

UITWERKING

Opgave 1

- a) Drie pendelstaven waarvan de werklijnen niet door 1 punt gaan.
- b) Punt S wordt op zijn plaats gehouden met de twee pendels B en C. Om het linker lichaam plaatsvast te maken is daarmee nog één pendel nodig waarvan de werklijn niet door S mag gaan. Aan pendel A hebben we dan dus niets en er moet één extra pendel worden geplaatst (niet door S !). Het rechter lichaam zit scharnierend verbonden aan S (plaatsvast punt). Om dit lichaam plaatsvast te maken is er één pendel nodig waarvan wederom de werklijn niet door S mag gaan. De pendels B en C zijn dus niet voldoende. Het rechter lichaam kan immers nog steeds draaien om S ! Voor het rechter lichaam is dus ook één extra pendel nodig waarvan de werklijn niet door S mag gaan.

In totaal zijn zo **twee extra pendels** nodig.

- c) Uit het bovenstaande blijkt dat pendels met een werklijn door S niet zinvol zijn.

Ingeleverde schets is noodzakelijk.

Opgave 2

- a) Een vakwerkstaaf kan alleen een druk- of een trekkracht opnemen. Immers op de uiteinden kan geen moment werken i.v.m. de scharnierende aansluiting van de staaf op de omgeving. Aangezien aangenomen wordt dat de belasting uitsluitend in de knopen aangebracht wordt zijn de momenten in iedere snede gelijk aan nul, de gehele M-lijn voor de enkele vakwerkstaaf is dus nul en daarmee ook de helling (= dwarskracht) van de M-lijn. De krachtlijn moet daarom samenvallen met de staaf-as, er is alleen een normaalkracht.
- b) De drie oplegreacties zijn te bepalen met de onderstaande strategie :
1. Met de momentensom om punt B kan de horizontale oplegreactie in A worden bepaald. (alle andere eventuele oplegreactie hebben immers een werklijn die door B gaat !)
 2. Met behulp het verticale krachtenevenwicht is dan de verticale oplegreactie in A te bepalen.
 3. Uit het horizontale evenwicht volgt de grootte en richting van de horizontale oplegreactie in B.

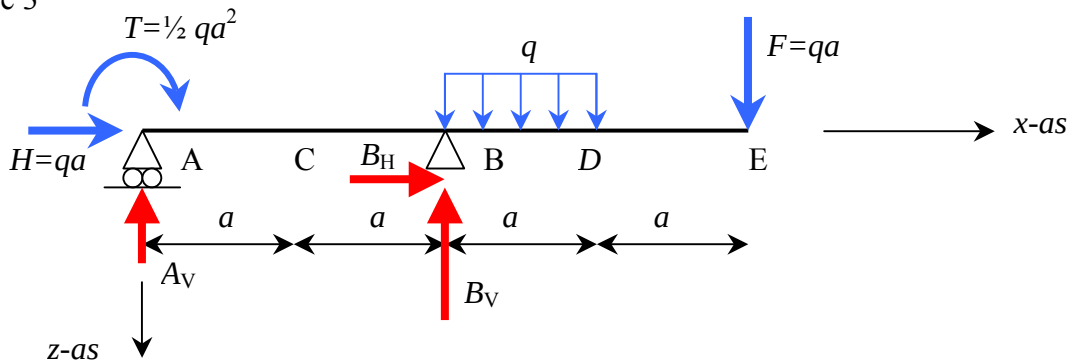
Uitwerken levert:

$$A_v = 60,0 \text{ kN} \uparrow \quad A_h = 40,0 \text{ kN} \rightarrow \quad B_h = 40,0 \text{ kN} \leftarrow$$

- c) De constructie heeft 7 nulstaven; **1, 2, 6, 8, 9, 12 en 18** (ga dat zelf na met de bekende regels)
- d) Onderstaande strategie is een mogelijkheid (voor alle krachten) :
1. Begin in A met een krachtenveelhoek, dit levert de kracht in **10 en 11**
 2. Een krachtenveelhoek van knoop K levert de kracht in **13 en 14**
 3. De kracht in **15** is uiteraard gelijk aan die in **11 en 12** is een nulstaaf (!)
(alternatief : een horizontale snede door 13, 14 en 15 met vervolgens een momentenevenwicht van het bovenste deel om P levert de staafkracht in **13** uit het verticale evenwicht is vervolgens **14** te bepalen)
 4. Uit het knoopevenwicht van P volgt **16 en 17**, immers **18** is een nulstaaf!
 5. Uit het knoopevenwicht van B volgt **19**
 6. De onbekende **5 en 7** kunnen nu worden gevonden met het knoopevenwicht van M, immers **6** is een nulstaaf!
 7. Vervolgens volgt **4** uit het knoopevenwicht van L
 8. Vervolgens volgt **3** uit het knoopevenwicht van E, immers **2 en 6** zijn nulstaven.
 9. Tenslotte moet **1** ook een nulstaaf zijn aangezien knoop C onbelast is en **2** al een nulstaaf is.
- e) Laat met krachtenveelhoeken en/of sneden zien dat de onderstaande resultaten worden gevonden:

staaf	normaalkracht	Trek/druk	staaf	normaalkracht	Trek/druk
1	0 kN	nulstaaf	11	+20 kN	trek
2	0 kN	nulstaaf	12	0 kN	nulstaaf
3	+60,0 kN	Trek	13	+80,0 kN	trek
4	+30√5=67,08 kN	Trek	14	-40√2=-56,57 kN	druk
5	-30√5=-67,08 kN	Druk	15	+20,0 kN	trek
6	0 kN	nulstaaf	16	+60 kN	Trek
7	+50,0 kN	Trek	17	-20√2=-28,28 kN	Druk
8	0 kN	nulstaaf	18	0	nulstaaf
9	0 kN	nulstaaf	19	-40 kN	druk
10	+40√2=56,57 kN	trek			

Opgave 3



- a) De horizontaal aangrijpende kracht wordt evenwijdig aan de werklijn verplaatst naar A waarbij een koppel T moet worden toegevoegd ! De drie mogelijke oplegreacties zijn : A_v , B_H en B_v . De aangenomen richtingen zijn hierboven aangegeven. Met de drie evenwichtsvergelijkingen levert dit dus een oplosbaar geheel op (statisch bepaalde constructie). Voor het bepalen van de oplegreacties kan gekozen worden voor de volgende strategie :

B_v : Momentensom om punt A levert B_v
 A_v : Verticaal krachtenevenwicht levert A_v
 B_H : Horizontaal krachtenevenwicht levert B_H

Uitwerken levert:

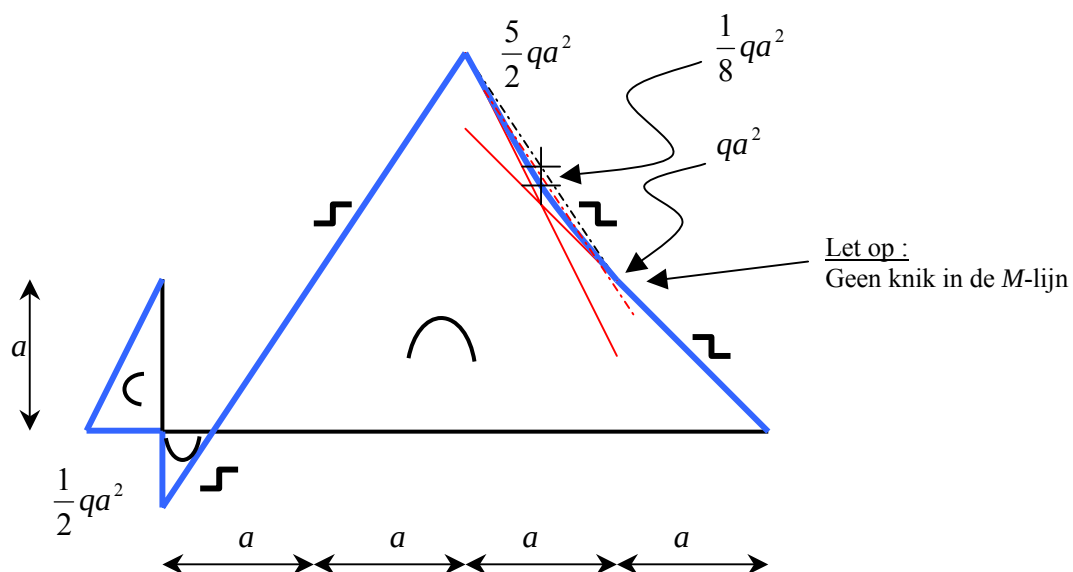
$$B_v = \frac{7}{2} qa \ (\uparrow)$$

$$A_v = -\frac{3}{2} qa \ (\downarrow)$$

$$B_H = -qa \ (\leftarrow)$$

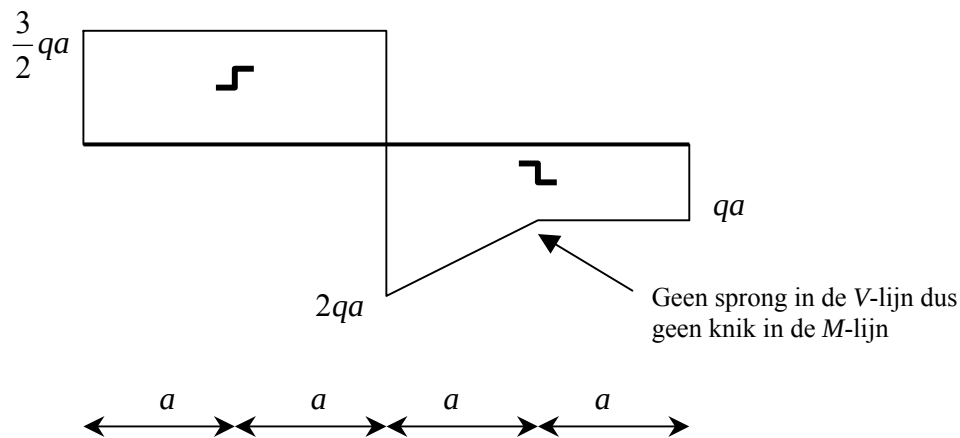
De aangegeven tekens hebben betrekking op de aangenomen richting. Met de pijltjes is aangegeven hoe de reacties in werkelijkheid werken.

- b) De momentenlijn (M -lijn) is hieronder aangegeven inclusief de raaklijnen. Ga zelf na dat e.e.a. in overeenstemming is met alle afspraken en consistent is met het verband dat bestaat tussen moment en dwarskracht.



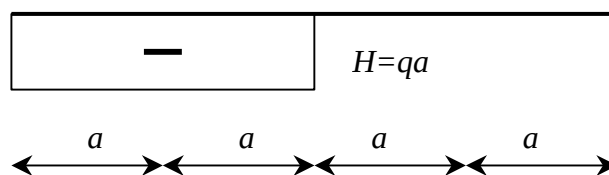
M -lijn inclusief vervormingstekens voor de momenten en dwarskrachten

- c) De dwarskrachtenlijn (V-lijn) kan direct uit de M -lijn worden gevonden aangezien de hellingen in de M -lijn overal bekend zijn. Uiteraard kan de dwarskrachtenlijn ook worden getekend op basis van de eerder gevonden oplegreacties.



V-lijn met vervormingsteken

- d) De normaalkrachtenlijn (N-lijn) is in dit geval eenvoudig te bepalen aangezien alleen over het deel AB een *drukkracht* H ontstaat.

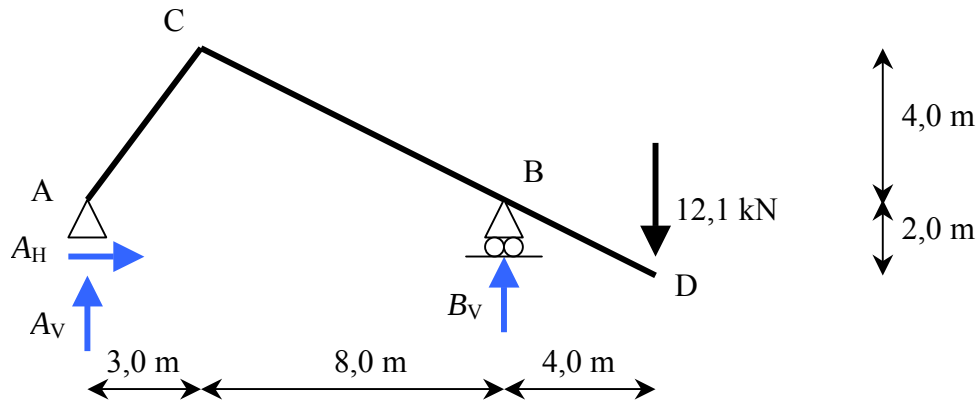


N-lijn

- e) Direct links van de puntlast is de grootte van de dwarskracht is qa . Het vervormingsteken is : $\neg$, dit is een negatieve dwarskracht in het gegeven assenstelsel.

Opgave 4

- a) De oplegreacties van het spant zijn te bepalen door eerst de b.v. de som van de momenten van te bepalen om punt A. De enige onbekende is daarin de verticale oplegreactie in B. Uit het verticale evenwicht volgt de verticale oplegreactie in A. De horizontale oplegreactie in A is nul aangezien er geen horizontale belasting aanwezig is.



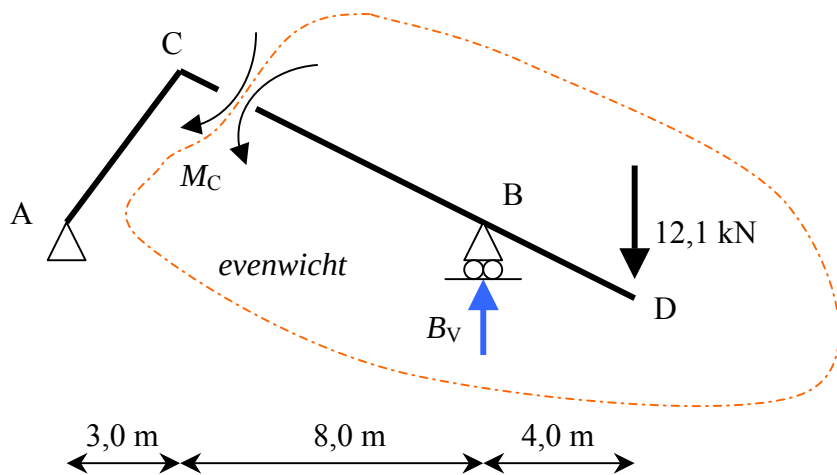
Uitwerken levert:

$$\sum T|_A = 0: B_V \times 11,0 - 12,1 \times 15 = 0 \Rightarrow B_V = 16,5 \text{ kN } (\uparrow)$$

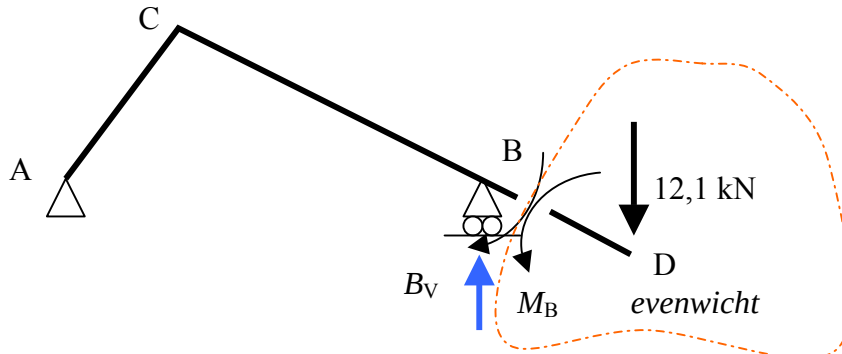
$$\sum F_V = 0: B_V + A_V - 12,1 = 0 \Rightarrow A_V = 4,4 \text{ kN } (\downarrow)$$

$$\sum F_H = 0: A_H = 0$$

De momentenlijn wordt loodrecht op de staafas getekend. Om deze lijn te tekenen is het handig om in B en in C het moment eerst te bepalen. Door t.p.v. B en C een snede te maken en het momentenevenwicht van het vrijgemaakte deel op te stellen kan snel worden ingezien hoe groot het moment is en welke richting het moment heeft.

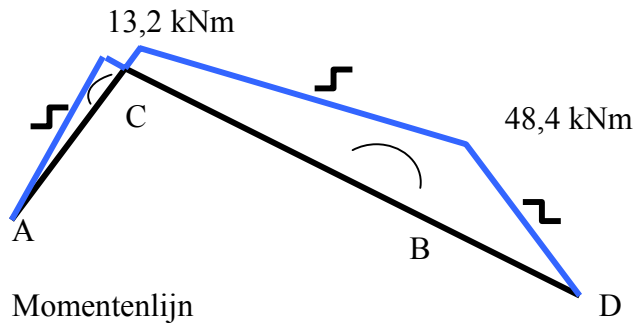


$$\begin{aligned} \sum T_C &= 0 \\ M_C + B_V \times 8 - 12,1 \times 12 &= 0 \\ M_C &= 13,2 \text{ kNm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sum T_B &= 0 \\ M_B - 12,1 \times 4 &= 0 \\ M_C &= 48,4 \text{ kNm} \end{aligned}$$

b) De momentenlijn is hieronder getekend.



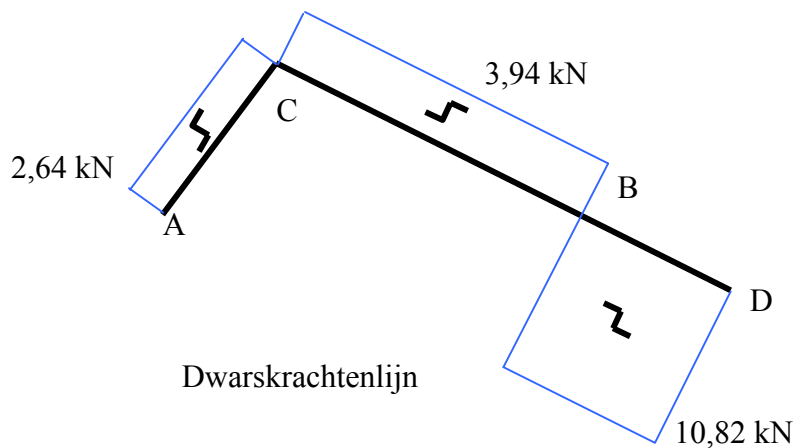
Hellingen t.o.v. staafas:

$$AC : \frac{13,2}{5} = 2,64 \text{ kN}$$

$$CB : \frac{48,4 - 13,2}{\sqrt{80}} = 3,94 \text{ kN}$$

$$DB : \frac{48,4}{\sqrt{20}} = 10,82 \text{ kN}$$

De helling van de M -lijn levert de V -lijn. Let er wel op dat de M -lijn loodrecht op de staafas is uitgezet en dat het dus gaat om de helling van de M -lijn t.o.v. de staafas !

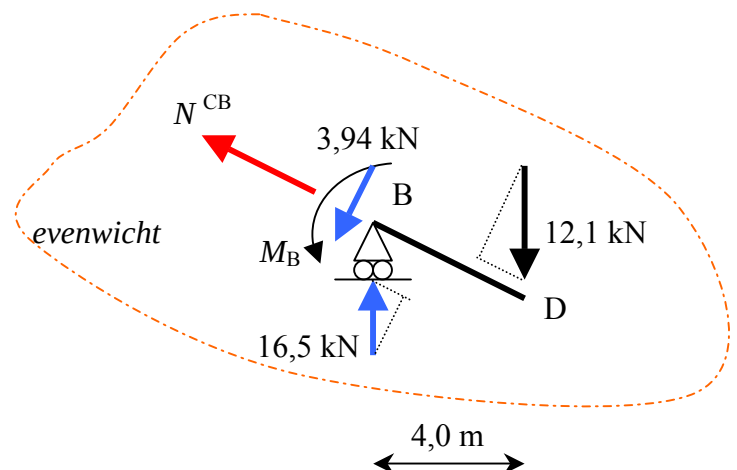


c) De normaalkracht kan bijvoorbeeld worden bepaald uit het knoopevenwicht.

- deel AC knoopevenwicht van A
- deel BC knoopevenwicht van D
- deel CB knoopevenwicht van B

Uiteraard mag ook gewerkt worden met een handige snede. Voor CB kan ook gewerkt worden het hiernaast weergegeven vrij gemaakte deel.

Door het krachteenwicht in de richting van CB op te stellen kan de onbekende N^{CB} worden bepaald.



d) Ontbind de krachten in de richting CB:

$$-N^{CB} - \frac{1}{\sqrt{5}} \times 16,5 + \frac{1}{\sqrt{5}} \times 12,1 = 0 \Rightarrow N^{CB} = -1,97 \text{ kN}$$

Het betreft hier een *drukkracht*.