

Tentamen CT3109

CONSTRUCTIEMECHANICA 4

19 jan 2005,
09:00 – 12:00 uur

GA NA AFLOOP VOOR DE GEZELLIGHEID
EN DE UITWERKING LANGS BIJ PS.

- Dit tentamen bestaat uit 5 **opgaven**.
- Werk elke opgave uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- Het gebruik van mobiele telefoons tijdens het tentamen is niet toegestaan, dus uitzetten en van tafel verwijderen !
- Maak gebruik van de meegeleverde formulebladen
- Let op de aangegeven tijd per vraagstuk

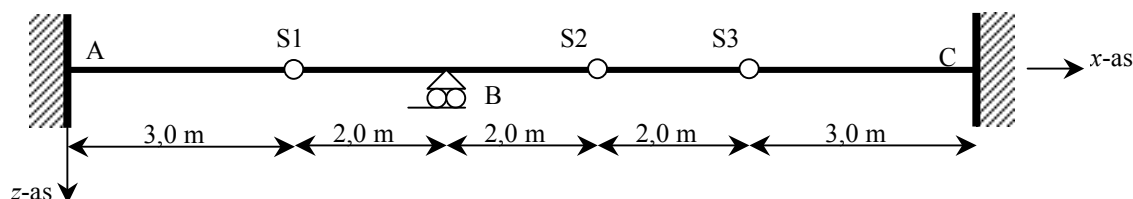
OPGAVE 1 : Spanningen en rekken (ca 20 min)

Voor een homogeen isotroop lineair elastisch materiaal vallen de hoofdrichtingen voor de rekken samen met de hoofdrichtingen voor de spanningen.

- a) Wat houdt homogeen isotroop en lineair elastisch in ?
- b) Welke consequenties heeft dit in praktische zin voor de cirkels van Mohr voor de rekken en de spanningen ?
- c) Toon op basis van de spanning-rek relaties aan dat deze hoofdrichtingen inderdaad gelijk zijn.

OPGAVE 2 : Invloedslijnen**(ca 40 min)**

Deze opgave bestaat uit twee delen. Hieronder is een liggerconstructie gegeven. De ligger is in A en C volledig ingeklemd en heeft drie scharnieren S1, S2 en S3. De invloed van eventuele normaalkracht vervorming wordt buiten beschouwing gelaten.

**Vragen deel 1:****(ca 30 min)**

- a) Construeer de invloedslijnen voor de onderstaande krachtsgr grootheden:
 - de oplegreactie in B
 - het overgangsmoment in B
 - de dwarskracht direct rechts van B
 - de dwarskracht links van S3
 - het moment in de ligger t.p.v. de inklemming in C
- b) Schets de invloedslijnen voor de onderstaande verplaatsingsgr grootheden:
 - de zakking van scharnier S1
 - de zakking van scharnier S2

Stel de ligger wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting van $+5,0 \text{ kN/m}$.

- c) Waar moet de belasting worden aangebracht opdat het moment in C maximaal wordt ?
- d) Hoe groot is dit maximale moment voor de aangebrachte belasting ?

Let op : Construeren houdt in dat de invloedslijn ook kwantitatief moet worden bepaald, schetsen houdt in dat de invloedslijn kwalitatief moet worden bepaald waarbij duidelijk moet worden aangegeven of lijnen recht of gekromd zijn.

Vragen deel 2 : Theorie invloedslijnen**(ca 10 min)**

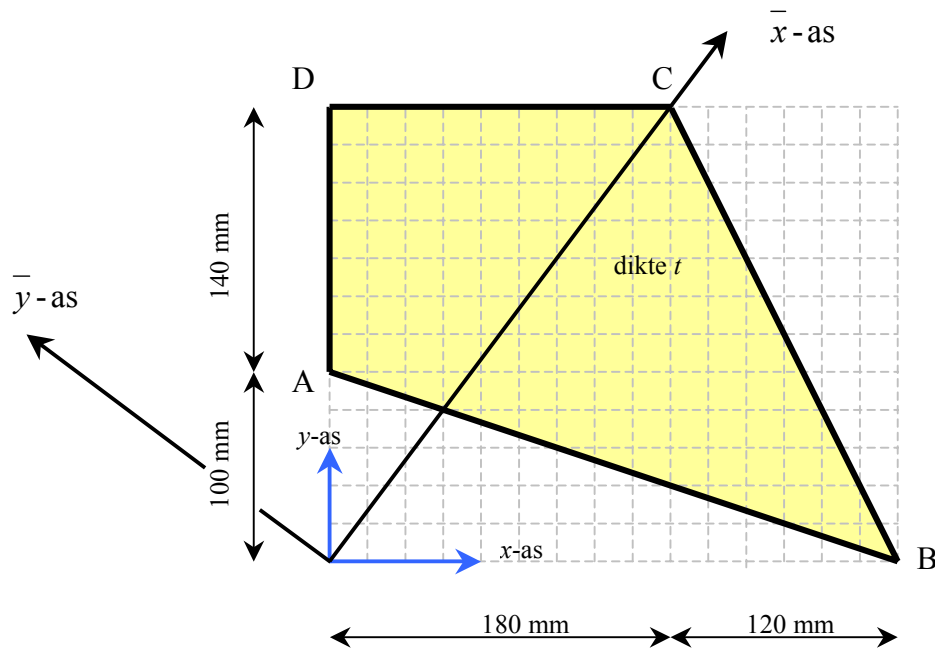
- f) Op welk principe berust de wederkerigheid van Maxwell-Betti ?
- g) Hoe wordt van dit principe gebruik gemaakt bij het bepalen van de invloedslijn voor de zakking in een specifiek punt ?

OPGAVE 3 : Elasticiteit en bezwijkomhullende (ca 40 min)

Van een fictief, homogeen isotroop, plaatmateriaal is een proefstuk gemaakt waarvan de afmetingen in de onderstaande figuur zijn aangegeven. De plaatdikte is overal t . In het proefstuk heerst een homogene vlakspanningstoestand. Het verplaatsingsveld in het $(\bar{x}, \bar{y})$ -assenstelsel is gegeven als:

$$u_{\bar{x}} = 4 \times 10^{-4} + 18 \times 10^{-4} \bar{x} - 20 \times 10^{-4} \bar{y}$$

$$u_{\bar{y}} = 4 \times 10^{-4} \bar{x} + 6 \times 10^{-4} \bar{y}$$



Gegevens : $E = 62500 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,25$ en $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$.

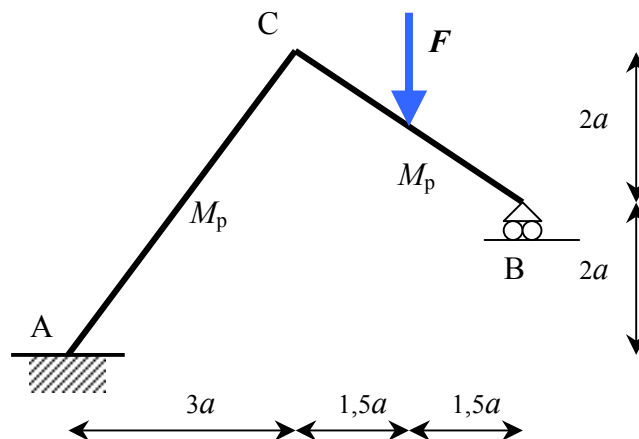
Opmerking : Maak gebruik van het meegeleverde formuleblad.

Vragen:

- Teken de cirkel van Mohr voor rekken daarbij als schaal : $1 \text{ cm} \hat{=} 2 \times 10^{-4}$. Geef duidelijk het Richtingen Centrum en de hoofdrichtingen aan. Geef ook alle relevante waarden in de cirkel aan.
- Bepaal met de rekcirkel de rekken in vezels evenwijdig aan AD en DC.
- Bereken de hoofdspansingen en teken de spanningscirkel van Mohr. Neem als schaal $1 \text{ cm} \hat{=} 10 \text{ N/mm}^2$. Geef het RC en de hoofdrichtingen aan !
- Bepaal de spanningen op de plaatranden AB, BC, CD en DA. De waarden van de spanningen mogen worden afgelezen uit de getekende cirkel. Geef de spanningen weer zoals ze werken op de aangegeven plaatranden.
- Het plaatmateriaal volgt de vloeivoorwaarde van von Mises.
 - Wat is de achtergrond van deze vloeivoorwaarde ?
 - Welke veiligheidsmarge heeft deze spanningstoestand volgens von Mises ?

OPGAVE 4 : Plasticiteit en bezwijkanalyse (ca 40 min)

Hieronder is een raamwerk getekend waarvan de bezwijklast moet worden bepaald. Het raamwerk is in A ingeklemd en in B opgelegd d.m.v. een horizontale rol. Het raamwerk wordt halverwege BC verticaal belast met een puntlast F . Alle staven hebben een volplastisch moment M_p .

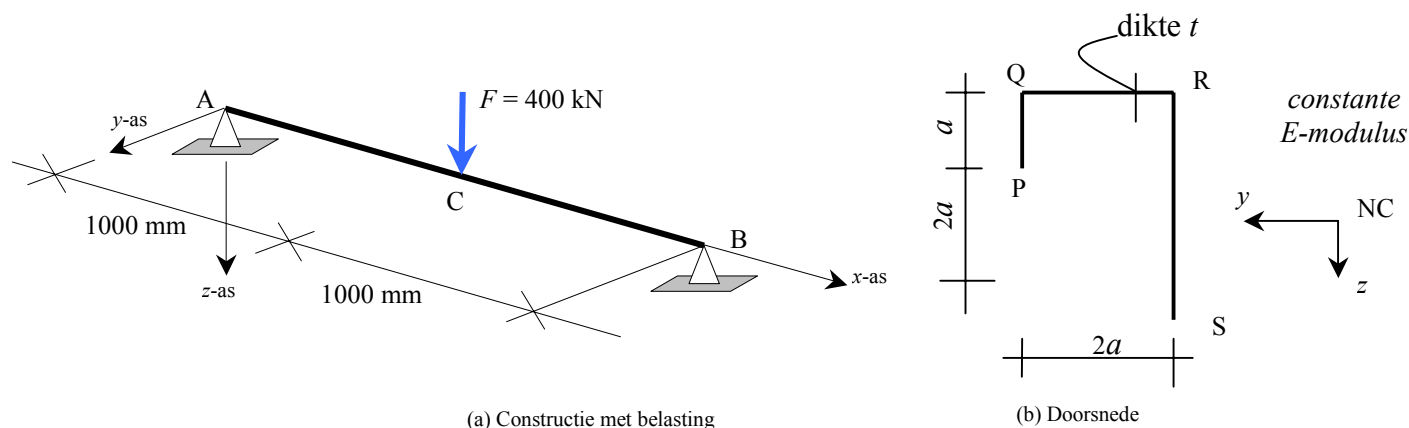
**Vragen :**

- Bepaal de mogelijke bezwijkmechanismen.
- Bepaal de bezwijkbelasting F_p .
- Teken voor het maatgevende mechanisme de momentenlijn met relevante waarden en vervormingstekens.

OPGAVE 5**(ca 40 min)**

Een in A en B opgelegde balk heeft een niet-symmetrische doorsnede. De ligger wordt in de z -richting belast met een puntlast F halverwege de overspanning zoals in figuur (a) is aangegeven.

De doorsnede bestaat uit een dunwandig geknikt profiel met een constante plaatdikte t zoals is aangegeven in figuur (b). Er mag worden aangenomen dat de belasting in de doorsnede aangrijpt in het dwarskrachtencentrum waardoor geen wringing ontstaat.



Gegeven : $E = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$; $a = 180 \text{ mm}$; $t = 10 \text{ mm}$;

Vragen :

- a) Bepaal de ligging van het normaalkrachtencentrum NC en toon aan dat voor de weergegeven doorsnede geldt :

$$EI_{yy} = 4ta^3 E; \quad EI_{yz} = -\frac{7}{3}ta^3 E; \quad EI_{zz} = \frac{31}{6}ta^3 E$$

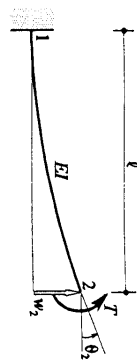
- b) Teken de doorsnede (schaal 1:5) en geef de ligging aan van het belastingvlak m en het krommingsvlak k .
 c) Toon aan dat t.p.v. doorsnede C de vergelijking voor de neutrale lijn kan worden weergegeven met:

$$70y + 120z = 0$$

- d) Teken in de doorsnede de ligging van deze neutrale lijn en bepaal de normaalspanningsverdeling over het deel RS en zet deze loodrecht uit op het plaatmateriaal.
 e) Beantwoord t.a.v. het schuifspanningsverloop de volgende vragen:
- Bepaal over het deel RS het verloop van de schuifspanning
 - Waar treedt over dit deel de maximale schuifspanning op en hoe groot is deze ?
 - Teken voor dit deel het verloop van de schuifspanning en geef de relevante waarden aan in de tekening..

Opmerking: Ga voor de bepaling van de schuifspanningen uit van een positieve snede juist links van C.

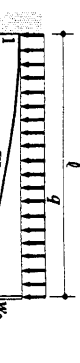
Enige formules voor prismatische staven (vergeet-nij-niejes)



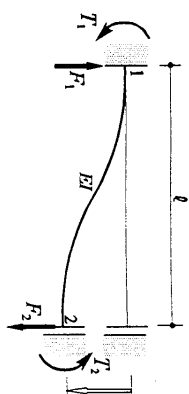
$$\theta_2 = \frac{Tl}{EI}, \quad w_2 = \frac{Tl^2}{2EI}$$



$$\theta_2 = \frac{Fl^2}{2EI}, \quad w_2 = \frac{Fl^3}{3EI}$$

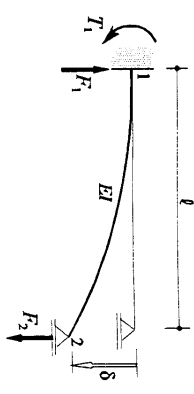


$$\theta_2 = \frac{ql^3}{6EI}, \quad w_2 = \frac{ql^4}{8EI}$$



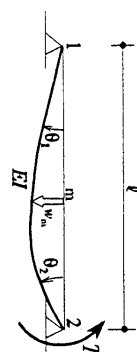
$$T_1 = T_2 = \frac{6EI}{l^2} \delta$$

$$F_1 = F_2 = \frac{12EI}{l^3} \delta$$



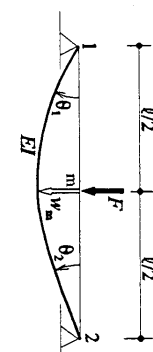
$$T_1 = \frac{3EI}{l^2} \delta$$

$$F_1 = F_2 = \frac{3EI}{l^3} \delta$$



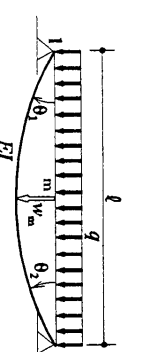
$$\theta_1 = \frac{Tl}{6EI}, \quad \theta_2 = \frac{Tl}{3EI}$$

$$w_m = \frac{Tl^2}{16EI}$$



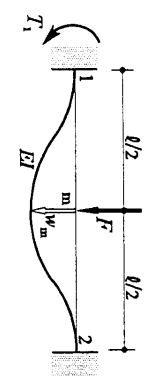
$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{Fl^2}{16EI}$$

$$w_m = \frac{Fl^3}{48EI}$$



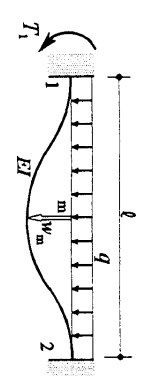
$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{ql^3}{24EI}$$

$$w_m = \frac{5ql^4}{384EI}$$



$$T_1 = T_2 = \frac{1}{8} F l$$

$$w_m = \frac{1}{192} \frac{F l^3}{EI}$$



$$T_1 = T_2 = \frac{1}{12} q l^2$$

$$w_m = \frac{1}{384} \frac{q l^4}{EI}$$

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en :} \quad \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y E S_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z E S_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of :} \quad s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

Vervolg vergeet-mij-nietjes:

$\theta_1 = \frac{ab(\ell+b)}{6\ell} \frac{F}{EI}$
 $\theta_2 = \frac{ab(\ell+a)}{6\ell} \frac{F}{EI}$
 $T_1 = \frac{Fab^2}{\ell^2}$, $T_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2}$

$\theta_2 = \frac{T\ell}{4EI}$
 $T_1 = \frac{1}{2}T$, $F_1 = F_2 = \frac{3}{2}T$
 $\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F\ell^2}{EI}$, $T_1 = \frac{3}{16} \frac{F\ell}{EI}$
 $F_1 = \frac{11}{16}F$, $F_2 = \frac{5}{16}F$
 $\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{q\ell^3}{EI}$, $T_1 = \frac{1}{8} q\ell^2$
 $F_1 = \frac{5}{8} q\ell$, $F_2 = \frac{3}{8} q\ell$

Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \text{ of } \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \end{cases} \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Vervormingen:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \text{ voor } i, j = x, y$$

Von Mises (op basis van een trekproef):

$$\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] - \frac{1}{3} f_y^2 \leq 0$$