

Schriftelijk tentamen	CTB3330 ConstructieMechanica 4
Totaal aantal pagina's	8 pagina's excl voorblad
Datum en tijd	25-06-2019 van 09:00-12:00 uur
Verantwoordelijk docent	J.W. (Hans) Welleman

Werk iedere opgave afzonderlijk uit op het daarvoor bestemde vel papier

Opgaven (in te vullen door examiner)

Totaal aantal tentamenopgaven: 4, allen met open vragen

☐ **alle opgaven tellen even zwaar**

☒ **de opgaven hebben verschillende gewicht** (*het gewicht is in tijd weergegeven*)

Gebruik hulpmiddelen en informatiebronnen tijdens tentamen (in te vullen door examiner)

Niet toegestaan:

- Mobiele telefoon, smart Phone of apparaten met vergelijkbare functies.
- Antwoord geschreven met rode pen of met potlood.
- Hulpmiddelen en/of informatiebronnen tenzij hieronder anders vermeld.

Toegestaan: (aanvinken met kruisje)

☐ **boeken** ☐ **aantekeningen** ☐ **woordenboeken** ☐ **dictaten**

☐ **formulebladen (zie ook onder aanvullende informatie)** ☒ **rekenmachines** ☐ **computer**

☒ **grafische rekenmachine** ☒ **tekenmaterialen waaronder een passer**

Aanvullende informatie (eventueel in te vullen door examiner)

Voor een vlotte verwerking bij het nakijken is het essentieel dat iedere opgave op een apart vel papier wordt beantwoord. Ga dus **niet** op het zelfde papier door met een volgende opgave.

Uiterlijke datum nakijken tentamen: (de uiterlijke nakijktermijn is 15 werkdagen)

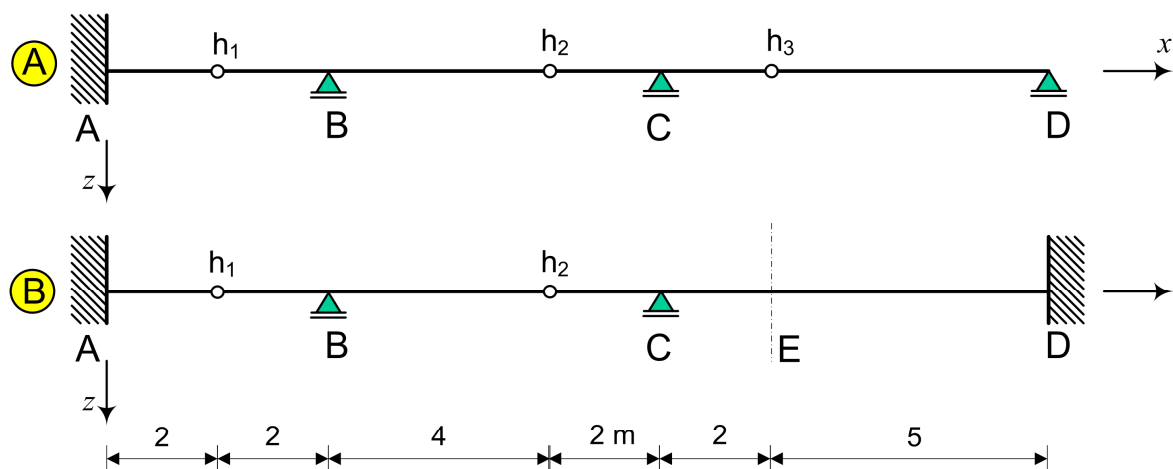


Elk vermoeden van fraude wordt
gemeld bij de examencommissie.

Mobiel UIT

OPGAVE 1 : Invloedslijnen**(ca 40 min)**

In figuur 1 zijn twee scharnierliggers gegeven. Scharnieren worden aangeduid met een h.

**Figuur 1 : Scharnierligger**

Vragen:

Beantwoord de volgende vragen op basis van constructie (A) :

- Construeer de invloedslijn voor het moment in D,
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct links van B,
- Construeer de invloedslijn voor de dwarskracht direct links van scharnier h_2 ,
- Construeer de invloedslijn voor de oplegreactie in C,
- Schets de invloedslijn voor de rotatie van B,
- Schets de invloedslijn voor de zakking van h_3 .

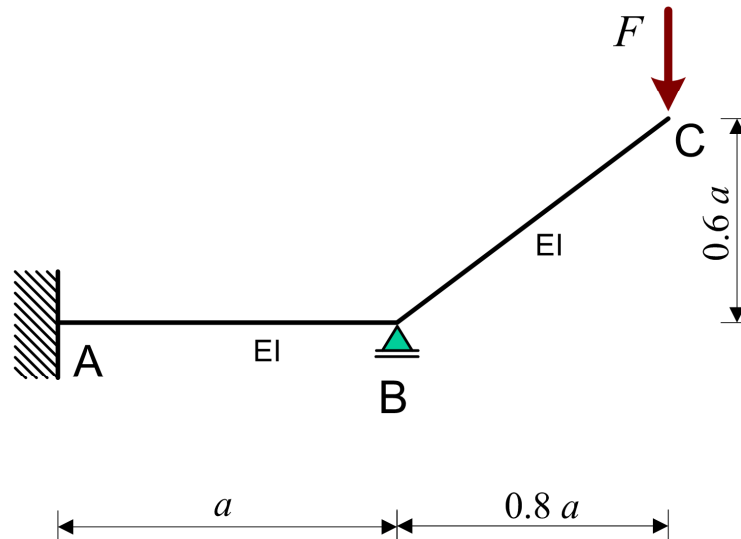
Beantwoord de volgende vragen op basis van constructie (B) :

- Schets de invloedslijn voor de dwarskracht in E.
- Schets de invloedslijn voor het moment in D.

Let op : Construeren houdt in dat de invloedslijn ook kwantitatief moet worden bepaald, schetsen houdt in dat de invloedslijn kwalitatief moet worden bepaald waarbij duidelijk moet worden aangegeven of lijnen recht of gekromd zijn.

OPGAVE 2 : Arbeid en energie**(ca 50 min)**

Van de in figuur 2 afgebeelde geknikte uitkragende ligger wordt gevraagd met behulp van een arbeids- en energiemethode, een *vergeet-mij-nietje* te bepalen voor de verticale verplaatsing w van punt C ten gevolgen van de aangegeven belasting. De ligger is in A volledig ingeklemd en wordt in B ondersteund met een horizontale rol. De buigstijfheid van de prismatische ligger is EI . Alleen de invloed van de buigvervorming wordt in rekening gebracht. Kies zelf handige assenstelsels om dit vraagstuk op te lossen.



Figuur 2 : Geknikte uitkragende ligger met een puntlast

Vragen:

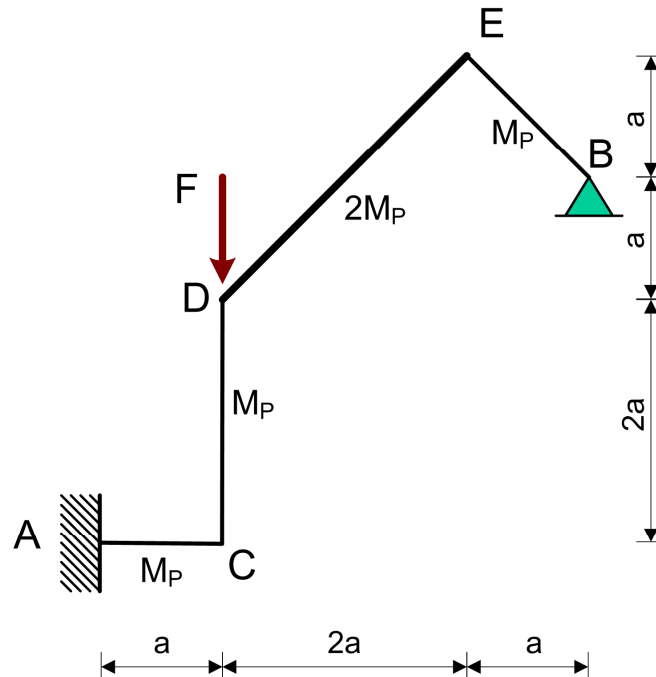
- Beschrijf de noodzakelijke stappen om met het theorema van Castigliano de zakking in C te bepalen.
- Bepaal op de door u beschreven wijze een uitdrukking voor de zakking van punt C op basis van de gehanteerde parameters.

Merk op: Ondersteun uw beantwoording zo nodig met schetsjes zodat duidelijk is hoe u aan uw vergelijkingen komt en geef daarbij duidelijk aan wat uw positieve definities zijn voor de onbekende(n).

OPGAVE 3 : Plasticiteit en bezwijkanalyse**(ca 45 min)**

In figuur 3 is een raamwerk constructie getekend waarvan de bezwijklast moet worden bepaald. De constructie wordt belast met de aangegeven puntlast in D.

LET OP: De staafdelen hebben een verschillende sterkte zoals in de figuur is aangegeven.



Figuur 3 : Geknikte constructie

Vragen :

- a) Geef uw zienswijze op de volgende stelling:

De bezwijklast volgens de bovengrensbepaarding geeft een veilige waarde.

- b) Geef uw zienswijze op de volgende stelling:

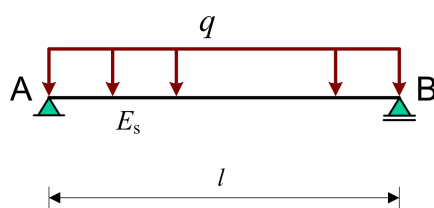
De extra draagcapaciteit boven de elastische grens komt uitsluitend door effecten op constructieniveau (statisch systeem).

- c) Analyseer de constructie en bepaal de mogelijke bezwijkmechanismen en geef deze met schetsjes weer.
- d) Bepaal de bezwijkbelasting F_p .
- e) Hoe kunt u uw antwoord verifiëren?

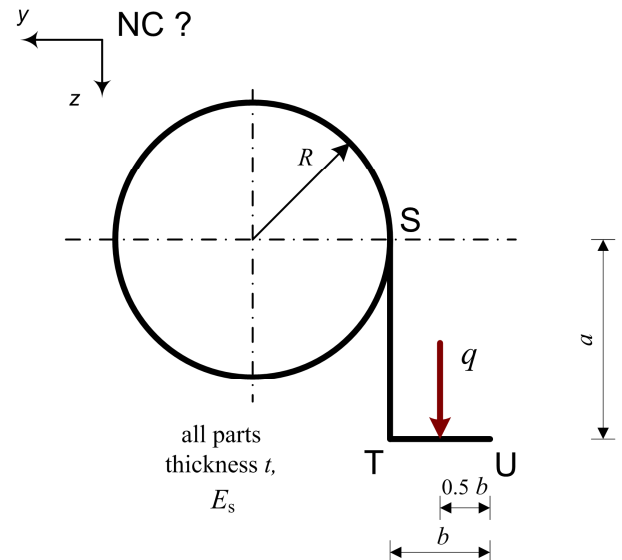
OPGAVE 4 : Niet-symmetrische doorsneden**(ca 45 min)**

De in fig. 4a gegeven ligger met een overspanning l van 3.5 m en gelijkmatig verdeelde belasting q van 24 kN/m heeft een in fig. 4b afgebeelde dunwandige doorsnede met constante dikte t . De doorsnede is opgebouwd uit een buis met een diameter van 275 mm en een L-profiel STU dat in S aan de buis is gelast. Halverwege TU grijpt de q -last aan op de doorsnede, zie fig. 4b.

De elasticiteitsmodulus E_s is constant voor de gehele ligger. Houd een x - y - z -assenstelsel aan dat de oorsprong heeft in het normaalkrachtenstelsel NC.



(a) Statisch systeem



(b) Doorsnede

Gegevens :

$$R = 137.5 \text{ mm}; l = 3500 \text{ mm};$$

$$a = 200 \text{ mm}; b = 100 \text{ mm}; t = 8 \text{ mm};$$

$$E_s = 210000 \text{ N/mm}^2; q = 24 \text{ kN/m};$$

dunwandig :

$$A_{\text{buis}} = 2\pi R t = 69.115 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$I_{zz-\text{buis}} = \pi R^3 t = 6533.530 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Figuur 4 : Uitkragende ligger met niet-symmetrische doorsnede

Vragen :

- a) Gebruik de onderstaande gegevens op basis van een dunwandige berekening:

$$I_{yy} = 10967.47 \times 10^4 \text{ mm}^4; I_{zz} = 10767.15 \times 10^4 \text{ mm}^4;$$

Vul ontbrekende gegevens aan met eigen berekening en bepaal het:

- (1) krommingsvlak, (2) belastingsvlak en (3) de neutrale lijn.

Teken de ligging ervan in een schets van de doorsnede met de maatgevende normaalspanningen.

- b) Geef in een schets het normaalspanningsverloop voor het deel STU voor deze maatgevende doorsnede. Kies zelf een passende presentatie en geef de waarden op karakteristieke punten.
- c) Bepaal de schuifspanning in S voor de maatgevende doorsnede voor de schuifspanningen, in het deel STU. Geef duidelijk aan hoe u deze spanning bepaalt.
- d) Leg uit hoe u kunt bepalen wel percentage van de dwarskracht wordt opgenomen door de buis.

FORMULEBLAD

Inhomogene en/of niet-symmetrische doorsneden :

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z \quad \text{en:} \quad \sigma(y, z) = E(y, z) \times \varepsilon(y, z)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{bmatrix} e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} EI_{yy} & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/y_1 \\ -1/z_1 \end{bmatrix}$$

$$s_x^{(a)} = -\frac{V_y ES_y^{(a)}}{EI_{yy}} - \frac{V_z ES_z^{(a)}}{EI_{zz}}; \quad \text{of:} \quad s_x^{(a)} = -\frac{R_M^{(a)}}{M} V; \quad \sigma_{xt} = \frac{s_x^{(a)}}{b^{(a)}}$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2EI_{yz}}{EI_{yy} - EI_{zz}}; \quad EI_{1,2} = \frac{1}{2}(EI_{yy} + EI_{zz}) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}(EI_{yy} - EI_{zz})\right)^2 + EI_{yz}^2}$$

$$q_y^* = \frac{EI_{yy}EI_{zz}q_y - EI_{yy}EI_{yz}q_z}{EI_{yy}EI_{zz} - EI_{yz}^2}$$

$$q_z^* = \frac{-EI_{yz}EI_{zz}q_y + EI_{yy}EI_{zz}q_z}{EI_{yy}EI_{zz} - EI_{yz}^2}$$

Vormveranderingsenergie:

$$E_v = \int \frac{1}{2} EA \varepsilon^2 dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_v = \int \frac{1}{2} EI \kappa^2 dx \quad (\text{buiging})$$

Complementaire energie:

$$E_c = \int \frac{N^2}{2EA} dx \quad (\text{extensie})$$

$$E_c = \int \frac{M^2}{2EI} dx \quad (\text{buiging})$$

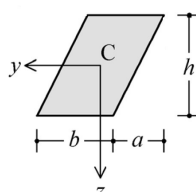
Stellingen van Castigliano:

$$F_i = \frac{\partial E_v}{\partial u_i} \quad u_i = \frac{\partial E_c}{\partial F_i}$$

Rayleigh:

$$F_k = \frac{E_v}{\int \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx}$$

Wiskunde handigheidjes:



$$I_{yy} = \frac{1}{12} (a^2 + b^2) bh$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I_{yz} = \frac{1}{12} abh^2$$

Kinematische betrekkingen:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}$$

$$\kappa = -\frac{d^2 w}{dx^2}$$

Constitutieve betrekkingen:

$$N = EA \varepsilon$$

$$M = EI \kappa$$

Arbeidsmethode met eenheidslast:

$$u = \int \frac{M(x)m(x)dx}{EI}$$

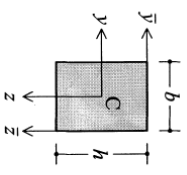
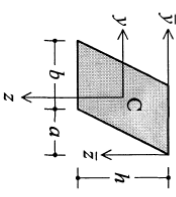
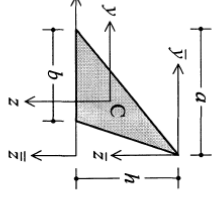
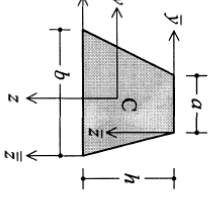
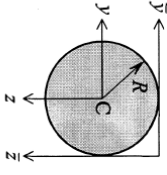
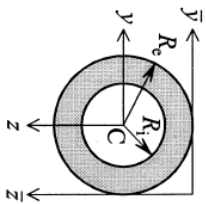
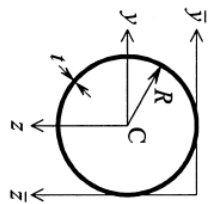
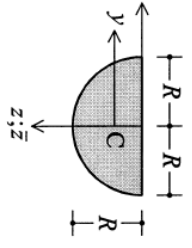
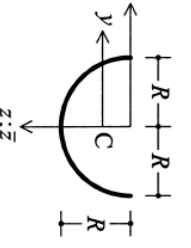
Figure	Area, coordinates centroid C	Second moments of area	
		centroidal	other
	Rectangle $A = bh$ $\bar{y}_C = \frac{1}{2}b$ $\bar{z}_C = \frac{1}{2}h$	$I_{yy} = \frac{1}{12}b^3h$ $I_{zz} = \frac{1}{12}bh^3$ $I_{yz} = 0$	$I_{yy} = \frac{1}{3}b^3h$ $I_{zz} = \frac{1}{3}bh^3$ $I_{yz} = \frac{1}{4}b^2h^2$
	Parallelogram $A = bh$ $\bar{y}_C = \frac{1}{2}(a+b)$ $\bar{z}_C = \frac{1}{2}h$	$I_{yy} = \frac{1}{12}(a^2 + b^2)bh$ $I_{zz} = \frac{1}{12}bh^3$ $I_{yz} = \frac{1}{12}abh^2$	$I_{zz} = \frac{1}{3}bh^3$
	Triangle $A = \frac{1}{2}bh$ $\bar{y}_C = \frac{1}{3}(2a-b)$ $\bar{z}_C = \frac{2}{3}h$	$I_{yy} = \frac{1}{36}(a^2 - ab + b^2)bh$ $I_{zz} = \frac{1}{36}bh^3$ $I_{yz} = \frac{1}{12}(2a-b)bh^2$	$I_{zz} = \frac{1}{8}bh^3$ $I_{yz} = \frac{1}{8}(2a-b)bh^2$ $I_{zz} = \frac{1}{12}bh^3$
	Trapezium $A = \frac{1}{2}(a+b)h$ $\bar{z}_C = \frac{1}{3}\frac{a+2b}{a+b}h$	$I_{zz} = \frac{1}{36}\frac{a^2 + 4ab + b^2}{a+b}h^3$	$I_{zz} = \frac{1}{12}(a+3b)h^3$
	Circle $A = \pi R^2$	$I_{yy} = I_{zz} = \frac{1}{4}\pi R^4$ $I_{yz} = 0$ $I_p = \frac{1}{2}\pi R^4$	$I_{yy} = I_{zz} = \frac{5}{4}\pi R^4$ $I_{yz} = \pi R^4$

Figure	Area, coordinates centroid C	Second moments of area	
		centroidal	other
	Thick-walled ring $A = \pi(R_2^2 - R_1^2)$	$I_{yy} = I_{zz} = \frac{1}{4}\pi(R_2^4 - R_1^4)$ $I_{yz} = 0$ $I_p = \frac{1}{2}\pi(R_2^4 - R_1^4)$	
	Thin-walled ring $A = 2\pi R t$	$I_{yy} = I_{zz} = \pi R^3 t$ $I_{yz} = 0$ $I_p = 2\pi R^3 t$	$I_{yy} = I_{zz} = 3\pi R^3 t$
	Semicircle $A = \frac{1}{2}\pi R^2$ $\bar{y}_C = 0$ $\bar{z}_C = \frac{4}{3\pi}R$ $= 0.424R$	$I_{yy} = \frac{1}{8}\pi R^4 = 0.393R^4$ $I_{zz} = (\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi})R^4 = 0.110R^4$ $I_{yz} = 0$	$I_{yy} = I_{zz} = \frac{1}{8}\pi R^4$ $I_{yz} = 0$
	Semicircular ring $A = \pi R t$ $\bar{y}_C = 0$ $\bar{z}_C = \frac{2}{\pi}R = 0.637R$	$I_{yy} = \frac{1}{2}\pi R^3 t$ $I_{zz} = (\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi})R^3 t = 0.298R^3 t$ $I_{yz} = 0$	$I_{yy} = I_{zz} = \frac{1}{2}\pi R^3 t$ $I_{yz} = 0$

(1)		$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}; \quad w_2 = \frac{T\ell^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_3 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_3 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T\ell^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F\ell^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$

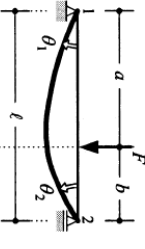
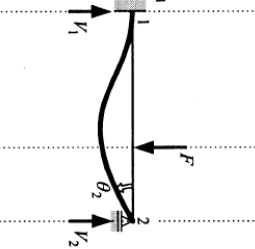
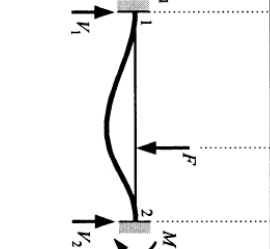
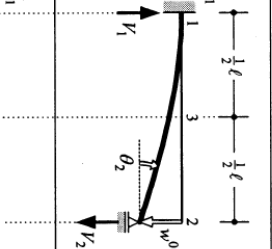
simply supported beam (statically determinate)

forget-me-nots

statically indeterminate beam (two fixed ends)

statically indeterminate beam (one fixed end)

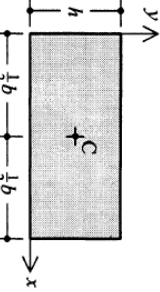
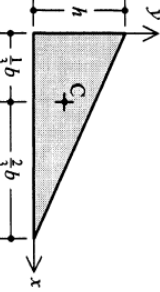
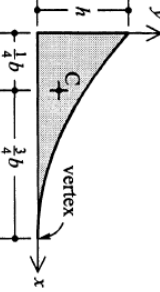
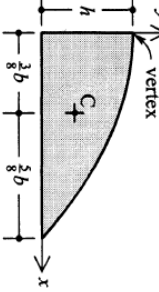
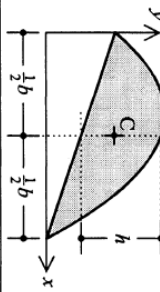
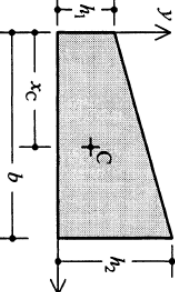
(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{32} \frac{T\ell^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{7}{768} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F\ell; \quad V_1 = \frac{11}{16} F; \quad V_2 = \frac{5}{16} F$
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{192} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} q\ell^2; \quad V_1 = \frac{5}{8} q\ell; \quad V_2 = \frac{3}{8} q\ell$
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F\ell; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q\ell^2; \quad V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q\ell$
(b)		$\theta_3 = \frac{1}{16} \frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; \quad V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

	$\theta_1 = \frac{Fb\ell(\ell+b)}{6EI} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fb\ell(\ell+a)}{6EI} = \frac{F\ell^2}{6EI} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
	$M_1 = -\frac{Fb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{2\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{2\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(3\ell - a)}{2\ell^3} = F \left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
	$M_1 = -\frac{Fb\ell^2}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{Fb(\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{Fa^2(\ell + 2b)}{\ell^3} = F\ell \left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3} \right)$
	$M_1 = -\frac{3EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
	$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

settlements

support reactions and rotations at the beam ends

properties of plane figures to be used for the moment-area theorems

	rectangle: $y = h$ $A = bh$ $x_C = \frac{1}{2}b$
	triangle: $y = h \left\{ 1 - \frac{x}{b} \right\}$ $A = \frac{1}{2}bh$ $x_C = \frac{1}{3}b$
	parabola: $y = h \left\{ 1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right\}$ $A = \frac{1}{3}bh$ $x_C = \frac{1}{4}b$
	parabola: $y = h \left\{ 1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right\}$ $A = \frac{2}{3}bh$ $x_C = \frac{3}{8}b$
	parabola: $A = \frac{2}{3}bh$ $x_C = \frac{1}{2}b$
	trapezium: $y = h_1 + (h_2 - h_1) \frac{x}{b}$ $A = \frac{1}{2}b(h_1 + h_2)$ $x_C = \frac{1}{3}b \frac{h_1 + 2h_2}{h_1 + h_2}$