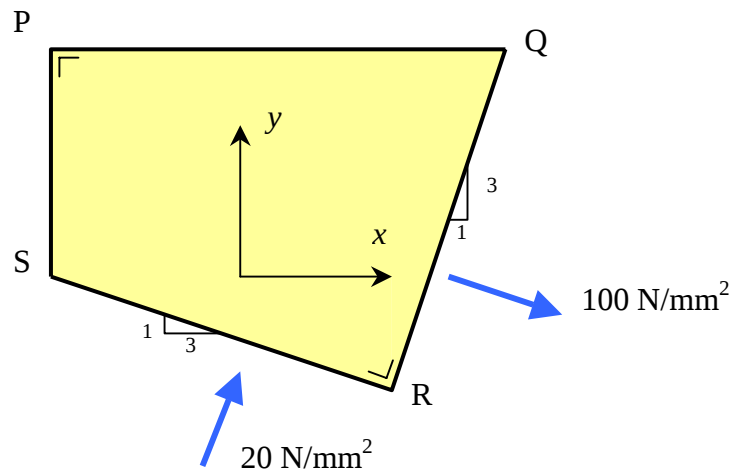
17 januari 2007,
09:00 – 12:00 uur

GA NA AFLOOP VOOR DE GEZELLIGHEID
EN DE UITWERKING LANGS BIJ PS.

- Dit tentamen bestaat uit 4 **opgaven**.
- Werk elke opgave uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van mobiele telefoons en UMTS tijdens het tentamen is niet toegestaan, dus uitzetten en van tafel verwijderen !
- Het gebruik van de grafische rekenmachine is toegestaan
- Maak zonodig gebruik van de meegeleverde formulebladen
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk

OPGAVE 1 : Spanningen en bezwijkmodellen**(ca 40 min)**

Van een homogene vlakspanningstoestand zijn op de vlakken SR en RQ die loodrecht op elkaar staan alle spanningen bekend en weergegeven in de onderstaande figuur.



Gegevens:

$$E = 150.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0.25$$

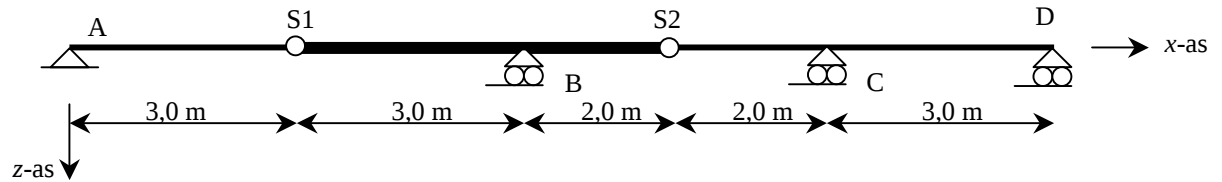
$$f_y = 115 \text{ N/mm}^2$$

Vragen:

- Geef de spanningstensor weer voor de spanningen op de vlakken SR en QR.
- Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en zet daarin de relevante waarden en geef duidelijk het richtingencentrum aan. Kies als schaal $1 \text{ cm} = 8 \text{ N/mm}^2$.
- Bepaal de spanningstensor voor het aangegeven x - y assenstelsel.
- Teken de spanningen op de vlakken PQ en PS zoals deze in werkelijkheid werken.
- Bepaal de rektensor in het x - y -assenstelsel.
- Bepaal de veiligheid volgens Tresca voor deze spanningstoestand.

OPGAVE 2 : Invloedslijnen**(ca 30 min)**

Hieronder is een liggerconstructie gegeven. De ligger heeft twee scharnieren S1 en S2. Het liggerdeel tussen deze beide scharnieren is star.

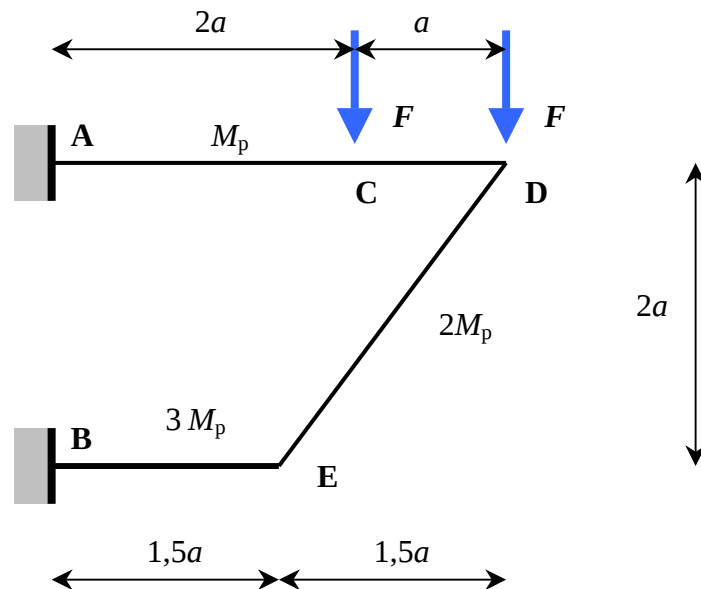
**Vragen:**

- Construeer de invloedslijn voor het moment in B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct rechts van B.
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct rechts van A.
- Schets de invloedslijn voor de zakking van scharnier S1.
- Schets de invloedslijn voor de hoekverdraaiing in A.
- Waar moet een gelijkmatig verdeelde belasting q van 5 kN/m worden geplaatst opdat het steunpuntsmoment in B maximaal is en hoe groot is dit maximale moment ?

Let op : Construeren houdt in dat de invloedslijn ook kwantitatief moet worden bepaald, schetsen houdt in dat de invloedslijn kwalitatief moet worden bepaald waarbij duidelijk moet worden aangegeven of lijnen recht of gekromd zijn.

OPGAVE 3 : Plasticiteit en bezwijkanalyse**(ca 50 min)**

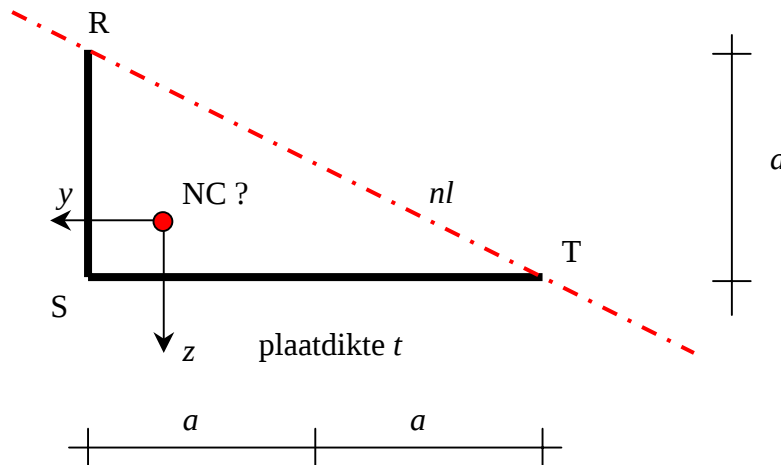
Hieronder is een raamwerk getekend waarvan de bezwijklast moet worden bepaald. Het raamwerk is in A en B ingeklemd en wordt in C en D verticaal belast met een puntlast F . Het deel ACD heeft een sterkte M_p , het deel ED heeft een sterkte van de $2M_p$ en deel BE heeft een sterkte van $3M_p$.

**Vragen :**

- Bepaal de mogelijke bezwijkmechanismen.
- Bepaal de bezwijkbelasting F_p .
- Teken voor het maatgevende mechanisme de momentenlijn met relevante waarden en vervormingstekens.

OPGAVE 4**(ca 60 min)**

Van een op buiging en extensie belaste staaf in een constructie is gegeven dat de homogene dwarsdoorsnede gemaakt is van plaatstaal met een dikte van 6,0 mm. Deze doorsnede, die in de figuur hieronder is weergegeven, mag worden beschouwd als een **dunwandig profiel**. Verder is gegeven dat bij een normaalkracht (trekkracht) van 36,0 kN de neutrale lijn door RT gaat en juist raakt aan de doorsnede die volledig op trekspanning wordt belast.



Gegevens : $E = 200000 \text{ N/mm}^2$; $a = 50 \text{ mm}$; $t = 6 \text{ mm}$

$$N = 36 \text{ kN};$$

$$V_y = 10 \text{ kN}; \quad V_z = 2,5 \text{ kN}$$

$$M_y = ? \text{ kNm}; \quad M_z = ? \text{ kNm}$$

Vragen:

- Bepaal de ligging van het normaalkrachtencentrum NC van deze *homogene dunwandige* doorsnede en bepaal alle doorsnede grootheden.
- Geef de vergelijking voor de neutrale lijn.
- Toon aan dat de vervorming van de doorsnede kan worden beschreven met :

$$\varepsilon = 2,0 \times 10^{-4}; \quad \kappa_y = 0,4 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1} \quad \kappa_z = 0,8 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

- Bepaal de componenten van het moment dat in deze doorsnede werkt en teken in een figuur van de dwarsdoorsnede het belastingvlak m en het krommingsvlak k .
- Teken in een 2^e figuur de normaalspanningsverdeling en teken deze door de spanning loodrecht uit te zetten op het plaatmateriaal van de doorsnede.

De ligger wordt belast met een dwarskracht V waarvan de componenten in y - en z -richting in de opgave zijn gegeven:

- Geef aan waar de maximale schuifspanning optreedt.
- Bepaal de maximale waarde van deze schuifspanning.
- Bepaal de schuifspanning in S.

FORMULEBLAD

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en:} \quad \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EI_{yy}EI_{zz} - EI_{yz}^2} \begin{bmatrix} EI_{zz} & -EI_{yz} \\ -EI_{yz} & EI_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y ES_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z ES_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of:} \quad s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen voor een 2^e orde tensor:

$$k_{1,2} = \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})\right]^2 + k_{xy}^2} \quad \tan 2\alpha = \frac{k_{xy}}{\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy})}$$

Tensor transformatieformules en invarianten (2D):

$$\begin{aligned} k_{\bar{x}\bar{x}} &= \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) + \frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha + k_{xy} \sin 2\alpha \\ k_{\bar{y}\bar{y}} &= \frac{1}{2}(k_{xx} + k_{yy}) - \frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha - k_{xy} \sin 2\alpha \\ k_{\bar{x}\bar{y}} &= -\frac{1}{2}(k_{xx} - k_{yy}) \sin 2\alpha + k_{xy} \cos 2\alpha \end{aligned} \quad \begin{aligned} I_1 &= k_{xx} + k_{yy} \\ I_2 &= k_{xx}k_{yy} - k_{xy}^2 \end{aligned}$$

Rekdefinitie:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

Spanning-rek relaties :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \end{cases} \quad \text{met} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Tresca:

$$\begin{aligned} |\sigma_1 - \sigma_2| &\leq 2c \\ |\sigma_2 - \sigma_3| &\leq 2c \\ |\sigma_3 - \sigma_1| &\leq 2c \end{aligned}$$

Von Mises (op basis van een trekproef en afschuifproef):

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) &\leq \frac{1}{3} f_y^2 \\ \frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) &\leq \tau_y^2 \end{aligned}$$

(1)		$\theta_2 = \frac{Tl}{EI}; w_2 = \frac{Tl^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}; w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}; w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{Tl}{EI}; \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{Tl}{EI}; w_3 = \frac{1}{16} \frac{Tl^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}; w_3 = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}; w_3 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{Tl}{EI}; \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{Tl}{EI}; w_3 = 0$

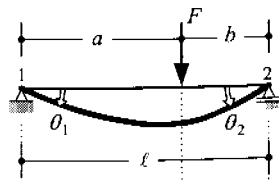
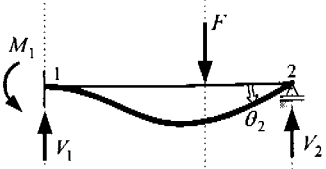
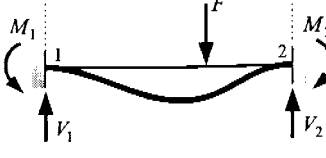
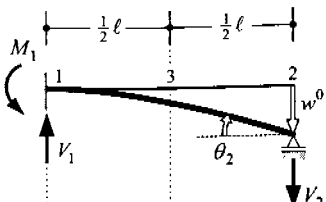
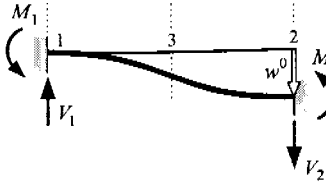
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)		statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)	
(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{Tl}{EI}; w_3 = \frac{1}{32} \frac{Tl^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{Fl^2}{EI}; w_3 = \frac{7}{768} \frac{Fl^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} Fl; V_1 = \frac{11}{16} F; V_2 = \frac{5}{16} F$	
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{ql^3}{EI}; w_3 = \frac{1}{192} \frac{ql^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} ql^2; V_1 = \frac{5}{8} ql; V_2 = \frac{3}{8} ql$	
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{Fl^2}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} Fl; V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} ql^2; V_1 = V_2 = \frac{1}{2} ql$	
(b)		$\theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Tl}{EI}; w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	

Enkele formules voor prismaische liggers met buigstijfheid EI .
T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_1 en V_1 zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede 1 van de ligger ten gevolge van de oplegreactiones.

(c)		$\theta_1 = \frac{F a b (\ell + b)}{6 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{6 E I} \left(2 \frac{a}{\ell} - 3 \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{F a b (\ell + a)}{6 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{6 E I} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{F b (\ell^2 - b^2)}{2 \ell^2} = F \ell \left(\frac{a}{\ell} - \frac{3 a^2}{2 \ell^2} + \frac{1 a^3}{2 \ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{F b (3 \ell^2 - b^2)}{2 \ell^3} = F \left(1 - \frac{3 a^2}{2 \ell^2} + \frac{1 a^3}{2 \ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{F a^2 (3 \ell - a)}{2 \ell^3} = F \left(\frac{3 a^2}{2 \ell^2} - \frac{1 a^3}{2 \ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{F a^2 b}{4 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{4 E I} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{F a b^2}{\ell^2} = F \ell \left(\frac{a}{\ell} - 2 \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{F b^2 (\ell + 2 a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3 \frac{a^2}{\ell^2} + 2 \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{F a^2 b}{\ell^2} = F \ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{F a^2 (\ell + 2 b)}{\ell^3} = F \ell \left(3 \frac{a^2}{\ell^2} - 2 \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3 E I}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3 E I}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3 w^0}{2 \ell}$ $\theta_3 = \frac{9 w^0}{8 \ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6 E I}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12 E I}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3 w^0}{2 \ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen