

Tentamen CT3109

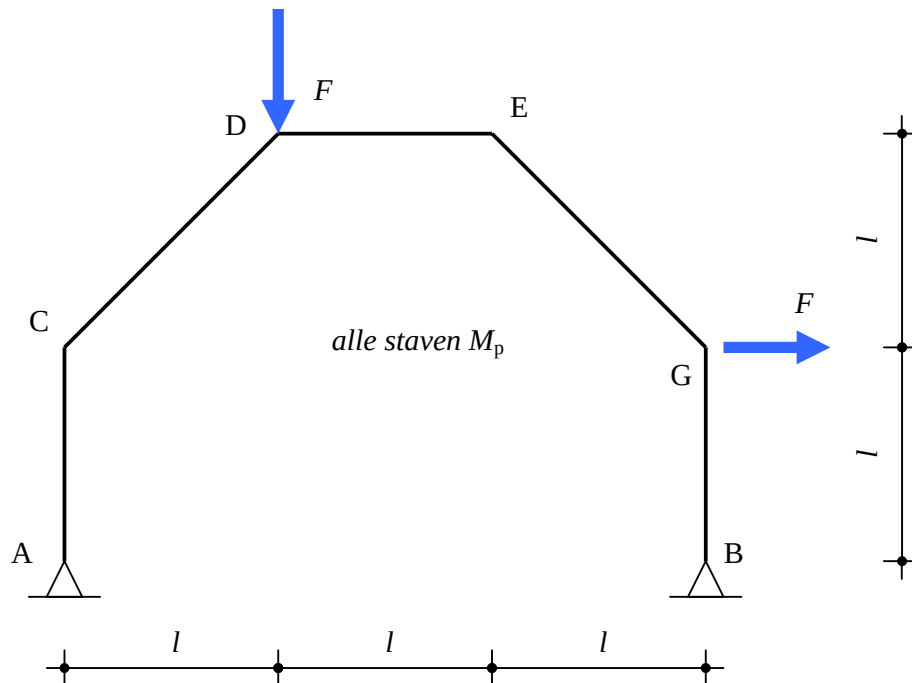
CONSTRUCTIEMECHANICA 4

18 jan 2010,
09:00 – 12:00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 **opgaven**.
- Werk elke opgave uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van mobiele telefoons en UMTS tijdens het tentamen is niet toegestaan, dus uitzetten en van tafel verwijderen !
- Het gebruik van de grafische rekenmachine is toegestaan
- Maak zonodig gebruik van de meegeleverde formulebladen
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk

OPGAVE 1 : Plasticiteit en bezwijktheorie**(ca 45 min)**

In de onderstaande figuur is een geknikt spant weergegeven die in A en B scharnierend is opgelegd. In D en G wordt het spant belast met de aangegeven krachten F .

**Vragen:**

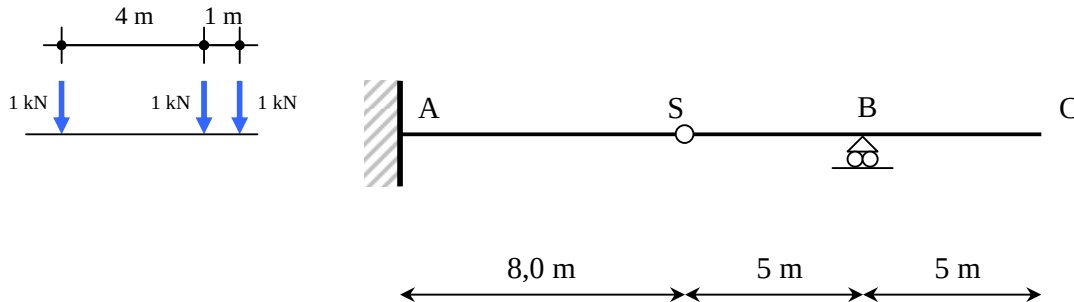
- Bepaal de mogelijke bezwijkmechanismen en teken deze met kleine schetsjes.
- Van alle mechanismen die kunnen optreden mag u **maximaal 3 mechanismen** echt onderzoeken. Geef **oordeelkundig** aan welke drie mechanismen in aanmerking komen als maatgevend bezwijkmechanisme en onderzoek deze. Bepaal zo de bezwijkbelasting F_p .

Opmerking : Oordeelkundig houdt hier in dat u gemotiveerd kunt aangeven waarom een bepaald mechanisme een lagere bezwijklast zal hebben in vergelijking tot de anderen.

- Teken voor het maatgevende mechanisme de momentenlijn met relevante waarden en vervormingstekens.

OPGAVE 2 : Invloedslijnen**(ca 45 min)**

Een laststelsel bestaande uit drie eenheidslasten rijdt over de onderstaande scharnierligger. De lasten hebben een vaste afstand tot elkaar.

**Vragen :**

Construeer voor deze constructie, in één figuur onder elkaar, de invloedslijnen voor :

- De verticale oplegreactie in A
- Het inklemmingsmoment in A
- De dwarskracht links van het scharnier
- De dwarskracht rechts van het scharnier
- De zakking van het scharnier S
- De oplegreactie in B

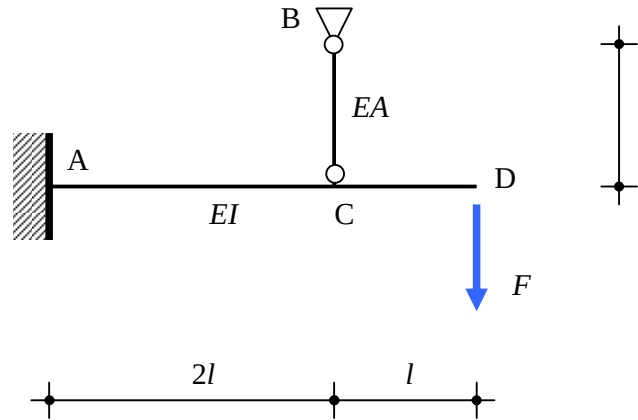
Wat is de meest ongunstige positie voor het laststelsel en bepaal de grootte van de gevraagde grootheid in deze situatie voor :

- Het inklemmingsmoment in A
- De oplegreactie in B

Opmerking : Construeren houdt in dit verband in dat de vorm en de invloedsfactoren van de invloedslijn volledig zijn bepaald.

OPGAVE 3 : Arbeid en Energiemethoden**(ca 45 min)**

Een enkelzijdig ingeklemde buigligger ACD met buigstijfheid EI is opgehangen aan een pendelstaaf BC met axiale stijfheid EA .



Gegeven : $l = 2 \text{ m}$; $EI = 10000 \text{ kNm}^2$; $EA = 1000 \text{ kN}$; $F = 62 \text{ kN}$

Vragen:

- a) Bepaal van deze constructie met behulp van een arbeid- of energiemethode naar keuze de momentenlijn en teken deze inclusief de vervormingstekens en schrijf de extreme waarden erbij.

Merk op : Hoewel het erg verleidelijk is om dit op te lossen met de krachtenmethode wordt hier expliciet getoetst op een leerdoel m.b.t. arbeid en energie. U mag uiteraard uw uitkomst wel controleren met de krachtenmethode maar naar deze methode wordt niet gevraagd!

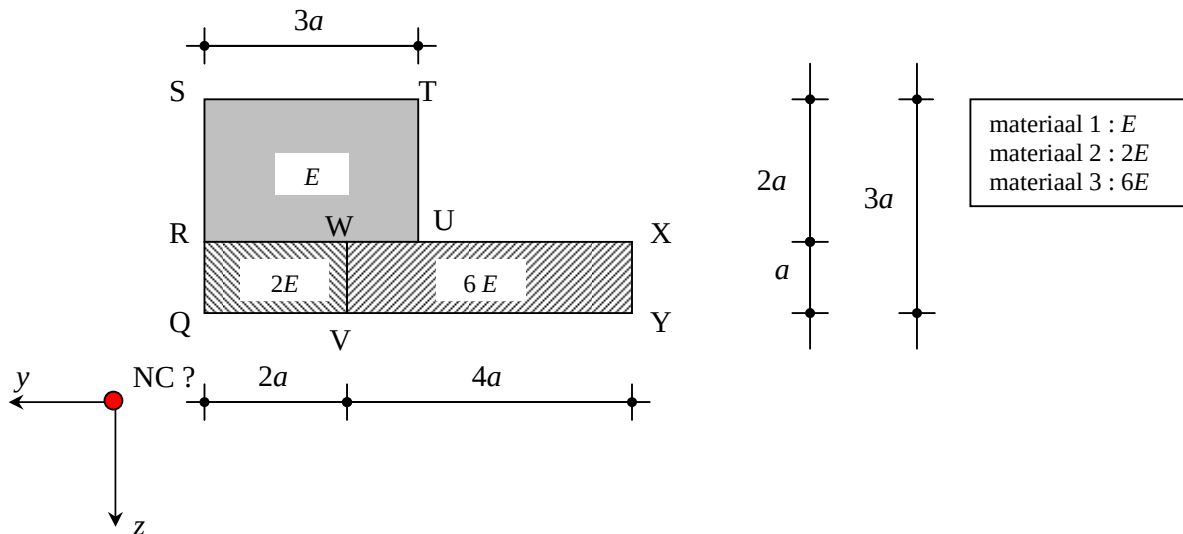
- b) Bepaal de normaalkracht in de pendelstaaf.
- c) Als de pendelstaaf een rekloze staaf is, hoe groot is dan de normaalkracht in deze pendel ?

Merk op : Hier wordt niet expliciet aangegeven welke methode U dient te gebruiken, iedere methode naar eigen inzicht, mits toepasbaar, voldoet dus.

OPGAVE 4

(ca 45 min)

Van een op buiging belaste staaf in een constructie is gegeven dat de inhomogene dwarsdoorsnede gemaakt is van een composiet bestaande uit drie verschillende materialen. De delen zijn in de figuur aangegeven met hun elasticiteitsmoduli. De samengestelde doorsnede mag worden beschouwd als een starre doorsnede.



Gegevens : $E = 15000 \text{ N/mm}^2$; $a = 50 \text{ mm}$;

$$N = 0 \text{ kN};$$

$$V_y = 10 \text{ kN}; \quad V_z = 0 \text{ kN}$$

$$M_y = 70,0 \text{ kNm}; \quad M_z = 0 \text{ kNm}$$

Vragen:

- Bepaal de ligging van het normaalkrachtencentrum NC.
- Welke relatie legt de constitutieve relatie van de doorsnede?
- De constitutieve matrix voor deze doorsnede is hieronder weergegeven. Laat zien dat de waarde van het element in de 3^e kolom van de 2^e rij correct is.

$$\frac{Ea^2}{102} \begin{bmatrix} 3468 & 0 & 0 \\ 0 & 9169a^2 & -1566a^2 \\ 0 & -1566a^2 & 1576a^2 \end{bmatrix}$$

- Teken in een figuur van de dwarsdoorsnede de *neutrale lijn*, het *belastingvlak* m en het *krommingsvlak* k .
- Teken in een 2^e figuur de normaalspanningsverdeling voor het deel RSTU (materiaal 1) en het deel VWXY (materiaal 3) en zet deze spanningen uit t.o.v. een lijn die loodrecht staat op de neutrale lijn.
- Bepaal de schuifstroom (in N/mm) in het horizontale vlak tussen R en U
- Leg uit welke vorm de kern van deze doorsnede heeft en hoe deze kan worden bepaald. (**merk op:** ga niet rekenen!)

FORMULEBLAD

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en : } \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y ES_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z ES_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of : } s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

Vormveranderingsenergie:

$$E_v = \int \frac{1}{2} EA \varepsilon^2 dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_v = \int \frac{1}{2} EI \kappa^2 dx \quad (\text{buiging})$$

Complementaire energie:

$$E_c = \int \frac{N^2}{2EA} dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_c = \int \frac{M^2}{2EI} dx \quad (\text{buiging})$$

Stellingen van Castigliano:

$$F_i = \frac{\partial E_v}{\partial u_i} \quad u_i = \frac{\partial E_c}{\partial F_i}$$

Kinematische betrekkingen:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}$$

$$\kappa = -\frac{d^2 w}{dx^2}$$

Constitutieve betrekkingen:

$$N = EA \varepsilon$$

$$M = EI \kappa$$

Arbeidsmethode met eenheidslast:

$$u = \int \frac{M(x)m(x)dx}{EI}$$

Hulpmiddelen bij het integreren van producten van functies e.d. :

m				
M				
	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{6}jkl$	$\frac{1}{6}(j_1 + 2j_2)kl$	$\frac{1}{2}jkl$
	$\frac{1}{6}jkl$	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{6}(2j_1 + j_2)kl$	$\frac{1}{2}jkl$
	$\frac{1}{6}j(k_1 + 2k_2)l$	$\frac{1}{6}j(2k_1 + k_2)l$	$\frac{1}{6}\{j_1(2k_1 + k_2) + j_2(k_1 + 2k_2)\}l$	$\frac{1}{2}j(k_1 + k_2)l$
	$\frac{1}{2}jkl$	$\frac{1}{2}jkl$	$\frac{1}{2}(j_1 + j_2)kl$	jkl
	$\frac{1}{6}jk(l+a)$	$\frac{1}{6}jk(l+b)$	$\frac{1}{6}\{j_1(l+b) + j_2(l+a)\}k$	$\frac{1}{2}jkl$
	$\frac{5}{12}jkl$	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{1}{12}(3j_1 + 5j_2)kl$	$\frac{2}{3}jkl$
	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{5}{12}jkl$	$\frac{1}{12}(5j_1 + 3j_2)kl$	$\frac{2}{3}jkl$
	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{1}{12}jkl$	$\frac{1}{12}(j_1 + 3j_2)kl$	$\frac{1}{3}jkl$
	$\frac{1}{12}jkl$	$\frac{1}{4}jkl$	$\frac{1}{12}(3j_1 + j_2)kl$	$\frac{1}{3}jkl$
	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{3}jkl$	$\frac{1}{3}(j_1 + j_2)kl$	$\frac{2}{3}jkl$

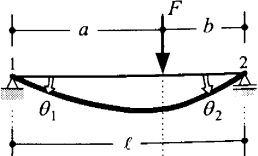
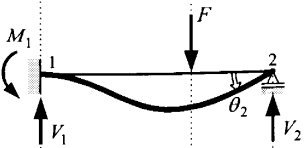
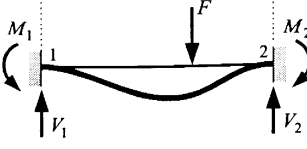
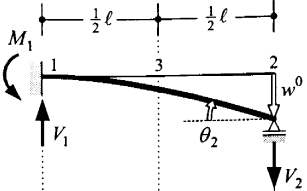
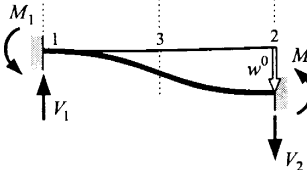
(1)		$\theta_2 = \frac{TL}{EI}; \quad w_2 = \frac{TL^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{TL}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{TL^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{Fl^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{TL}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)		statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)	
(b)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{TL}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{TL^2}{EI}$	
(11)		$M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q\ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q\ell$	
(10)		$M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F\ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$	
(9)		$M_1 = \frac{1}{8} q\ell^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} q\ell; \quad V_2 = \frac{3}{8} q\ell$	
(8)		$M_1 = \frac{1}{16} F\ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$	
(7)		$M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$	

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid EI .
 T , F en q zijn belastingen door resp. een koppell, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
 M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

(c)		$\theta_1 = \frac{Fab(\ell + b)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fab(\ell + a)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{Fb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{2\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{2\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(3\ell - a)}{2\ell^3} = F \left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{Fab^2}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb^2(\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(\ell + 2b)}{\ell^3} = F \left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen